

Tragfähigkeit von Sandwichelementen unter Biegung und Querdruck

Vom Fachbereich 13 – Bau- und Umweltingenieurwissenschaften
der Technischen Universität Darmstadt

zur
Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs

genehmigte
DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Harald Nelke

aus Offenbach am Main

Referent:

Prof. Dr.-Ing. Jörg Lange

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Dieter Ungermann

Tag der Einreichung:

8. November 2017

Tag der mündlichen Prüfung:

10. Januar 2018

Darmstadt 2018

D 17

Harald Nelke

Tragfähigkeit von Sandwichelementen unter Biegung und Querdruck
Darmstadt, Technische Universität Darmstadt

Jahr der Veröffentlichung der Dissertation auf TUpriints: 2018

Tag der Einreichung: 08.11.2017

Tag der mündlichen Prüfung: 10.01.2018

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-74989

URL: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/7498>

Es gelten die vom Gesetz vorgesehenen Nutzungsrechte gemäß UrhG.

Kurzfassung

Im Bauwesen werden Sandwichelemente zur Fassaden- und Dachverkleidung eingesetzt. Dabei werden große Elementlängen, die aus statischer Sicht zu Mehrfeldträgern führen, bevorzugt. Die vorliegende Arbeit handelt von der Tragfähigkeit unter gleichzeitiger Beanspruchung von Biegung und Querdruck, wie sie an Zwischenauflagern von ebensolchen Durchlaufträgern auftritt. Mechanisch kann diese Problemstellung auf einen elastisch gebetteten Balken zurückgeführt werden. Die Biegesteifigkeit des Balkens entspricht der Steifigkeit der gedrückten Deckschicht und der Kern bestimmt Größe und Art der Bettung. Es werden verschiedene Bettungsansätze aus der Literatur (Allen 1969; Stamm und Witte 1974; Baehre 1989; Kech 1991; Thermann 1989; Meyer 2000; Thomsen 1997; Martikainen und Hassinen 1994) vorgestellt, analysiert und miteinander verglichen. Darauf aufbauend werden neben der Bestimmung der ideellen Knitterspannung Modelle zur Abbildung der Steifigkeit liniierter Deckschichten (Baehre 1989; Kech 1991; Misiak und Hassinen 2010) besprochen. Auf dieser Grundlage wird die Tragfähigkeit bei kombinierter Beanspruchung aus Biegung und Querdruck aufgegriffen. Dafür werden sowohl die versuchsgestützte Tragfähigkeitsbestimmung (Ersatzträgerversuch nach DIN EN 14509) als auch verschiedene Berechnungsmodelle (Bernier 1995; Martikainen und Hassinen 1996; Meyer 2000; Lübke 2014) beschrieben, diskutiert und bewertet. Die Voraussetzung der Normung, dass eine feste Spannweite im Ersatzträgerversuch ausreicht, wird durch eine umfangreiche Parameterstudie widerlegt. In den sich anschließenden Versuchen werden u. a. die Relevanz einer realistisch ermittelten Ersatzträgerlänge aufgezeigt und die Aussagekraft des Ersatzträgerversuchs durch Vergleich mit Zweifeldträgerversuchen bestätigt. Vergleichende numerische Untersuchungen bestätigen die Versuchsergebnisse. Mit einer um Zulassungsversuche ergänzten Versuchsbasis werden die Grenzen der bisherigen Berechnungsmodelle aufgezeigt. Zum Abschluss der Arbeit wird ein auf der FE-Methode basierendes Berechnungsmodell vorgestellt, mit dem sich die Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck gut vorhersagen lässt.

Abstract

In building construction, sandwich panels are used for façade and roof cladding. In this case, large element lengths, which lead from a static point of view to multi-span systems, are preferred. The present work is about the load-bearing capacity under combination of bending and transverse compression, which usually occurs at intermediate supports of such continuous beams. Mechanically, this problem can be attributed to an elastically supported beam. The beam's flexural stiffness corresponds to the stiffness of the face sheet in compression. The core specifies the size and type of elastic support. In the literature, several proposals for representing the support exist, from which the text presents, analyses and compares the approaches from Allen (1969), Stamm and Witte (1974), Baehre (1989), Kech (1991), Thermann (1989), Meyer (2000), Thomsen (1997), and Martikainen and Hassinen (1996). Based on the elastic support, the determination of the critical wrinkling stress is discussed and models for incorporating the stiffness of lightly profiled face sheets, namely Baehre (1989), Kech (1991), and Misiek and Hassinen (2010) are presented. With the background of this theoretical work, the thesis sets its focus on the load-bearing capacity under combined bending and transverse compression. For this purpose, both the testing of the strength (simulated central support test according to DIN EN 14509) and various calculation models (Berner 1995; Martikainen and Hassinen 1996; Meyer 2000; Lübke 2014) are described, discussed and interpreted. DIN EN 14509 leads to a fixed span in the simulated central support test. An extensive parametric study disproves this pre-condition. The experiments of this thesis demonstrate amongst others the relevance of a realistically determined span in the simulated central support test and proof that the simulated central support test is able to replace a two-span test. Comparative numerical studies confirm the test results. The experiments of this thesis are combined with several tests for the German approval and the CE-marking. Their evaluation shows the limits of the existing calculation models. Finally, a new calculation model based on the FE method is presented, with which the load-bearing capacity under bending and transverse compression can be well predicted.

Inhaltsverzeichnis

Symbole und Abkürzungen	xi
1 Einleitung	1
1.1 Sandwichelemente im Bauwesen	1
1.2 Problemstellung und Zielsetzung	2
1.3 Hinweise und Festlegungen	5
1.4 Gliederung der Arbeit	5
2 Eigenschaften, Verhalten und Berechnungsmöglichkeiten von Sandwichelementen im Bauwesen	9
2.1 Tragprinzip, Eigenschaften und Versagensformen	9
2.1.1 Das Sandwichprinzip	9
2.1.2 Deckschichtausbildung	10
2.1.3 Eigenschaften der Materialien für Kern- und Deckschicht	10
2.1.4 Typische Versagensarten	12
2.2 Bestimmung der Schnittgrößen und Verformungen	13
2.2.1 Klassische Sandwichtheorie	13
2.2.2 Sandwichtheorien höherer Ordnung	17
3 Die elastische Bettung der Deckschicht – Analyse des Stands der Forschung	19
3.1 Differentialgleichungen bei elastischer Bettung und Normalkraftbeanspruchung	19
3.2 Vorgehensweise zur Bestimmung der Bettungsparameter	20
3.2.1 Winkler'sche Bettung	21
3.2.2 2-Parameter-Bettung	22
3.3 Die Winkler'sche Bettung für Knittern bei unendlich breiter Deckschicht . .	23
3.3.1 Endliche Kerndicke	23
3.3.2 Unendliche Kerndicke	26
3.4 Die Winkler'sche Bettung für Beulen bei endlich breiter Deckschicht	30
3.5 Einfluss von Orthotropie und Inhomogenität auf die Winkler'sche Bettung für Knittern	33
3.5.1 Orthotropie	35
3.5.2 Inhomogenität	36
3.6 Die Winkler'sche Bettung nach Meyer für Beulen, Knittern und lokale Lasteinleitung	38
3.6.1 Beulen bei endlich breiter Deckschicht	38
3.6.2 Knittern bei unendlich breiter Deckschicht	39
3.6.3 Lokale Lasteinleitung	39
3.7 Bettungsansatz und Bettungsparameter nach Thomsen	42
3.8 Die 2-Parameter-Bettung nach Martikainen und Hassinen	44
3.9 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	47

4	Tragfähigkeit unter Biegung – Analyse des Stands der Forschung und Normung	49
4.1	Analytische Ansätze zur Bestimmung der (ideellen) Knitterspannung	49
4.1.1	Homogenes, isotropes Kernmaterial	50
4.1.2	Homogenes, orthotropes Kernmaterial	52
4.1.3	Inhomogenes, isotropes Kernmaterial	56
4.2	Berücksichtigung der Linierung bei der Bestimmung der Deckschichtsteifigkeit	59
4.2.1	Der Ansatz von Baehre und Kech	60
4.2.2	Der Ansatz von Misiek und Hassinen	65
4.3	Bestimmung der Knitterspannung durch Versuche	72
4.4	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	73
5	Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck – Analyse des Stands der Forschung und Normung	75
5.1	Analytische Lösung des elastisch gebetteten Balkens unter Normalkraftbeanspruchung und Querlast	75
5.2	Tragfähigkeit in der Normung	77
5.2.1	Druckauflagertragfähigkeit	77
5.2.2	Bestimmung der gestörten Knitterspannung durch Versuche	79
5.2.3	Diskussion und Bewertung des Verfahrens	80
5.3	Tragfähigkeit nach Berner	81
5.3.1	Vorstellung des Verfahrens	81
5.3.2	Diskussion und Bewertung des Verfahrens	83
5.4	Tragfähigkeit nach Martikainen und Hassinen	85
5.4.1	Vorstellung des Verfahrens	85
5.4.2	Diskussion und Bewertung des Verfahrens	89
5.5	Tragfähigkeit nach Meyer	90
5.5.1	Vorstellung des Verfahrens	90
5.5.2	Diskussion und Bewertung des Verfahrens	93
5.6	Tragfähigkeit nach Lübke	94
5.6.1	Vorstellung des Verfahrens	94
5.6.2	Diskussion und Bewertung des Verfahrens	97
5.7	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	99
6	Biegung und Querdruck in realen Systemen	101
6.1	Parameterstudie	101
6.1.1	Betrachtete Parameter und Nachweisführung	101
6.1.2	Bestimmung der maßgebenden Leiteinwirkung	104
6.1.3	Umrechnung der M_S/R -Verhältnisse in äquivalente Ersatzträgerlängen	105
6.1.4	Ergebnisse der Parameterstudie	108
6.2	Grenzbetrachtung anhand ausgewählter Bauteile aus bauaufsichtlichen Zulassungen	111
6.3	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	115
7	Versuche zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck	117
7.1	Versuchsserie 1: Elemente mit 80 mm durchgehender Kerndicke	117
7.1.1	Versuchsbeschreibung	118
7.1.2	Untersuchung von Orthotropie und Inhomogenität des Kerns	122
7.1.3	Abbildung des (simulierten) Mittelaufagers	124
7.1.4	Tragfähigkeit beim ersten Versagen	130

7.2	Versuchsserie 2: Elemente mit 30 mm und 40 mm durchgehender Kerndicke	137
7.2.1	Versuchsbeschreibung	137
7.2.2	Untersuchung von Orthotropie und Inhomogenität des Kerns	138
7.2.3	Ziel, Aufbau und Durchführung der Zweifeldträgerversuche mit kombinierter Beanspruchung	140
7.2.4	Bestimmung der Eindrückung	143
7.2.5	Tragfähigkeit beim ersten Versagen	147
7.3	Zulassungsversuche am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt	152
7.3.1	Übersicht über die Versuche	152
7.3.2	Qualität der Versuchsergebnisse	153
7.4	Anwendung der Versuchsserien auf die Ansätze zur Berücksichtigung der Linierung aus Kapitel 4	157
7.5	Anwendung der Versuchsserien auf die Ansätze aus Kapitel 5	159
7.6	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	165
8	Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck auf Basis der Finite Elemente Methode	167
8.1	Numerische Überprüfung ausgewählter Ansätze und Annahmen der vorangegangenen Kapitel	167
8.1.1	Ideelle Knitterspannung bei unendlicher Kerndicke	167
8.1.2	Ideelle Knitterspannung bei endlicher Kerndicke	171
8.1.3	Ideelle Knitterspannung bei inhomogenen Kernmaterial	173
8.1.4	Beanspruchung der Deckschicht unter der Winkler'schen Bettung nach Thomsen	176
8.1.5	Lasteinleitung am Zwischenaufleger	178
8.1.6	Steifigkeit der Dachelemente aus Serie 1	182
8.2	Berechnungsverfahren	186
8.2.1	Berechnungsmodell	186
8.2.2	Imperfektionen	189
8.2.3	Gebrauchslastberechnung und Versagensmodi	193
8.3	Nachrechnung der Versuchsergebnisse	195
8.3.1	Vergleiche mit den Versuchsergebnissen der Serien 1 und 2	196
8.3.2	Vergleich zwischen den Berechnungen am Ersatz- und Zweifeldträger	202
8.3.3	Nachrechnung der Zulassungsversuche	206
8.3.4	Optimierung der Berechnungsgenauigkeit	208
8.4	Potential und Grenzen des Berechnungsverfahrens	211
8.5	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	213
9	Zusammenfassung und Ausblick	217
	Literatur	221
A	Hintergrundformationen zur Parameterstudie aus Kapitel 6	229
A.1	Annahmen und zugrundeliegende Werte der Parameterstudie	229
A.2	Analytische Schnittgrößen eines Dachelements als Einfeldträger mit Einzelast in Feldmitte (Ersatzträger)	231
A.3	Auflistung der äquivalenten Ersatzträgerlängen in Abhängigkeit von Spannweite und Belastung	232
B	Kennwerte und zusätzliche Informationen zu den Versuchsserien 1 bis 14	237

Symbole und Abkürzungen

Die verwendeten Symbole bezüglich der Bezeichnung von Sandwichelementen stimmen weitgehend mit denen aus DIN EN 14509 überein. Sie wurden an den Stellen, an denen die Norm nicht eindeutig ist, leicht modifiziert bzw. erweitert. Die Bezeichnungen aus DIN EN 14509 wurden teils wortwörtlich übernommen. Auf eine explizite Angabe als Zitat wurde der Übersichtlichkeit halber verzichtet. Die Symbole aus den Herleitungen der verwendeten Literaturquellen wurden z. T. moderat angepasst, damit über die Arbeit hinweg eine einheitliche Symbolik erreicht werden kann. Aufgrund der Vielzahl der betrachteten Modelle ließen sich Doppelbedeutungen einzelner Symbole nicht vermeiden.

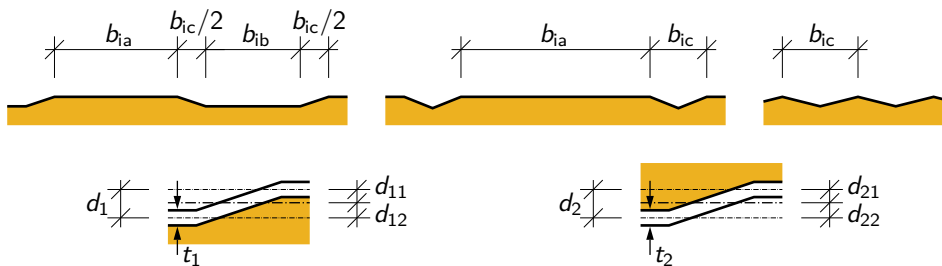


Abbildung 1: Bezeichnung der geometrischen Größen der verschiedenen Linierungsarten leicht profilierter Deckbleche. Für den Platzhalter i ist die betrachtete Deckschicht einzusetzen: $i = 1$ für die äußere Deckschicht (i. d. R. die Produktionsunterseite), $i = 2$ für die innere Deckschicht (i. d. R. die Produktionsoberseite). Bei allgemeinen Herleitungen, die unabhängig von der Deckschichtseite sind, wird zur Verkürzung der Schreibweise der Index i weggelassen. Die Bezeichnung der Linierungstiefe (d_1, d_{11}, d_{12} bzw. d_2, d_{21}, d_{22}) ist unabhängig von der Linierungsart.

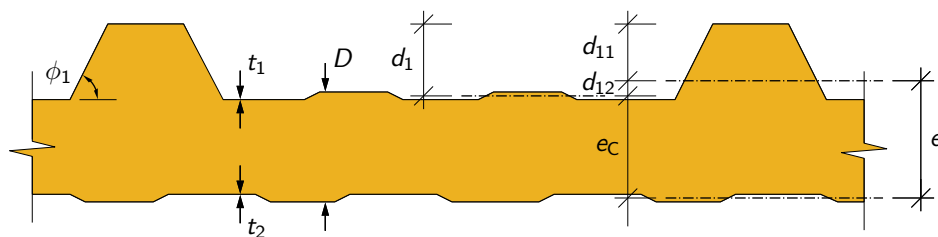


Abbildung 2: Bezeichnung der geometrischen Größen von Dachelementen.

Kleine lateinische Buchstaben

a	Länge des Beulfelds in x -Richtung
a_x, a_y	Halbwellenlänge in x - bzw. y -Richtung
b	Breite
$b_a \dots b_c$	Deckschichtmaß einer leicht profilierten Deckschicht,

	siehe Abbildung 1
$b_{1a} \dots b_{1c}$	Deckschichtmaß einer leicht profilierten Deckschicht (außen), siehe Abbildung 1
$b_{2a} \dots b_{2c}$	Deckschichtmaß einer leicht profilierten Deckschicht (innen), siehe Abbildung 1
$b_{1,e1}, b_{1,e2}$	Anteile der wirksamen Breite, siehe Abbildung 4.4
$b_{2,e1}, b_{2,e2}$	Anteile der wirksamen Breite, siehe Abbildung 4.4
b_e	Flanschanteil der wirksamen Breite
b_{e1}, b_{e2}	Anteile der wirksamen Breite, siehe Abbildung 4.4
b_s	Abgewinkelte Breite beider Stege einer Sicke, siehe Abbildung 4.4
b_p	Teilfeldbreite
$c_{pe,10}$	Winddruckbeiwert bezogen auf eine Lasteinzugsfläche von 10 m^2
d	Profilierungstiefe bzw. Sickentiefe einer (leicht) profilierten Deckschicht, gleich d_1 bzw. d_2
d_1	Profilierungs- bzw. Linierungstiefe außen, siehe Abbildungen 1 und 2
d_2	Linierungstiefe innen, siehe Abbildung 1
d_{11}	Abstand vom Schwerpunkt der (leicht) profilierten Deckschicht zur Hochsicke bzw. zum hohen Teilfeld, siehe Abbildungen 1 und 2
d_{12}	Abstand vom Schwerpunkt der (leicht) profilierten Deckschicht zur Tiefsicke bzw. zum tiefen Teilfeld, siehe Abbildungen 1 und 2
d_{21}	Abstand vom Schwerpunkt der leicht profilierten Deckschicht zum tiefen Teilfeld, siehe Abbildung 1
d_{22}	Abstand vom Schwerpunkt der leicht profilierten Deckschicht zum hohen Teilfeld, siehe Abbildung 1
d_C	Mittlere durchgehende Kerndicke, Wand: $e - (t_1 + t_2)/2$, Dach: $e_C - (t_1 + t_2)/2$
d_{C1}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Kerndicke der ersten (randnahen) Schicht
d_{Ci}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Kerndicke der Schicht i
e	Basis des natürlichen Logarithmus
e	Schwerpunktabstand der Deckschichten
e_0	Geometrische Ersatzimperfektion; bei Stamm und Witte (1974) als Stich der Deckschichtvorbeulen zur Bestimmung der Knitterspannung
$e_{0,ges}$	Geometrische Ersatzimperfektion im Modell von Lübke (2014): $e_{0,ges} = e_w + e_L$
e_C	<i>Nur bei Dachelementen:</i> Schwerpunktabstand der inneren Deckschicht von der Schwerlinie der Tiefsicken der äußeren Deckschicht, siehe Abbildung 2
e_L	Lastabhängiger Anteil der geometrischen Ersatzimperfektion im Modell von Lübke (2014)
e_w	Struktureller Anteil der geometrischen Ersatzimperfektion im Modell von Lübke (2014)
$f(ad_C)$	Funktion zur Beschreibung des Einflusses der endlichen Kerndicke auf die Knitterspannung bei isotropen Kern im Modell von Stamm und Witte (1974), Gleichung (3.11); wird für unendliche Kerndicken zu eins
f_1	Faktor zur Anpassung der Steifigkeit der ersten (deckschichtnahen) Kern- schicht
$f_a \dots f_e$	Faktoren zur Bestimmung der Versuchswerte bei kombinierter Beanspruchung
f_a	Faktor zur Bestimmung des Sandwich-Stützmoments aus gegebener Stützenverschiebung

f_b	Faktor zur Bestimmung des Sandwich-Stützmoments aus gegebener äußerer Last
f_c	Faktor zur Bestimmung der Zwischenauflegerkraft aus gegebener Stützenverschiebung
f_d	Faktor zur Bestimmung der Zwischenauflegerkraft aus gegebener äußerer Last
f_e	Verhältnis zwischen Sandwich-Stützmoment und Zwischenauflegerkraft aus dem Ersatzträgerversuch
f_{exp}	Faktor zur Beschreibung der Verformungsabweichung zwischen Versuch und Berechnung
f_k	Faktor zur Beschreibung der Abweichung des Schubsteifigkeitsbeiwerts k zwischen Versuch und Berechnung
f_{orth}	Funktion zur Beschreibung des Einflusses der endlichen Kerndicke auf die Knitterspannung bei orthotropen Kern im Modell von Thermann (1989), Gleichung (3.47); wird für unendliche Kerndicken zu eins
f_w	Dimensionsloser Anpassungsfaktor des Winkler'schen Bettungsmoduls
f_B	Spezielle Form von f_w : Formfaktor im Modell von Meyer (2000), siehe Tabelle 3.3
f_{C_c}	Druckfestigkeit des Kernmaterials bzw. Druckfestigkeit bei 10 % Stauchung
$f_{C_{cy}}$	Druckfestigkeit des Kernmaterials am Abknickpunkt bzw. „Fließ“-Punkt (Schnittpunkt der Elastizitätsgeraden mit der Verfestigungsgeraden)
f_{C_t}	Zugfestigkeit des Kernmaterials
f_{C_v}	Kurzzeit-Schubfestigkeit des Kernmaterials
$f_{C_{vT}}$	Langzeit-Schubfestigkeit des Kernmaterials
$f_{\sigma_{w1,t}}$	Abminderungsfaktor der Knitterspannung des äußeren Deckblechs bei Blechdicken $t \geq 0,63$ mm
$f_{\sigma_{w2,t}}$	Abminderungsfaktor der Knitterspannung des inneren Deckblechs bei Blechdicken $t \geq 0,63$ mm
$f_{\sigma_{w1,T}}$	Abminderungsfaktor der Knitterspannung des äußeren Deckblechs bei $T \geq 60^\circ\text{C}$
f_y	Fließspannung
g	Eigengewicht je Längeneinheit (längs)
$g(\theta)$	Funktion zur Beschreibung der Bettung im Modell von Allen (1969), siehe Gleichung (3.18)
h	Höhe
i, j	Lauf- bzw. Zählvariable bei iterativen Berechnungen bzw. bei mehrfachen Operationen; Platzhalter
k	Faktor zur Berücksichtigung der Schubsteifigkeit: $k = 3B_S/(L^2G_C A_C)$
k	Faktor zur Berücksichtigung der Lastausbreitung, bei PUR bzw. PIR-Kern: $k = 0,5$ (entspricht einer Lastausbreitung von 2:1 bis zur Kernmitte)
k_1	Bettungsparameter, Dimension Kraft/Länge (Bezug auf Einheitsbreite)
k_s	Bettungsparameter: Winkler'scher Bettungsmodul multipliziert mit Bezugsbreite
k_w	Winkler'scher Bettungsmodul, Dimension Kraft/Länge ³ (Bezug auf Einheitsbreite)
m	Anzahl der Beulen in x -Richtung
n	Anzahl der Beulen in y -Richtung
n	Halbwellenzahl des elastisch gebetteten Druckstabs
n	Anzahl; Schritt

n_{cr}	Kritische Halbwellenzahl des elastisch gebetteten Druckstabs bei Knicklast
n_1	Anzahl der Stege der profilierten Deckschicht (außen)
n_x	Plattennormalkraft in Längsrichtung je Breitereinheit
n_y	Plattennormalkraft in Querrichtung je Breitereinheit
n_{xy}	Schubkraft in bzw. parallel zur Plattenebene je Breitereinheit
p	Bettungsdruck
s	Schneelast
s_k	Charakteristische Schneelast
s_X	Standardabweichung der Größe X
s_δ	Beiwert bei orthotroper Kernschicht endlicher Dicke
s_ω	Beiwert bei orthotroper Kernschicht endlicher Dicke
t	Deckschichtdicke (Dicke des statisch wirksamen Materials); Dicke
t_1	Deckschichtdicke außen (Dicke des statisch wirksamen Materials)
t_2	Deckschichtdicke innen (Dicke des statisch wirksamen Materials)
t_{nom1}	Nenndeckschichtdicke außen (einschließlich Beschichtung)
t_{nom2}	Nenndeckschichtdicke innen (einschließlich Beschichtung)
t_{zinc}	Dicke der Zinkschicht, in dieser Arbeit mit 0,04 mm angesetzt
u	Verschiebung (längs in Spannrichtung)
v	Verschiebung (quer zur Spannrichtung)
w	Verschiebung (vertikal zur Spannrichtung, positiv nach unten)
w	Windlast
w_0	Maximalwert bzw. Amplitude der Verformung
w_0	Anfangsverformung im Modell von Meyer (2000)
w_0	Verformung unter der Lasteinleitung im Modell von Lübke (2014)
w_h	Homogene Lösung der Vertikalverschiebung
w_k	Charakteristische Windlast
w_{max}	Maximale Vertikalverschiebung der Deckschicht
Δw	Differenz-, Stützenverschiebung (vertikal zur Spannrichtung, positiv nach unten)
x, y, z	Achsenbezeichnung für Sandwichelemente: Orientierung längs in Spannrichtung (x), quer zur Spannrichtung (y), vertikal zur Spannrichtung – positiv nach unten (z)

Große lateinische Buchstaben

A	Fläche
A_C	Kernfläche
A_{F1}	Deckschichtfläche außen
A_{F2}	Deckschichtfläche innen
$A_{F,eff,W}$	Deckschichtfläche des wirksamen Querschnitts für den Querschnittswiderstand
A_s	Wirksame Sickenfläche des Ersatzstabs, siehe Abbildung 4.4
$A_{s,red}$	Wirksame Sickenfläche des Ersatzstabs unter Berücksichtigung von Forminstabilität
B	(Projizierte) Breite der Deckschicht bzw. des Sandwichelementes
B_1	Abgewinkelte Breite der äußeren Deckschicht

B_2	Abgewinkelte Breite der inneren Deckschicht
B_F	Biegesteifigkeit der Deckschicht
B_{F1}	Biegesteifigkeit der äußeren Deckschicht
B_{F2}	Biegesteifigkeit der inneren Deckschicht
B_S	Biegesteifigkeit des Sandwichteils des Querschnitts
$B_{s,eff}$	Biegesteifigkeit des Ersatzstabes zur Berücksichtigung der wirksamen Breite, siehe Abbildung 4.4
D	Gesamthöhe (maximale Außenmaße) des Elements bzw. bei profilierten Elementen des dominierenden Elementteils, siehe Abbildung 2
E_0	Elastizitätsmodul des Kernmaterials im Modell von Martikainen und Hassinen (1996): $E_0 = E_C / (1 - \nu_C^2)$
E_C	Elastizitätsmodul des Kernmaterials (quer zur Sandwichebene)
E_{C1}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Elastizitätsmodul des Kernmaterials der ersten (randnahen) Schicht
E_{C2}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Elastizitätsmodul des Kernmaterials der zweiten (randabgewandten) Schicht
E_{Cc}	Elastizitätsmodul des Kernmaterials auf Druck (quer zur Sandwichebene)
$E_{Cc,pl}$	Verfestigungsmodul des Kernmaterials auf Druck (quer zur Sandwichebene) nach Überschreiten von f_{Cy}
E_{Ci}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Elastizitätsmodul des Kernmaterials der Schicht i
E_{Ct}	Elastizitätsmodul des Kernmaterials auf Zug (quer zur Sandwichebene)
E_{Cx}	Elastizitätsmodul des Kernmaterials bei Orthotropie in x -Richtung
E_{Cy}	Elastizitätsmodul des Kernmaterials bei Orthotropie in y -Richtung
E_{Cz}	Elastizitätsmodul des Kernmaterials bei Orthotropie in z -Richtung
$E_{Cxx} \dots$	Elastizitätsmodul des ebenen Verzerrungszustandes des Kernmaterials bei Orthotropie
E_{Czz}	
E_F	Elastizitätsmodul der Deckschicht
E'_F	Elastizitätsmodul der Deckschicht bei ebenem Verzerrungszustand: $E'_F = E_F / (1 - \nu_F^2)$
E_{F1}	Elastizitätsmodul der äußeren Deckschicht
E_{F2}	Elastizitätsmodul der inneren Deckschicht
F	Kraft; Last, Belastung
F_{exp}	Traglast im Experiment
F_{FEM}	Traglast in der numerischen Berechnung mittels FEM
F_{R2}	Druckauflagertragfähigkeit an Zwischenauflagern nach DIN EN 14509: $F_{R2} = f_{Cc} (L_S + k \cdot e) B$
G	Dauerhafte Beanspruchung, Eigengewicht
G_C	Schubmodul des Kernmaterials
G_{C1}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Schubmodul des Kernmaterials der ersten (randnahen) Schicht
G_{C2}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Schubmodul des Kernmaterials der zweiten (randabgewandten) Schicht
I_F	Flächenträgheitsmoment der Deckschicht
I_{F1}	Flächenträgheitsmoment der äußeren Deckschicht
I_{F2}	Flächenträgheitsmoment der inneren Deckschicht
$I_{F,eff,BF}$	Flächenträgheitsmoment des wirksamen Querschnitts der Deckschicht für die Deckschichtsteifigkeit
$I_{F,eff,W}$	Flächenträgheitsmoment des wirksamen Querschnitts der Deckschicht für

	den Querschnittswiderstand
I_s	Flächenträgheitsmoment der wirksamen Sickenfläche
$I_{s,\text{red}}$	Flächenträgheitsmoment der wirksamen Sickenfläche unter Berücksichtigung von Forminstabilität
K	Steifigkeitswert der Bettung beim Knitterversagen in der Herleitung von Stamm und Witte (1974), siehe Gleichung (3.10) bzw. (3.14)
K_1	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Steifigkeitswert der Bettung der ersten (randnahen) Schicht beim Knitterversagen nach Hassinen und Misiak (2012) bestimmt mit Gleichung (3.10)
K_{1,G_C}	<i>Bei inhomogenem Kernmaterial:</i> Steifigkeitswert der Bettung der ersten (randnahen) Schicht beim Knitterversagen bestimmt mit Gleichung (3.14)
K_{orth}	<i>Bei orthotropem Kernmaterial:</i> Steifigkeitswert der Bettung beim Knitterversagen in der Herleitung von Thermann (1989), siehe Gleichung (3.37)
L	(Einzel-)Stützweite
$L_{2\text{FT}}$	Einzelstützweite im Zweifeldträgerversuch
L_{EST}	Stützweite im Ersatzträgerversuch
L_S	Lasteinleitungslänge in Spannrichtung
$L_{S,\text{eff}}$	Effektive Lasteinleitungslänge im Modell von Meyer (2000)
$L_{S,\text{nom}}$	Nominelle Lasteinleitungslänge in Spannrichtung
M	Biegemoment; <i>teilweise auch:</i> Stützmoment
$M_{0,\text{II}}$	Biegemoment der Deckschicht nach Theorie II. Ordnung bei sinusförmiger Vorverformung der Deckschicht mit dem Stich e_0
$M_{2\text{FT}}$	Stützmoment im Zweifeldträgerversuch
M_{EST}	Maximales Biegemoment im Ersatzträgerversuch
M_F	Biegemoment der Deckschicht
M_{F1}	Biegemoment der äußeren Deckschicht
M_{F2}	Biegemoment der inneren Deckschicht
$M_{F,\text{max}}$	Maximales Biegemoment der Deckschicht
$M_{F,\text{el}}$	Elastisches Biegemoment der Deckschicht
$M_{F,\text{el,eff}}$	Elastisches Biegemoment der wirksamen Deckschicht auf Basis von $I_{F,\text{eff,W}}$
$M_{F,\text{pl}}$	Plastisches Biegemoment der Deckschicht
M_S	Biegemoment oder Stützmoment aus Sandwichwirkung
$M_{S,2\text{FT}}$	Stützmoment aus Sandwichwirkung im Zweifeldträgerversuch
$M_{S,\text{max,EST}}$	Maximales Stützmoment aus Sandwichwirkung im Ersatzträgerversuch, entspricht zumeist dem Stützmoment aus Sandwichwirkung infolge Knitterversagens
$M_{S,\text{EST}}$	Stützmoment aus Sandwichwirkung im Ersatzträgerversuch
$M_{S,G}$	Stützmoment aus Sandwichwirkung infolge Eigengewicht
M_T	Stützmoment (aus Sandwichwirkung) infolge Leiteinwirkung Temperatur
$M_{W/S}$	Stützmoment (aus Sandwichwirkung) infolge Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee
N	Axiale Druckkraft (Schnittgröße)
N_0	Modifizierte Normalkraft der Deckschicht, die multipliziert mit e_0 das Moment $M_{0,\text{II}}$ erzeugt
$N_{\text{cr,w}}$	Zu $\sigma_{\text{cr,w}}$ zugehörige Normalkraft der Deckschicht
$N_{\text{cr,s}}$	Knicklast des elastisch gebetteten Druckstabs
N_F	Axiale Druckkraft der Deckschicht
N_{F1}	Axiale Druckkraft der äußeren Deckschicht
N_{F2}	Axiale Druckkraft der inneren Deckschicht

$N_{F,pl}$	Plastische Normalkraft der Deckschicht
N_w	Zu σ_w zugehörige Normalkraft der Deckschicht
$N_{w,red}$	Zu $\sigma_{w,red}$ zugehörige Normalkraft der Deckschicht
R	Zwischenauflegerkraft
R_C	Analytische Zwischenauflegerkraft im Modell von Martikainen und Hassinen (1996)
R_{eH}	Obere Streckgrenze (vor Beginn des Fließplateaus)
R_G	Zwischenauflegerkraft infolge Eigengewicht
$R_{p0,2}$	Streckgrenze bei 0,2% Dehnung
R_R	Analytische Zwischenauflegerkraft im Modell von Martikainen und Hassinen (1996)
R_T	Zwischenauflegerkraft infolge Leiteinwirkung Temperatur
$R_{W/S}$	Zwischenauflegerkraft infolge Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee
T	Temperatur
ΔT	Linear veränderliche Temperaturdifferenz über die Bauteilhöhe
V	Querkraft
ΔV	Verdrängtes Volumen im Modell von Lübke (2014)
V_F	Querkraft der Deckschicht
V_{F1}	Querkraft der äußeren Deckschicht
V_{F2}	Querkraft der inneren Deckschicht
$W_{F,el}$	Elastisches Widerstandsmoment der Deckschicht
$W_{F,eff,W}$	Elastisches Widerstandsmoment des wirksamen Querschnitts der Deckschicht (für den Querschnittswiderstand)
$W_{F,eff,W}$ (a)	Widerstandsmoment $W_{F,eff,W}$ der Außenseite der Deckschicht (zur Luft hin)
$W_{F,eff,W}$ (i)	Widerstandsmoment $W_{F,eff,W}$ der Innenseite der Deckschicht (zum Kern hin)

Kleine griechische Buchstaben

α	Verhältnis Deckschichtbiegesteifigkeit zu Sandwich-Biegesteifigkeit
α	Halbwellenzahl: $\alpha = (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{0,5}$
α	Beiwert im Modell von Martikainen und Hassinen (1996)
α	Beiwert bei orthotroper Kernschicht endlicher Dicke
α_0	Beiwert zur Berechnung der Verformung $w(x)$ eines elastisch gebetteten Balkens unter einer Einzellast
α_{crit}	Halbwellenzahl bei Knittern im Modell von Meyer (2000)
$\alpha_{cr,s}$	Spannungsverhältnis im Modell von Baehre und Kech
α_p	Beulwellenverhältnis: $\alpha_p = a_x/a_y$
α_w	Verhältnis zwischen ungestörter und ideeller Knitterspannung: $\alpha_w = \sigma_w/\sigma_{cr,w}$
α_x, α_y	Halbwellenzahl längs bzw. quer: $\alpha_x = \pi/a_x, \alpha_y = \pi/a_y$
$\alpha_{x,0}$	Startwert der Halbwellenzahl für die Iteration von α_x im Modell von Meyer (2000)
$\alpha_{x,n}$	Halbwellenzahl in der n . Iteration im Modell von Meyer (2000)
β_0	Beiwert zur Berechnung der Verformung $w(x)$ eines elastisch gebetteten Balkens unter einer Einzellast
$\bar{\beta}_0$	Beiwert im Modell von Martikainen und Hassinen (1996)
γ	Faktor zur Berücksichtigung der Schubsteifigkeit $\gamma = B_S/(L^2 G_C A_C)$
γ	Parameter zur Beschreibung der Abnahme von Φ über die Kerndicke

δ	Beiwert bei orthotroper Kernschicht endlicher Dicke
δ	Beiwert im Modell von Martikainen und Hassinen (1996)
ε	Belastungsstelle: $\varepsilon = x/L$
ε_{EST}	Beiwert zur Berechnung des Sandwich-Stützmoments profilierter Sandwichelemente, siehe Gleichung (A.4)
ε_u	Bruchdehnung; bei Kerndruckversuchen mit PUR/PIR 10 %
ε_y	Fließdehnung
η_3	Unteres Grenzverhältnis der Zwischenauflegerkräfte: $\eta_3 = 1 + 3 \cdot (1 - M_{W/S}/M_T)$
η_{10}	Oberes Grenzverhältnis der Zwischenauflegerkräfte: $\eta_{10} = 1 + 10 \cdot (1 - M_{W/S}/M_T)$
η_f	siehe η_3 für $f = 3$ bzw. η_{10} für $f = 10$
θ	Bezogene Halbwellenzahl längs: $\theta = \alpha_x \cdot d_C$
λ	Abklingzahl: $\lambda = L_S \sqrt[4]{k_w B / (4B_{F2})}$
λ	Beiwert zur Berechnung profilierter Sandwichelemente: $\lambda = \sqrt{(1 + \alpha) / (\alpha \cdot \gamma)}$
$\bar{\lambda}_c$	Bezogene Schlankheit des elastisch gebetteten ebenen Teilfelds bei knickstabähnlichem Verhalten
$\bar{\lambda}_p$	Bezogene Schlankheit des elastisch gebetteten ebenen Teilfelds
$\bar{\lambda}_{p,red}$	Infolge Forminstabilität reduzierte bezogene Schlankheit des elastisch gebetteten ebenen Teilfelds
$\bar{\lambda}_s$	Bezogene Schlankheit des elastisch gebetteten wirksamen Ersatzstabs
μ_1	Formbeiwert für die Schneelastermittlung geneigter Dächer
ν_0	$\nu_0 = \nu_C / (1 - \nu_C)$
ν_C	Querkontraktionszahl des Kernmaterials: <i>In dieser Arbeit für PUR: $\nu_C = 0,25$</i>
$\nu_{Cx} \dots \nu_{Cz}$	Modifizierte Querkontraktionszahlen des Kernmaterials, siehe Gleichungen (3.38) bis (3.40)
ν_{Cxy}, \dots	Querkontraktionszahlen des Kernmaterials bei Orthotropie
ν_F	Querkontraktionszahl der Deckschicht: <i>Für Stahl: $\nu_F = 0,3$</i>
ξ	Bezogene Auswertungsstelle: $\xi = x/L$
ξ	Kernsteifigkeitsverhältnis: E_C/G_C im Modell von Martikainen und Hassinen (1994)
ξ	Formbeiwert im Modell von Lübke (2014)
ρ	Normierte Steifigkeit für verschiedene Modelle des Beulens bzw. Knitterns, siehe Gleichungen (3.19), (3.20), (3.36)
ρ	Abminderungsfaktor der Teilfeldbreite
ρ_c	Abminderungsfaktor der Teilfeldbreite aus der Interaktion zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten
ρ_C	Dichte des Kernmaterials
σ_C	Spannung im Kern
σ_{Cc}	Druckspannung im Kern
σ_{com}	Einwirkende Druckspannung in der Schwerlinie der Steife berechnet mit dem wirksamen Querschnitt
$\sigma_{cr,c}$	Ideelle (kritische) Beulspannung des elastisch gebetteten ebenen Teilfelds bei knickstabähnlichem Verhalten
$\sigma_{cr,p}$	Ideelle (kritische) Beulspannung des elastisch gebetteten ebenen Teilfelds
$\sigma_{cr,s}$	Ideelle (kritische) Knitter-/Knickspannung des elastisch gebetteten wirksamen Ersatzstabs
$\sigma_{cr,w}$	Ideelle (kritische) Knitterspannung

$\sigma_{cr,w,eff}$	Ideelle (kritische) Knitterspannung des wirksamen Querschnitts
σ_F	Normalspannung der Deckschicht
σ_{F1}	Normalspannung der äußeren Deckschicht
σ_{F11}	Normalspannung am außen liegenden Rand der äußeren Deckschicht
σ_{F12}	Normalspannung am innen liegenden Rand der äußeren Deckschicht
σ_{F2}	Normalspannung der inneren Deckschicht
σ_{F21}	Normalspannung am innen liegenden Rand der inneren Deckschicht
σ_{F22}	Normalspannung am außen liegenden Rand der inneren Deckschicht
σ_F	Normalspannung der Deckschicht
σ_w	(Ungestörte) Knitterspannung unter Traglast
σ_{w1}	(Ungestörte) Knitterspannung der äußeren Deckschicht unter Traglast
σ_{w2}	(Ungestörte) Knitterspannung der inneren Deckschicht unter Traglast
$\sigma_{w,eff}$	(Ungestörte) Knitterspannung des wirksamen Querschnitts
$\sigma_{w,red}$	(Durch lokale Lasteinleitung) gestörte Knitterspannung unter Traglast
τ_C	Schubspannung im Kern
τ_{F1}	Schubspannung in der äußeren Deckschicht
τ_{F2}	Schubspannung in der inneren Deckschicht
φ_{2000}	Kriechbeiwert für 2000 h Belastung
φ_{100000}	Kriechbeiwert für 100 000 h Belastung
ϕ_1	Stegneigung zur Horizontalen bei der ersten (äußeren) Deckschicht
χ	Parameter im Modell von Baehre (1989) bzw. Kech (1991): $\chi = (K \cdot \alpha_y^3) / (2 \pi^3 \cdot B_F)$
χ_c	Parameter zur Bestimmung von ρ_c bei knickstabähnlichem Verhalten, siehe Gleichung (4.50)
χ_d	Abminderungsfaktor der wirksamen Sickenfläche des Ersatzstabs bei Forminstabilität
ψ	Spannungsverhältnis
ω	Beiwert bei orthotroper Kernschicht endlicher Dicke

Große griechische Buchstaben

Δ	Differenz
Λ	Charakteristische Länge im Modell von Martikainen und Hassinen (1996)
Φ	Funktion zur Beschreibung der Abnahme der Bettungsparameter über die Kerndicke im Modell von Martikainen und Hassinen (1994)
Φ	Parameter zur Bestimmung von χ_c bei knickstabähnlichem Verhalten, siehe Gleichung 4.51

Abkürzungen

I	Sandwichelemente mit geringer Deckschichtdicke: $t_{nom1/2} = 0,55 / 0,45$ mm
II	Sandwichelemente mit großer Deckschichtdicke: $t_{nom1/2} = 0,70 / 0,75$ mm
2FT	Zweifeldträger
3FT	Dreifeldträger
BF	Bezug auf Deckschichtsteifigkeit

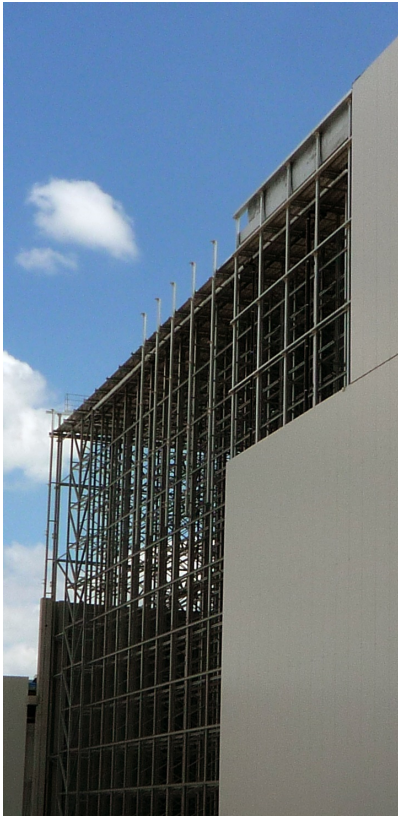
DMS	Dehnmessstreifen
DP	Dachprofiliert
E	Eben
easie	<i>Ensuring Advancement in Sandwich Construction through Innovation and Exploitation</i> (abgeschlossenes Forschungsprojekt)
eff	Wirksam
EFT	Einfeldträger
EST	Ersatzträger
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
FW	Flach gewellt
Gl.	Gleichung
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
HSAPT	<i>High-order Sandwich Panel Theory</i>
L	Liniert
LE	Leiteinwirkung
max	Maximal
MFT	Mehrfeldträger
mittl.	Mittlerer, mittlere, mittleres
ML	Mikroliniert
MW	Mineralwolle
nom	Nominell
n.	Nach
PUR	Polyurethan-Hartschaum
PIR	Polyisocyanurat
RHP	Rechteckhohlprofil
S	Gesickt
temp	Temporär
Tol	Toleranzgrenze
Tragl.	Traglast
QHP	Quadrathohlprofil
W	Bezug auf Querschnittswiderstand
zugh	Zugehörig

1 Einleitung

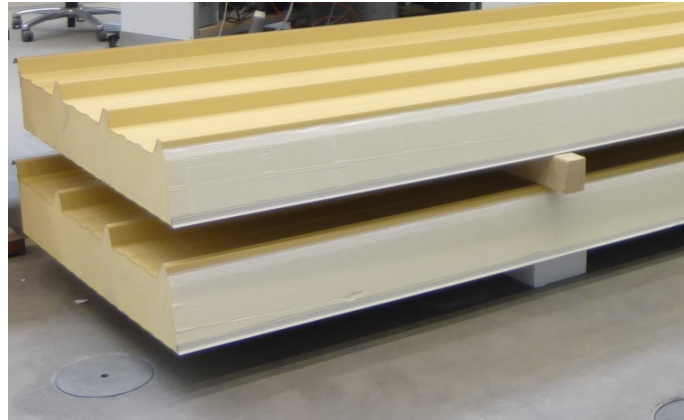
1.1 Sandwichelemente im Bauwesen

Im Bauwesen werden Sandwichelemente typischerweise als Wandverkleidung und Dacheindeckung verwendet. Sie bilden die äußere Hülle eines Gebäudes, in der alle bauphysikalischen Aufgaben vereint sind. Dazu gehören die Wärmedämmung, die Sicherstellung der Luftdichtheit, der Schutz vor äußeren Einflüssen wie Wind, Regen oder Schnee sowie der Schall- und Brandschutz. Zusätzlich zu den Anforderungen aus der Bauphysik sind Sandwichelemente in der Lage, ihr Eigengewicht und die auf sie einwirkenden Lasten wie Wind oder Schnee auf die Unterkonstruktion zu übertragen. All diese Funktionen werden durch den namensgebenden Aufbau des Querschnitts ermöglicht. Die beiden Außenseiten bestehen aus dünnen Deckschichten und umhüllen den Kern aus wärmedämmendem Material. Erst die schubfeste Verbindung von Deckschicht und Kern ermöglicht die hohe Tragfähigkeit der Elemente. Die Deckschichten bestehen typischerweise aus Stahl, selten auch aus Aluminium, mit Dicken zwischen 0,4 mm und 0,75 mm. Nur vereinzelt sind Dicken bis zu 1,0 mm anzutreffen. Andere metallische Deckschichten oder Deckschichten aus faserverstärkten Kunststoffen stellen im Bauwesen Nischenprodukte dar. Als Kernmaterial wird meistens Polyurethanhartschaum (PUR) bzw. das chemisch sehr ähnliche Polyisocyanurat (PIR) verwendet. Bei höheren Anforderungen an den Brand- und Schallschutz wird auf die teurere Mineralwolle (MW) zurückgegriffen. Andere Kernmaterialien finden in Deutschland kaum Verwendung. Im Vergleich zu Stahl ist der Kern außerordentlich leicht, sehr weich und wenig druckfest, jedoch hervorragend dämmend. Seine Dicke nimmt mindestens 30 mm ein und übersteigt nur in Sonderfällen 200 mm. Der beschriebene Aufbau führt zu einer beachtlichen Tragfähigkeit bei geringem Eigengewicht. Die Produktion findet fast ausschließlich in einem kontinuierlichen Herstellungsprozess statt, wodurch quasi beliebige Lieferlängen möglich sind. Insgesamt zeichnet sich die Sandwichbauweise durch einen hohen Vorfertigungsgrad aus, der sich positiv auf Wirtschaftlichkeit und Qualität auswirkt.

In der Bauausführung werden Querstöße zur Sicherstellung der Dichtigkeit weitgehend vermieden. In Verbindung mit dem geringen Eigengewicht werden daher große Elementlängen bevorzugt. Dadurch werden aus statischer Sicht häufig Mehrfeldträgersysteme erforderlich, wie in Abbildung 1.1a dargestellt. Die Montage ist auf Stabtragwerken aus Kalt-, Walz-, Holz- oder Stahlbetonprofilen möglich, sodass abhängig von der Unterkonstruktion sowohl die Einzelspannweiten als auch die Auflagerbreiten stark variieren. Aus statischer Sicht muss zudem zwischen den in Abbildung 1.1b und 1.1c beispielhaft dargestellten Wand- und Dachelementen unterschieden werden. Bei Dachelementen nimmt die starke Profilierung der äußeren Deckschicht auf die gesamte Biegesteifigkeit einen so großen Einfluss, dass sie in der Berechnung berücksichtigt werden muss.



(a) Verlegung als Mehrfeldträger.



(b) Dachelemente.



(c) Wandelement.

Abbildung 1.1: Sandwichelemente.

1.2 Problemstellung und Zielsetzung

Sandwichelemente werden in den Feldmitten primär durch Biegung und an den Endauflagern primär durch Querkraft bzw. die Auflagerkraft belastet. An den Stellen lokaler Lasteinleitung kommt es hingegen zu einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung und einzuleitender Last. Zwischenaufleger durchlaufender Sandwichelemente sind davon besonders betroffen, da an diesen Stellen sowohl das Moment als auch die Auflagerkraft sehr hohe Werte annehmen. Die dem Auflager zugewandte Deckschicht wird dabei zweifach beansprucht. Neben der Normalspannung aus globaler Biegung entsteht eine Zusatzbeanspruchung aus der lokalen Lasteinleitung der Auflagerkraft (siehe Abbildung 1.2). Diese zusätzliche Beanspruchung wirkt senkrecht zur Deckschichtebene und wirkt sich ungünstig auf die Tragfähigkeit aus. Die lokale Lasteinleitung führt zu einer Störung, weswegen sich in diesem Zusammenhang der Begriff „gestörte Biegetragfähigkeit“ anbietet. In der Literatur ist die Bezeichnung „Interaktion zwischen Biegemoment und Auflagerkraft“ häufig anzutreffen, womit auf den typischen Anwendungsfall an Zwischenauflagern Bezug genommen wird. Die Bestimmung der Tragfähigkeit an ebendieser Stelle ist kein kürzlich aufgetretenes Problem, sondern beschäftigte die Forschung bereits vor Jahren (z. B. Schulz 1993; Hassinen und Martikainen 1994; Berner 1995). Die damals wie heute in der Praxis ausschließlich zur Anwendung kommende Bestimmung der gestörten Biegetragfähigkeit erfolgt im Ersatzträgerversuch, einem Drei-Punkt-Biege-Versuch, wie in Abbildung 1.3 zu sehen. Ob der Ersatzträgerversuch die Gegebenheiten an einem Durchlaufsystem richtig abbildet, wird vorausgesetzt, ohne dass dies bis jetzt systematisch überprüft wurde. Eine

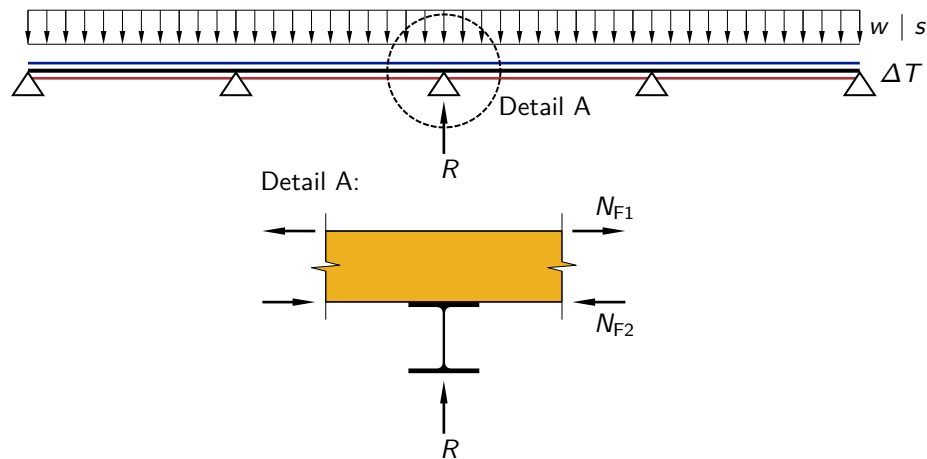


Abbildung 1.2: Gestörte Biegetragfähigkeit am Zwischenaufleger durch Interaktion zwischen Stützmoment und Zwischenauflegerkraft.



Abbildung 1.3: Ersatzträgerversuch.

Überprüfung dieser Voraussetzung soll in der vorliegenden Arbeit über die Durchführung von Zweifeldträgerversuchen und FE-Berechnungen erfolgen. Diese Überprüfung stellt das erste von drei untersuchten Hauptproblemen dar.

Bezüglich des Ersatzträgerversuchs fällt eine weitere Entwicklung auf, die einer Klärung bedarf. Waren in den frühen Arbeiten von Schulz (1993), Hassinen und Martikainen (1994) und Berner (1995) Spannweiten von etwa 1 m oder sogar weniger im Ersatzträgerversuch anzutreffen, führt DIN EN 14509:2013-12 zu Werten, die zwischen 3 m und 6 m – in Ausnahmefällen sogar 7 m oder 8 m – liegen. Die Spannweite ist deshalb so bedeutsam, da sie direkt den Zielwert, die ertragbare Normalspannung am Zwischenaufleger, beeinflusst. Dies wirft zwei miteinander verknüpfte Fragen auf, die das zweite Hauptproblem bilden: Welche Spannweiten sind in realen System anzutreffen? Und wie wirkt sich eine Veränderung der Spannweite auf die Tragfähigkeit aus? Beiden Fragen soll in dieser Arbeit nachgegangen werden.

Die versuchsgestützte Ermittlung der Tragfähigkeit ist sehr aufwändig und kostenintensiv, da die Versuche für jeden Hersteller und jeden Kernwerkstoff gesondert durchgeführt werden müssen. Bestrebungen, die gestörte Biegetragfähigkeit rechnerisch zu erfassen, sind in den oben aufgezählten und in später veröffentlichten Arbeiten (Meyer 2000; Lübke 2014) enthalten. Jedes Berechnungsmodell weist Einschränkungen auf, sodass keines Einzug in die aktuell gültige Norm DIN EN 14509:2013-12 gefunden hat. Sie schreibt den Ersatzträgerversuch vor. Daraus ergibt sich das dritte Hauptproblem dieser Arbeit: Die Bestimmung der Tragfähigkeit an Zwischenauflagern mittels eines Berechnungsverfahrens. Für die Untersuchung der drei Hauptprobleme werden folgenden Eingrenzungen vorgenommen:

- Einerseits sollen als Kernmaterial nur PUR bzw. PIR in der Kombination mit Deckschichten aus Stahl betrachtet werden. Im Vergleich zu der in Blöcken geschnitten Mineralwolle weisen PUR bzw. PIR keine Diskontinuitäten auf und können in Querrichtung als homogen betrachtet werden. Somit wird durch den Verzicht auf Mineralwolle ein zusätzlicher Unsicherheitsfaktor ausgeschlossen. Stahl als Deckschichtmaterial ist sehr gut erforscht und kann mittels bilinearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung realitätsnah abgebildet werden. Für die betrachtete Kombination aus einem PUR/PIR-Kern und Deckschichten aus Stahl spricht aus praktischen Gesichtspunkten die überwiegende Verwendung in Deutschland.
- Andererseits betrifft die Eingrenzung die Störung der Biegetragfähigkeit. Sie tritt in zwei verwandten, jedoch im Detail stark unterschiedlichen Varianten auf. Einerseits bei abhebenden, andererseits bei andrückenden Lasten. Während im ersten Fall die Lasten punktuell von Schrauben aufgenommen werden, erfolgt im zweiten Fall eine flächige Auflagerung in Abhängigkeit von der verwendeten Unterkonstruktion. Bei punktueller Lagerung tritt lokal zwangsläufig ein dreidimensionaler Lastabtrag auf, wohingegen es bei flächiger Auflagerung mit guter Näherung möglich ist, den Lastabtrag in nur zwei Dimensionen zu betrachten. Aus dieser Überlegung heraus und mit dem Wissen, dass kein anerkanntes Berechnungsmodell existiert, ist es sinnvoll, zunächst den einfacheren Fall des zweidimensionalen Lastabtrags zu betrachten. Daher beschränkt sich diese Arbeit auf Lastfälle, die andrückende Zwischenauflagerkräfte hervorrufen. Dazu gehören Winddruck- und Schneelasten sowie die Temperaturdifferenz für den Winterlastfall.

Trotz der genannten Einschränkungen ist das Ziel, ein vollständiges Berechnungsmodell für die Bestimmung der gestörten Biegetragfähigkeit zu entwickeln, wissenschaftlich sehr herausfordernd. Schließlich ist die Biegetragfähigkeit ohne Störlasten ein noch ungelöstes Problem. So sei vorweggenommen, dass die Erreichung des Ziels nur unter weiteren Einschränkungen möglich sein wird. Dies betrifft erstens den erforderlichen Berechnungsaufwand: Die Bestimmung der Eingangswerte und die Berechnung selbst sind sehr umfangreich. Zweitens betrifft dies die Beschaffenheit der Sandwichelemente: Es muss vorausgesetzt werden, dass die Kerneigenschaften keinen großen Streuungen unterliegen. Zudem darf im zugehörigen Einfeldträgerversuch die beobachtete Steifigkeit nur moderat von der berechneten Steifigkeit mittels Sandwichtheorie abweichen. Und drittens ist die Qualität der erreichbaren Berechnungsergebnisse betroffen: Trotz allen Aufwands weisen die Berechnungen gewisse Abweichungen von den Versuchsergebnissen auf. Zur Verbesserung des dritten Punktes wird sich u. a. zeigen, dass bisher nicht alle Eigenschaften der Sandwichelemente in ausreichendem Maß ermittelt werden, um die gestörte Biegetragfähigkeit in höherer Genauigkeit rechnerisch zu erfassen.

1.3 Hinweise und Festlegungen

Bevor der inhaltliche Teil der Arbeit mit der Vorstellung der Gliederung beginnt, werden mit Blick auf die Verständlichkeit Hinweise zur Zitierweise gegeben. Zudem wird der Gebrauch bestimmter Begriffe vorgestellt. Bezüglich des Zitierens der aktuellen Norm für Sandwichelemente DIN EN 14509:2013-12 wird festgelegt, dass ohne zusätzliche Jahres- und Monatsangabe immer die Version von 2013-12 gemeint ist. Ihre Vorversion aus 2007 wird ausschließlich in der Form „DIN EN 14509:2007-02“ verwendet. Bei Vergleichen zwischen den Normen wird DIN EN 14509:2013-12 zu Teilen ebenfalls mit Jahres- und Monatsangabe versehen. Für die allgemeine Zitierweise wurde entgegen dem üblichen Gebrauch in den Ingenieurwissenschaften entschieden, Verweise auf den exakten Ort innerhalb der Quelle zu geben. Somit wird dem Leser das Finden der zitierten Stelle erleichtert. Die gegebenen Verweise sind kontextbezogen verschieden. Textstellen werden auf Seitenzahlen oder Kapitel bzw. Abschnitte bezogen, Tabellen, Abbildungen und Gleichungen auf die verwendete Nummer in der Quelle. Lediglich bei wenigen Seiten umfassenden Artikeln und bei Verweisen, die sich auf die Gesamtheit oder einen großen Teil der Arbeit beziehen, wurde der Einfachheit halber auf eine differenzierte Angabe der Textstelle verzichtet. Gleichungen, die in der vorliegenden Arbeit verwendet und an späterer Stelle erneut aufgeführt werden, behalten ihre Nummer, die sie bei Erstverwendung erhalten haben.

Dem Begriff „Knitterspannung“ kommt in dieser Arbeit eine besondere Bedeutung zu. Da eine einheitliche Verwendung in der Literatur nicht vorliegt, wird Folgendes festgelegt: *Knittern* und die dazugehörige Knitterspannung bzw. Knitterlast beschreiben immer ein Versagen, das über die gesamte Bauteilbreite verläuft. In Querrichtung örtlich begrenztes Stabilitätsversagen wird als *Beulen* bezeichnet. Bezüglich der Knitterspannung werden drei verschiedene Begrifflichkeiten unterschieden: Die *ideelle Knitterspannung* setzt ein imperfektionsfreies Bauteil unter reiner Normalkraftbeanspruchung der betrachteten Deckschicht voraus und stellt im mechanischen Sinn eine Verzweigungsspannung dar. Sie wird mit $\sigma_{cr,w}$ abgekürzt. Die tatsächlich erreichbare Knitterspannung unter Traglast, sei es aus einem Versuch oder einem Rechenmodell, setzt ebenfalls voraus, dass ausschließlich Normalkräfte in der betrachteten Deckschicht wirken. Jedoch enthält sie immer unvermeidbare Imperfektionen geometrischen und strukturellen Ursprungs. Sie wird kurz als *Knitterspannung* bezeichnet und mit σ_w abgekürzt. Sofern es zur besseren Unterscheidung notwendig ist, wird für denselben Begriff ebenfalls die Bezeichnung *ungestörte Knitterspannung* verwendet. Für die Knitterspannung unter Traglast, die sich bei zusätzlicher Störung durch eine Querlast rechtwinklig zur Deckschichtebene ergibt, wurde der Begriff *gestörte Knitterspannung* mit der Abkürzung $\sigma_{w,red}$ gewählt. Der Zusatz „red“ – abgeleitet aus dem Englischen „reduced“ nimmt auf die Reduzierung der Traglast durch die Störlast Bezug. Auch die gestörte Knitterspannung beinhaltet den Einfluss von geometrischen wie strukturellen Imperfektionen und gilt für eine Bestimmung sowohl aus Versuchen als auch aus Rechenmodellen.

1.4 Gliederung der Arbeit

Kapitel 2 führt in die Thematik der Sandwichelemente im Bauwesen ein. Diese Einführung ist bewusst knapp gehalten, da sie dem Klären von Begrifflichkeiten sowie dem Aufzeigen von

für diese Arbeit relevanten Sachverhalten dient. Kapitel 2 erhebt daher keinen Anspruch auf eine vollständige Darstellung der Sandwichbauweise. Für diesen Zweck gibt es zahlreiche andere Arbeiten: Beispielsweise sind für die mechanischen Grundlagen Standardwerke aus den frühen Tagen der Sandwichbauweise wie Plantema (1966), Allen (1969) und Stamm und Witte (1974) empfehlenswert. Neuere speziell auf das Bauwesen zugeschnittene Informationen sind umfassend in Koschade (2000), Davies (2001b), Möller, Pöter et al. (2004), Koschade (2011) und Möller, Pöter et al. (2011) oder in kompakter Form in Lange und Berner (2010) zu finden.

In den Kapiteln 3 bis 5 erfolgt die umfangreiche Analyse des Stands der Forschung und Normung. Diese Ausführlichkeit ist notwendig, da es, ohne die intensive Auseinandersetzung mit der ungestörten Biegetragfähigkeit, nicht möglich ist, die gestörte Biegetragfähigkeit zu behandeln. Zusätzlich wird die ideale Knitterspannung eingehend besprochen. Dies erfolgt nicht nur, weil sie vergleichsweise einfach zu berechnen ist und als Gradmesser für die verschiedenen Einflussfaktoren dient. Auch wird sie als Eingangswert im später entwickelten Berechnungsverfahren benötigt. Ein weiterer Grund für die Ausführlichkeit dieser Kapitel liegt darin, dass die verschiedenen Ansätze stets miteinander verglichen wurden, was zwangsläufig eine Bewertung einschloss. Basis für die Betrachtung der Biegetragfähigkeit – sei es mit oder ohne Querdruck – ist das zugrundeliegende mechanische Modell. Dieses geht von einer elastischen Bettung der Deckschicht aus und wird in Kapitel 3 gesondert besprochen. Darauf baut Kapitel 4 auf, welches die Tragfähigkeit unter Biegung enthält. Zusätzlich zur theoretischen Bestimmung wird die Ermittlung der Tragfähigkeit im Versuch und damit die Vorgehensweise in der Normung vorgestellt. Kapitel 5 analysiert den Stand der Forschung und Normung bezüglich der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck. Die vorgestellten Ansätze aus der Literatur greifen in vielen Teilen auf die in Kapitel 3 und 4 gewonnenen Erkenntnisse zurück.

Die in Kapitel 5 dargestellte Auseinandersetzung mit der Literatur warf Fragen auf, die in den Kapiteln 6 und 7 beantwortet werden. Wie eingangs erwähnt, sind in der Literatur einerseits deutliche Unterschiede auszumachen, welche Ersatzträgerlängen als sinnvoll erachtet werden. Um dies zu klären, wurde die in Kapitel 6 dokumentierte Parameterstudie durchgeführt, die zum Ziel hatte, das Verhältnis zwischen Biegung und Querdruck in realen System zu ermitteln. Andererseits war die Versuchsbasis in der Literatur nicht einheitlich, zu Teilen unvollständig und in Anbetracht der Erkenntnisse aus Kapitel 6 nicht umfassend genug. So werden in Kapitel 7 zahlreiche Versuche zur Ermittlung der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck vorgestellt. Um die notwendige Tiefe in den Versuchen zu erhalten, wurden zwei umfangreiche Versuchsserien mit Elementen aus jeweils derselben Produktionscharge durchgeführt. Im Zuge dessen wurde auch den in Abschnitt 1.2 aufgeworfenen Fragen über die Berechtigung des Ersatzträgerversuchs und der Auswirkung der dabei angesetzten Spannweite auf die Tragfähigkeit nachgegangen. Dazu wurden Ersatzträgerversuche mit verschiedenen Längen durchgeführt und mit aufwändigen Zweifeldträgerversuchen verglichen. Zur Erzielung einer breiten Versuchsbasis und zur Abdeckung der Herstellervielfalt wurden Versuche aus 13 Zulassungsverfahren der Jahre 2009 bis 2016 einbezogen. Alle Versuche zusammen bilden die Basis, mit der als Abschluss von Kapitel 7 die Qualität der vorhandenen Modelle zur Biegetragfähigkeit mit und ohne Querdruck beurteilt werden konnte.

Sowohl die Betrachtung der Literatur in den Kapiteln 3 bis 5 als auch die Versuche aus Kapitel 7 warfen Fragen auf, denen in Kapitel 8 mittels zahlreicher numerischer

Untersuchungen nachgegangen wurde. Darauf aufbauend wurde ein Berechnungsverfahren auf Basis der Finite Elemente Methode entwickelt, mit dem (bis auf wenige Ausnahmen) alle Versuche nachgerechnet wurden. Am Ende des Kapitels werden das Potential und die Grenzen des Berechnungsverfahrens vorgestellt.

Die Arbeit endet mit Kapitel 9, in dem die wesentlichen Erkenntnisse der Arbeit zusammengefasst werden. Zudem wird ein Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf im Rahmen der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck gegeben. Die Anhänge A und B am Ende der Arbeit liefern zusätzliche Hintergrundinformationen, die in ihrem Detaillierungsgrad für den Hauptteil der Arbeit zu umfangreich waren.

2 Eigenschaften, Verhalten und Berechnungsmöglichkeiten von Sandwichelementen im Bauwesen

2.1 Tragprinzip, Eigenschaften und Versagensformen

2.1.1 Das Sandwichprinzip

Die Grundidee des Sandwichprinzips ist die bei Biegung auftretenden Beanspruchungen möglichst günstig auf den Querschnitt zu verteilen. Bei einer vollständigen Aufteilung der Schnittgrößen nach dem Sandwichprinzip werden das Biegemoment als Kräftepaar über die Deckschichten und die Querkraft über den Kern abgetragen (siehe Abbildung 2.1a). Die Sandwichbiegesteifigkeit ergibt sich aus den E-Moduln und Flächenträgheitsmomenten der Deckschichten. Die Flächenträgheitsmomente setzen sich ausschließlich aus den Steineranteilen der Deckschichten zusammen. Voraussetzung ist, dass die Eigenbiegesteifigkeit der Deckschichten vernachlässigbar klein ist. Die Schubsteifigkeit des Sandwichelementes resultiert aus der Schubsteifigkeit des Kerns und der Fläche zwischen den Deckschichten. Ist die Biegesteifigkeit einer oder beider Deckschichten im Vergleich zur Sandwichbiegesteifigkeit nicht mehr vernachlässigbar klein, beteiligen sie sich ebenfalls am Abtrag von Biegung und Querkraft (siehe Abbildung 2.1b). Es entsteht ein gemischter Lastabtrag zwischen Sandwichprinzip und direktem Abtrag über die Eigensteifigkeit der Deckschichten. Die Aufteilung der Schnittgrößen erfolgt anhand der Steifigkeitsverhältnisse zueinander. Bei biegesteifen Deckschichten ist das Sandwichelement innerlich statisch unbestimmt.

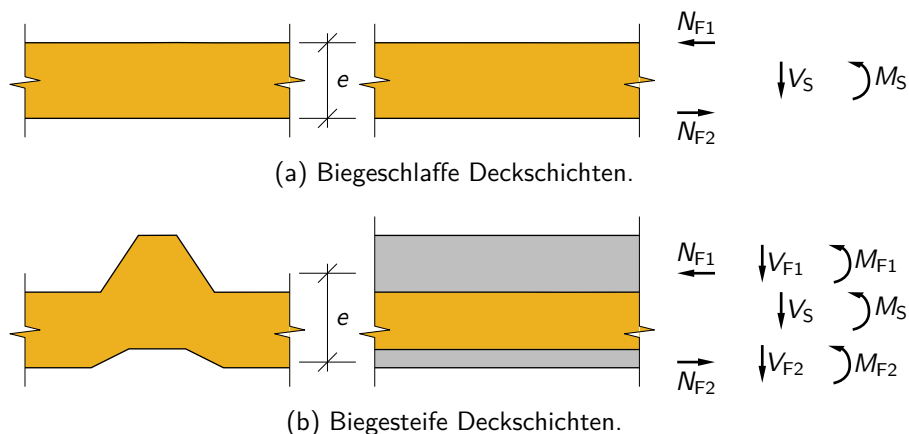


Abbildung 2.1: Aufteilung der Schnittgrößen nach dem Sandwichprinzip. (Nach DIN EN 14509:2013-12, Bild E.3 und Bild E.5.)

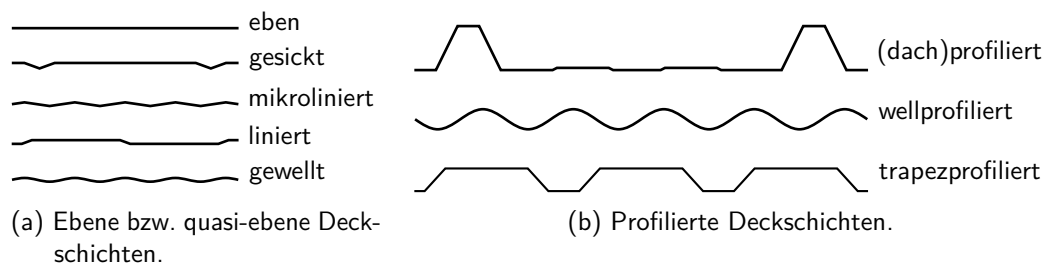


Abbildung 2.2: Typische Deckschichtausbildung von Sandwichelementen. (Nach Lange und Berner 2010, Bild 4)

2.1.2 Deckschichtausbildung

Bei den im Bauwesen üblichen Sandwichelementen muss bei profilierten Deckschichten die Eigenbiegesteifigkeit berücksichtigt werden.¹ DIN EN 14509, Abschnitt E.1.1, setzt die Grenze bei 5 mm Profilierungstiefe. Alle leicht profilierten Deckschichten, die diesen Wert nicht überschreiten, werden zu den quasi-ebenen Deckschichten gezählt. Ist diese Voraussetzung erfüllt, darf wie bei ebenen Deckschichten die Eigenbiegesteifigkeit vernachlässigt werden. Leicht profiliert sind beispielsweise linierte, mikrolinierte, gesickte oder gewellte Querschnitte (siehe Abbildung 2.2a). Zur Vereinfachung wird festgelegt, dass Sandwichelemente mit einer ebenen oder quasi-ebenen und einer profilierten Deckschicht als profilierte Elemente und Sandwichelemente, bei denen beide Deckschichten eben oder quasi-eben sind, als ebene Elemente bezeichnet werden. Interessanterweise ist die Innenseite von Sandwichelementen in den meisten Fällen liniert, seltener eben. Einige Hersteller bieten auch Sandwichelemente mit gesickter innerer Deckschicht an. Mikrolinierte oder gewellte Deckschichten kommen an der Innenseite praktisch nie vor, werden in den nachfolgenden Betrachtungen jedoch nicht ausgeschlossen. In dieser Arbeit werden der gebräuchlichsten Verwendung wegen quasi-ebene Deckschichten vereinfachend als linierte Deckschichten bezeichnet. Sonderformen, wie Sandwichelemente mit beidseitig profilierten Deckschichten, sind im Bauwesen sehr selten und werden im Rahmen dieser Arbeit daher nicht weiter betrachtet. In Deutschland werden für Dachelemente fast ausschließlich profilierte Elemente verwendet.² Ihre typische Form ist in Abbildung 2.2b mit „(dach)profiliert“ bezeichnet. Für Wandelemente werden häufig ebene Elemente gewählt. Zumeist aus optischen Gründen sind auch profilierte Elemente als Wandelemente, wie sie beispielsweise bei wellprofilierten bzw. bei trapezprofilierten Elementen vorkommen, geläufig. Aufgrund der gebräuchlichen Verwendung werden in dieser Arbeit unter Dachelementen immer profilierte Elemente verstanden, deren profilierte Deckschicht (dach)profiliert ist. Wird in dieser Arbeit von Wandelementen gesprochen, sind immer ebene Elemente gemeint.

2.1.3 Eigenschaften der Materialien für Kern- und Deckschicht

Wie in der Einleitung erwähnt ist Stahl das mit Abstand am weitesten verbreitete Deckschichtmaterial. Nach DIN EN 14509, Abschnitt 5.1.2.1.1, beträgt dessen Mindeststreck-

¹Im Allgemeinen gilt dies auch für ebene Deckschichten großer Dicke. Dies ist bei Sandwichelementen mit Metalldeckschichten jedoch nicht gebräuchlich.

²Der Einsatz von ebenen Elementen mit PUR-Kern als Dachelemente ist zwar erforscht (Berner 2008), findet jedoch praktisch keine Anwendung.

grenze 220 N/mm^2 . Zumeist werden jedoch höhere Festigkeiten mit Streckgrenzen von 320 N/mm^2 oder 350 N/mm^2 bevorzugt (Lange und Berner 2010, S. 645). Der Elastizitätsmodul der Deckschicht wird wie im Stahlbau allgemein üblich zu $210\,000 \text{ N/mm}^2$ angenommen. Deckschichten aus Stahl sind normalerweise zum Korrosionsschutz beschichtet. Die gesamte metallische Beschichtungsdicke ist für statische Berechnungen von der Nenndicke abzuziehen und wird in dieser Arbeit in Anlehnung an Lange und Berner (2010, S. 680 f.) einheitlich mit $0,04 \text{ mm}$ angesetzt. Bei $0,45 \text{ mm}$ Nenndicke wirken beispielsweise $t = 0,41 \text{ mm}$ statisch. Für weitere Angaben und andere Deckschichtmaterialien wird auf DIN EN 14509, Möller, Pöter et al. (2004), Koschade (2011), Möller, Pöter et al. (2011) und Lange und Berner (2010) verwiesen.

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, werden in dieser Arbeit ausschließlich PUR und PIR als Kernmaterial betrachtet. Zum Teil bedingt durch den Produktionsprozess im Bandlaufverfahren ergeben sich für den Kern die bekannten mechanischen Eigenschaften wie

- annähernd orthotropes Materialverhalten mit richtungsabhängigen Elastizitäts- und Schubmoduln,
- inhomogenes Materialverhalten auf Querbelastung (bedingt durch einen veränderlichen E-Modul über die Kerndicke),
- unterschiedliche E-Moduln in Zug- und Druckrichtung,
- stark nichtlineares (zumeist annähernd bilineares) Materialverhalten auf Querdruck mit unbegrenzter Druckfestigkeit für baupraktisch relevante Dehnungen,
- fast lineares Materialverhalten auf Querzug mit sprödem Versagen bei Erreichen der Zugfestigkeit
- zunächst lineares, dann nichtlineares Materialverhalten auf Schub in Längsrichtung mit sprödem Bruchverhalten,
- zeitabhängiges Materialverhalten bei konstanter Belastung (Kriechen), was zu einer reduzierten Schubfestigkeit und -steifigkeit bei Langzeitbeanspruchung führt,
- temperaturabhängiges Materialverhalten, was zu einer Verringerung der Knitterspannung führt und
- schlechterer Verbund zwischen Kern und in der Produktion oben liegender Deckschicht, bedingt durch kleine Luftporen (Lunker), die durch das Aufschäumen entgegen der Schwerkraft bei der Herstellung entstehen.

Es sei kurz erwähnt, dass der Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke (Inhomogenität) eine besondere Bedeutung für die Knitterspannung zukommt (z. B. Thermann 1989; Wolters, Banke et al. 2002 oder die Berechnungen in Abschnitt 4.1.3). Nahe der Deckschichten wurde sowohl eine starke Erhöhung (z. B. die Metastudie von Hassinen und Misiak 2012) als auch eine deutliche Verringerung (Kurpiela 2013, S. 39 ff.) des E-Moduls beobachtet. Die Untersuchungen von Kurpiela zeigten zudem, dass keine eindeutige Aussage getroffen werden kann, ob die Produktionsunter- oder die Produktionsoberseite steifer oder fester ist. Die Veränderlichkeit des Schubmoduls über die Kerndicke ist deutlich weniger erforscht. Kurpiela (2013) schließt aus ihren Versuchsergebnissen, dass der Schubmodul als annähernd konstant angenommen werden kann. Sie untersuchte die Schubsteifigkeit der Randzonen im Abscherversuch (Kurpiela 2013, S. 19 ff., S. 43 f., Tabelle F.9). Dabei wählte sie 30 mm als Höhe der Randzone und entnahm die Proben aus fünf verschiedenen Wandelementen (bei drei unterschiedlichen Höhen) desselben Herstellers. Die Abweichungen zwischen den Randzonen betragen mit einer Ausnahme bei 200 mm Bauteilhöhe immer unter 10% . Bei 200 mm Bauteilhöhe hatte die Produktionsoberseite einem um knapp 30% geringeren

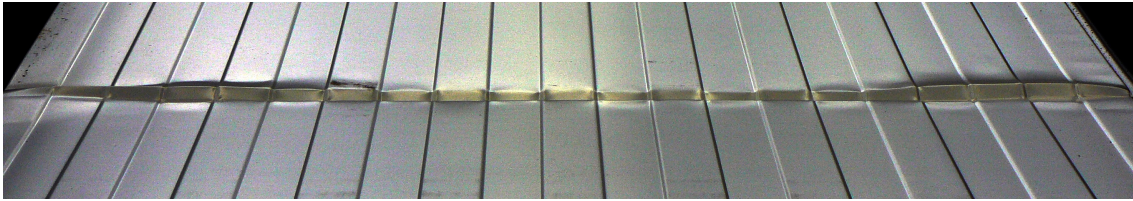
Schubmodul als die Produktionsunterseite. Die Produktionsoberseite wies ausgeprägte Lunker auf. Eine Untersuchung der mittleren Schicht wurde nur für 200 mm Bauteilhöhe durchgeführt. Dort wich die Produktionsunterseite nur geringfügig vom Versuchswert in der Mitte ab. Alle untersuchten Geometrien führten zu einem deutlich geringeren Schubmodul im Vergleich zum Schubballenversuch. Die Abweichungen betragen zwischen 44 % und 71 %. Kurpiela (2013, S. 43 f.) begründet die Unterschiede mit dem Versuchsaufbau; beim Abscherversuch bleiben eine geringe Biegebeanspruchung und ein nichtlinearer Schubspannungsverlauf unberücksichtigt. Aus den Versuchsergebnissen kann geschlossen werden, dass in den Randbereichen der Schubmodul nicht so stark variiert wie der E-Modul. Für eine verlässliche Aussage bezüglich des Schubmodul-Verlaufs über die Kernhöhe wäre es notwendig gewesen, für alle Bauteilhöhen die mittlere Kernschicht zu betrachten. Die so bestehende Unsicherheit wird in Anbetracht der großen Abweichungen zum herkömmlichen 4-Punkt-Biege-Schub-Versuch und den ausgeprägten Lunkern bei 200 mm Bauteilhöhe verstärkt. Zudem ist nicht sicher gestellt, dass sich die Ergebnisse auf Sandwichelemente anderer Hersteller übertragen lassen. Folglich bleibt offen, ob der Verlauf des Schubmoduls über die Kernhöhe als konstant angenommen werden kann.

Auf eine tiefere Betrachtung der Kerneigenschaften wird an dieser Stelle verzichtet. Weitere Informationen können der Literatur entnommen werden, z. B. DIN EN 14509 für die Versuchsdurchführung, Koschade (2011) oder alternativ Koschade (2000) für eine allgemeine Einführung mit zahlreichen Bildern insbesondere vom Produktionsprozess und Kurpiela (2013) sowie Hassinen und Misiak (2012) für einen Überblick über die Kerneigenschaften mit Bezug auf zahlreiche Versuchsergebnisse.

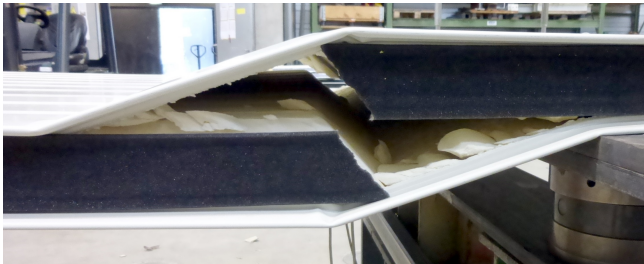
2.1.4 Typische Versagensarten

Sandwichelemente können aufgrund von Biege- oder Querkraftbeanspruchung und infolge lokaler Lasteinleitung versagen. Abbildung 2.3 zeigt die dazugehörigen typischen Versagensarten bei Durchlaufträgern unter andrückenden Lasten. Auf Biegung versagen Sandwichelemente normalerweise durch Knittern der gedrückten Deckschicht. Es tritt optisch durch ein kurzweiliges, häufig einwelliges, Ausbeulen in Erscheinung. Das Knitterversagen ist bei einem idealen imperfektionsfreien Bauteil ein reines Stabilitätsversagen. Daher ist sein Auftreten i. d. R. schlagartig und häufig mit einem lauten Knall verbunden. Die zweite Versagensmöglichkeit auf Biegung ist das Fließen der Deckschichten. Sie betrifft in den meisten Fällen nur profilierte Deckschichten. Auf Querkraft versagen Sandwichelemente zumeist durch Schubversagen des Kerns. Bei profilierten Deckschichten ist daneben ein (Schub-)Fließen der Stege möglich. Theoretisch besteht die Möglichkeit, dass die Stege durch Schubbeulen versagen. Diese Versagensform tritt aufgrund der üblichen Geometrie- und Materialkombinationen sowie der stützenden Wirkung des Kerns praktisch nie auf, weswegen sie nicht weiter betrachtet wird. Eine Sonderstellung nimmt die Delamination zwischen Deckschicht und Kern ein. Sie kann entweder durch Schubspannungen hervorgerufen werden oder durch Überschreiten der Zugfestigkeit der Kontaktfläche zwischen Deckschicht und Kern.³ Letzteres ist normalerweise die Voraussetzung, dass Knittern eintritt. Jedoch führt das Lösen der Deckschicht vom Kern nicht immer zu einem schlagartigen Versagen, weswegen diese Versagensart in dieser Arbeit gesondert aufgeführt wird. In der phänomenologischen Betrachtung im Versuch ist es nicht ohne Weiteres möglich, die

³Die dazugehörige Spannung wird in der englischsprachigen Literatur mit „peeling stress“ bezeichnet.



(a) Knittern.



(b) Schubbruch.



(c) Kerndruck.

Abbildung 2.3: Typische Versagensarten von Sandwichelementen.

Entscheidung zu treffen, ob Schub- oder Querkzugspannungen das Versagen ausgelöst haben. Lokale Lastenleitungen können zum einen, wie in der Einleitung bereits erwähnt, die Knitterspannung negativ beeinflussen. Zum anderen ist durch eine lokale Lastenleitung ein Druckversagen des Kerns möglich. Dabei wird die aufnehmbare Druckfestigkeit des Kerns überschritten, bevor es zu einem Knitterversagen kommt. Zusätzlich zu den genannten Versagensarten sind verschiedene Ausfallmechanismen infolge lokaler Befestigungen möglich, die im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet werden.

2.2 Bestimmung der Schnittgrößen und Verformungen

2.2.1 Klassische Sandwichtheorie

2.2.1.1 Annahmen der klassischen Sandwichtheorie

Die klassische Sandwichtheorie⁴ wird auch als lineare Sandwichtheorie⁵, im englischsprachigen Raum teilweise als First-Order Shear Deformation Theory⁶ oder schlichtweg als Sandwichtheorie, bezeichnet. Sie geht davon aus, dass das in Abschnitt 2.1.1 vorgestellte

⁴Die Bezeichnung „klassisch“ findet in der Literatur keine einheitliche Verwendung. Der Begriff wurde dennoch gewählt, um eine Unterscheidung zu Sandwichtheorien höherer Ordnung (siehe Abschnitt 2.2.2) zu ermöglichen. Wird nachfolgend von der Sandwichtheorie gesprochen, ist immer die klassische Sandwichtheorie gemeint.

⁵Dieser Begriff wurde u. a. in Stamm und Witte (1974) verwendet. Sie beziehen sich mit der Bezeichnung „linear“ auf die Begrenzung der Verformungen. In Stamm und Witte (1974, Abschnitt 2.1.1. Aufzählungspunkt f) wird vorausgesetzt, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Dehnungen und Verschiebungen gilt. Auf eine Verwendung der Bezeichnung „linear“ im Rahmen dieser Arbeit wurde aufgrund seiner Zweideutigkeit verzichtet, da die Theorie ebenfalls nichtlineare Berechnungen nach Theorie II. Ordnung ermöglicht.

⁶Die Bezeichnung „First-Order“ bezieht sich auf den Verlauf der Schubverformungen.

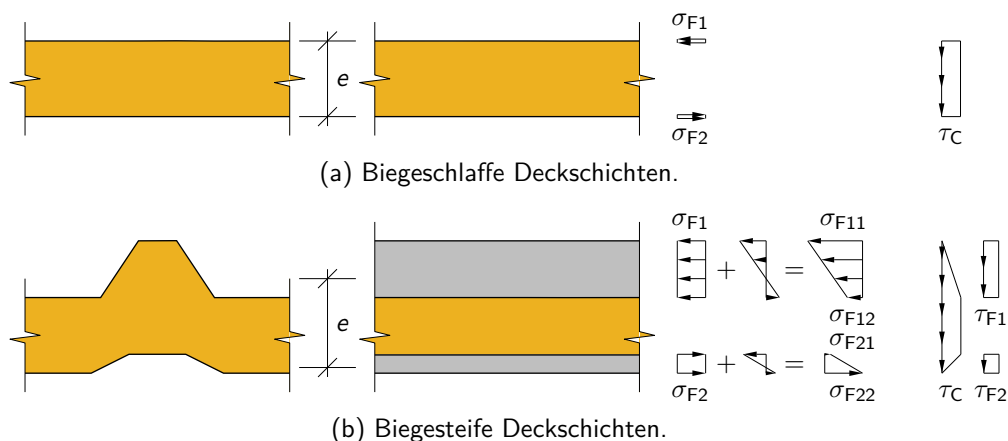


Abbildung 2.4: Spannungsverteilung nach dem Sandwichprinzip. (Nach DIN EN 14509:2013-12, Bild E.4 und Bild E.6.)

Sandwichprinzip an jeder Stelle des Tragwerks erfüllt ist. Als Besonderheit im Vergleich zur schubsteifen Balkentheorie setzen sich die Verformungen aus einem Biege- und einem Schubanteil zusammen. Mit den weiter unten genannten Annahmen führt die klassische Sandwichtheorie auf die in Abbildung 2.4 dargestellten Spannungsverläufe. Global gesehen liefert die klassische Sandwichtheorie in den meisten Fällen eine sehr gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen, sodass sie sich im Bauwesen durchgesetzt hat und dort allgemein anerkannt ist (DIN EN 14509). Ihre Herleitung ist beispielsweise in Plantema (1966), Allen (1969) oder Stamm und Witte (1974) zu finden und beruht auf folgenden Annahmen, die aus Stamm und Witte (1974, S. 15 ff. und S. 98) verkürzt übernommen und an einigen Stellen ergänzt bzw. modifiziert wurden:

1. Deckschichten und Kernmaterial verhalten sich linear elastisch. D. h., es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Normalspannungen und -dehnungen für die Deckschichten und zwischen Schubspannungen und -gleitung für das Kernmaterial.
2. Deckschichten und Kernmaterial sind homogen.
3. Die Biegesteifigkeit des Kerns ist vernachlässigbar klein. Seine Schubsteifigkeit wird jedoch berücksichtigt.
4. Der Kern ist vertikal inkompressibel. D. h., der Abstand der Deckschichten bleibt unverändert.
5. Die Deckschichten sind schubstarr mit dem Kern verbunden, parallel zueinander angeordnet und von konstanter Dicke.
6. Die Deckschichten werden als Bernoulli-Balken betrachtet. Das bedeutet, die Deckschichten sind schubstarr und ihre Querschnitte bleiben bei Verformung eben.
7. Die Berechnung kann eindimensional an einem „Sandwich“-Balken erfolgen. D. h., Lagerungsbedingungen und Belastungen sind nur in Elementlängsrichtung veränderlich, in Elementquerrichtung jedoch gleichbleibend.
8. Auftretende Deformationen sind klein. Der Zusammenhang zwischen Verzerrungs- und Verschiebungsgrößen ist linear.
9. Für ebene Elemente ist es gerechtfertigt, zusätzlich folgende Annahme zu treffen: Die Biegesteifigkeit der Deckschichten ist im Vergleich zur Gesamtbiegesteifigkeit vernachlässigbar klein.

Nicht alle der klassischen Sandwichtheorie zugrunde liegenden Annahmen sind in gleichem

Maß erfüllt. Abhängig vom Lastniveau, sofern das Bauteil zuvor nicht anderweitig versagt, trifft die Annahme 1 (linear elastisches Materialverhalten) nicht zu. Für den Kern ist die Annahme 2 (homogenes Material) nur näherungsweise erfüllt. In der Nähe konzentrierter Lasteinleitung entspricht die Annahme 4 (Inkompressibilität des Kerns) ebenfalls nicht dem tatsächlichen Verhalten. Daraus folgt, dass auch Annahme 7 (Berechnung an einem „Sandwich“-Balken) lokal verletzt werden muss. Selbst bei inkompressiblem Kernmaterial trifft diese Annahme nicht zu, sofern punktuelle Kräfte (z. B. durch die Verschraubung gegen abhebende Lasten) wirken. Die restlichen Annahmen können in guter Näherung als erfüllt angesehen werden. Trotz der genannten Abweichungen von der Realität stimmen Versuchsergebnisse typischerweise mit der klassischen Sandwichtheorie sehr gut überein. Dies liegt daran, dass die gemachten Vereinfachungen auf die globale Schnittgrößen- und Verformungsermittlung i. d. R. keinen signifikanten Einfluss haben. Lokal begrenzte Effekte, die nicht von der klassischen Sandwichtheorie abgedeckt sind, werden dadurch erfasst, dass alle maßgebenden Widerstandswerte in Versuchen ermittelt werden.

2.2.1.2 Berechnungsverfahren

Die Möglichkeiten und Grenzen der aufgezählten Berechnungsverfahren orientieren sich an der Verwendung von Sandwichelementen. Zwingend erforderlich ist, Einfeld- und Mehrfeldträger berechnen zu können. Gleiche Stützweiten sind in der Praxis zwar häufig, jedoch nicht immer anzutreffen. Auf der Einwirkungsseite treten in erster Linie folgende Lasten auf: Gleichlasten aus Eigengewicht, Wind und Schnee sowie Zwangslasten aus der Temperaturdifferenz zwischen innen und außen. Der Temperaturunterschied ist zwingend zu berücksichtigen, da er durch die integrierte Dämmwirkung normalerweise vollständig im Bauteil auftritt. Die konstante Temperaturerwärmung als solche wird nicht betrachtet bzw. die Sandwichelemente werden in Spannrichtung als statisch bestimmt angesehen.⁷ Bei horizontal als Platte verlegten Sandwichelementen können Kriechverformungen auftreten. Diese können vereinfacht über einen modifizierten Schubmodul des Kerns berücksichtigt werden und stellen somit keine gesonderten Anforderungen an die Berechnungsverfahren. Andere statische Systeme stellen wie Punktlasten und Normalkraftbeanspruchung Sonderfälle dar und müssen von den Berechnungsverfahren üblicherweise nicht abgedeckt werden.

Verfahren für die Handrechnung Alternativ zur eigenständigen Herleitung kann die Bestimmung von Schnittgrößen und Verformungen für viele Standardfälle der Literatur entnommen werden. Einen Überblick über die auf der klassischen Sandwichtheorie aufbauenden Arbeiten bis Beginn der 1990er Jahre liefert Berner (1994). Heutzutage können die Schnittgrößen für Ein-, Zwei- und Dreifeldträger unter gleichförmiger Belastung und unter konstanter Temperaturdifferenz für ebene Elemente direkt aus DIN EN 14509, Tabelle E.10.1, entnommen werden. Dort sind als Näherungslösung ebenfalls die Schnittgrößen für profilierte Elemente für Ein-Feldträger zu finden. Zusätzlich enthält der CIB Report 257, S. 34 ff., die analytische Lösung für Ein- und Zwei-Feldträger profilierter Elemente unter gleichförmiger Belastung und konstanter Temperaturdifferenz. Auf dem Kraftgrößenverfahren basierend wurden Lösungen für zahlreiche Lastfälle im Rahmen des Forschungsprojekts „easie“ (*Ensuring Advancement in Sandwich Construction through*

⁷Seit DIN EN 14509:2013-12 ist jedoch die axiale Bewegung einer Deckschicht zu begrenzen (DIN EN 14509:2013-12, Abschnitt E.5.4). Jedoch steckt die Forschung hierzu noch in ihren Anfängen.

Innovation and *Exploitation*) durch Izabel (2011) entwickelt. Wenngleich der Schwerpunkt dabei auf der Schnittgrößenermittlung im Zuge des Nachweisverfahrens „Design by Testing“ beruht, können viele Ergebnisse für die herkömmliche Schnittgrößenermittlung übernommen werden. Eine Vielzahl analytischer Lösungen ist für ebene Elemente in Zenkert (1997, Kapitel 4) sowie für ebene und profilierte Elemente in Davies (2001a) zu finden. Aktuellere Arbeiten wie Berner und Raabe (2006) oder Lange und Berner (2010) fassen ausgewählte Ergebnisse zusammen. Für Standardfälle sind die von iS-engineering in Zusammenarbeit mit dem Institut für Sandwichtechnik (iS-Mainz) zur Verfügung gestellten Microsoft Excel-Tabellen sehr empfehlenswert (Raabe 2004; Raabe 2007; Raabe 2011). Für diese Arbeit wurde auf die vorhandenen analytischen Lösungen zurückgegriffen bzw., wenn nötig, die analytischen Lösungen für ebene Elemente selbst hergeleitet.

Numerische Lösungen Die oben genannten Lösungen sind für die schnelle Handrechnung bzw. einfache Formelberechnung mit Tabellenkalkulationsprogrammen entwickelt worden. Die Grenzen dieser Verfahren werden bei komplexeren und selten auftretenden Belastungs- oder Lagerungssituationen schnell erreicht. Bei äußerlicher statischer Unbestimmtheit (z. B. bei Mehrfeldträgern) beschränken sich die exakten Lösungen aus oben genannten Quellen i. d. R. auf Zwei- oder Dreifeldträger gleicher Feldlänge unter gleichförmiger Belastung, konstanter Temperaturdifferenz oder Einzellasten. Aufgrund dieser Einschränkungen wurde bereits in den 1970er Jahren eine numerische Lösungsmethode nach dem Differenzenverfahren entwickelt (Linke 1978; Berner 1978). Davies (2001a) stellt eine Einführung in die numerische Umsetzung mittels der Finite Elemente Methode (FEM) vor. Schwarze (1984), B. Gosowski und M. Gosowski (2012) und B. Gosowski und M. Gosowski (2014) bauen auf der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung des biege- und schubsteifen Balkens auf. Letztere beiden sehen vor, das ganze System mit „einer“ Lösung der Differentialgleichung zu beschreiben, indem die Unstetigkeitsstellen mit der Heaviside bzw. Dirac Funktion abgebildet werden. Mit der vorgestellten Lösung lassen sich für ebene (B. Gosowski und M. Gosowski 2012) bzw. profilierte (B. Gosowski und M. Gosowski 2014) Elemente für abschnittsweise konstante Gleich- und Temperaturlasten sowie (elastische) Lagerung die Schnittgrößen bestimmen.

Schwarze (1984) schlägt einen Weg über die numerische Bestimmung der Integrationskonstanten, die sich bei der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung des biege- und schubsteifen Balkens mit biegesteifen Deckschichten ergeben, vor. Dazu wird der Träger in stetige Bereiche mit konstantem Querschnitt unterteilt; Lastsprünge, (Zwischen-)Auflager, Querschnittssprünge und dergleichen begrenzen einen Bereich. „Die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen gelten dann mit bereichsweise unterschiedlichen Integrationskonstanten, die durch Rand- und Übergangsbedingungen bestimmt werden.“ (Schwarze 1984, S. 365) Im Zuge dessen wird ein lineares Gleichungssystem mit allen Integrationskonstanten der Bereiche als Unbekannte aufgestellt und gelöst. Die Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen erfolgt durch Einsetzen der numerisch bestimmten Integrationskonstanten in die Grundgleichungen. Der Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, dass der numerische Fehler sich auf die Lösung des linearen Gleichungssystems beschränkt.⁸ In Anbetracht der Leistungsfähigkeit und Genauigkeit moderner Gleichungslöser kann von einer quasi-analytischen Lösung gesprochen werden. Die Möglichkeit, abschnittsweise stetige Bereiche quasi-analytisch zu lösen, ist mit den von Schwarze (1984) vorgestellten Lösungen der Differentialgleichungen nur für gleichförmige Belastung und konstante Temperaturdifferenz

⁸Einzige Voraussetzung ist, dass eine Unterteilung in stetige Bereiche durchgeführt wurde.

möglich. Für veränderliche Lasten muss entweder die Partikularlösung der Differentialgleichung bestimmt oder der Abschnitt der veränderlichen Last in ausreichend kleine Bereiche konstanter Last unterteilt werden. Im letzteren Fall verliert die Lösung ihren analytischen Charakter, ist jedoch bei bedachter Wahl der Bereichslänge für ingenieurmäßige Zwecke hinreichend genau. Im Gegensatz zu längenabhängigen Lasten werden Einzellasten genauso wie Lastsprünge und Zwischenaufleger durch Einarbeitung der passenden Übergangsbedingungen immer korrekt berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Verfahren von Schwarze (1984) mit der Software MATLAB, Version R2014b, programmiert, um die Schnittgrößen von profilierten Sandwichelementen für beliebige Lasten und Spannweiten zu ermitteln.

Verfahren mittels Spezial- und Stabwerksprogrammen Berner und Raabe (2006) und Lange und Berner (2010) weisen auf alternative Methoden der Schnittgrößenermittlung unter Einsatz gebräuchlicher Stabstatikprogramme bzw. durch Verwendung von speziell für das Bauwesen entwickelter Programme (z. B. PM-Sandwich oder SandStat) hin. Bei der Verwendung von Stabstatikprogrammen genügt es für ebene Elemente, die Berücksichtigung der Schubverformungen zu aktivieren, um mit einem Ersatzstab rechnen zu können. Dessen Biegesteifigkeit muss der Sandwich-Biegesteifigkeit entsprechen, dessen Schubsteifigkeit der Sandwich-Schubsteifigkeit. Für profilierte Elemente wird der Ersatzstab zum Kernstab und ein zusätzlicher Stab für die profilierte Deckschicht eingeführt. Dieser zusätzliche Stab ist schubstarr und hat die Biegesteifigkeit der profilierten Deckschicht. Er muss in ausreichend kleinem Abstand mit dem Kernstab über Schubgelenke verbunden werden. Eine Alternative für ebene und profilierte Elemente ist die Modellierung eines Fachwerkträgers in einem Stabwerksprogramm (z. B. Naujoks und Misiek 2015). Die Schubsteifigkeit wird dabei über dehnsteife Diagonalen abgebildet. Die Deckschichten bilden den Ober- und Untergurt. Ist eine Deckschicht profiliert wird der entsprechende Gurtstab durchlaufend modelliert. In dieser Arbeit wurden die Schnittgrößen ebener Elemente mittels eines Ersatzstabs mit dem Stabwerksprogramm RSTAB berechnet.

2.2.2 Sandwichtheorien höherer Ordnung

In Abschnitt 2.2.1.1 wurden die der klassischen Sandwichtheorie zugrunde liegenden Annahmen vorgestellt und Abweichungen zum wahren Materialverhalten kurz angesprochen. Durch die Annahme der Inkompressibilität in Dickenrichtung, wird der Einfluss konzentrierter Einzellasten nicht realitätsnah berücksichtigt. Für weiche Kerne, also Kerne, die in Dickenrichtung nachgiebig sind, wurde die *High-order Sandwich Panel Theory* (HSAPT) entwickelt (Frostig, Baruch et al. 1992). Sie sieht zusätzlich zu den in Abbildung 2.4b dargestellten Spannungen vertikale Normalspannungen zwischen dem Kern und den Deckschichten vor. So sind unterschiedliche Verformungen zwischen oberer und unterer Deckschicht möglich, die jedoch über die Steifigkeit des Kerns gekoppelt sind. Die mathematische Formulierung wird dadurch deutlich komplizierter und führt zu einem Differentialgleichungssystem 14. Ordnung (Frostig, Baruch et al. 1992). Aufbauend auf der Grundidee der HSAPT finden sich in der Literatur zahlreiche Erweiterungen. Beispielfhaft seien die Erweiterung auf bilineares Materialverhalten des Kerns für Schub und Querdruck (Schwartz-Givli und Frostig 2001), die Einbeziehung geometrischer Nichtlinearität sowie lokaler Delamination (Sokolinsky, Frostig et al. 2002) und die Berücksichtigung der Steifigkeit des Kernmaterials in Längsrichtung einschließlich orthotropen Materialverhaltens (Phan

2012; Phan, Frostig et al. 2012) genannt. Jede Erweiterung geht mit einer zusätzlichen Erhöhung der Komplexität der mechanischen und damit verbunden der mathematischen Beschreibung einher.

Zahlreiche Veröffentlichungen bestätigen die Berechnungsqualität der HSAPT, von den nachfolgend eine Auswahl vorgestellt wird:

- Thomsen und Frostig (1997) zeigten durch den Vergleich mit photoelastischen Messungen unter konstanten Lastniveaus, dass die HSAPT die Spannungen sowohl in ungestörten als auch gestörten (lokal belasteten) Bereichen sehr gut vorhersagen kann.
- Mit Hilfe der HSAPT berechnete Deckschichtspannungen und -verformungen zeigten – insbesondere in der Nähe konzentrierter Lasteinleitung – eine sehr gute Übereinstimmung im elastischen Bereich mit FE-Berechnungen und analytischen Lösungen (Swanson und Kim 2000).
- Sokolinsky, Shen et al. (2003) verglichen die lineare und geometrisch nichtlineare HSAPT mit Versuchsergebnissen und kamen zu dem Ergebnis, dass beide Varianten der HSAPT die Steifigkeit im 4-Punkt-Biege-Versuch hervorragend abbilden. Die klassische Sandwichtheorie war im Vergleich deutlich zu steif. Mit ihr bestimmte Verformungen waren um mehr als 20 % zu gering (Sokolinsky, Shen et al. 2003, S. 228).
- Frostig, Thomsen et al. (2005) führten Traglastanalysen an einer 3-Punkt-Biege-Konfiguration durch. Die Ergebnisse der für die Deckschichten und den Kern geometrisch nichtlinearen HSAPT zeigten eine hervorragende Übereinstimmung der Traglast mit FE-Berechnungen mittels der Programme ANSYS und ADINA.

Alle aufgeführten Veröffentlichungen bezüglich der HSAPT haben ihren Ursprung im Maschinenbau und gehen daher von Sandwichelementen und Testkonfigurationen aus, die nicht mit denen des Bauwesens übereinstimmen. Die betrachteten Systeme und Sandwichelemente weisen folgende Eigenschaften auf:

- *Statisches System*: Einfeldträger in 3- oder 4-Punkt-Biege-Konfiguration mit Spannweiten zwischen 200 mm und 400 mm, in Einzelfällen auch Einfeldträger mit Streckenlasten.
- *Elementdicke*: Zumeist etwa 20 mm, teilweise 50 mm.
- *Elementbreite*: Zumeist 60 mm, teilweise 10 mm.
- *Deckschichtmaterial*: Zumeist glasfaserverstärkter Kunststoff mit $E \approx 27\,000\text{ N/mm}^2$, teilweise steifere Materialien, wie Aluminium oder kohlefaserverstärkter Kunststoff.
- *Deckschichtausbildung*: Ausschließlich ebene Deckschichten mit Deckschichtdicken von zumeist 0,5 mm oder 1,0 mm, teilweise bis zu 4 mm.
- *Kernmaterial*: Zumeist Polyvinylchlorid-Hartschaum mit $E_C = 50 \dots 60\text{ N/mm}^2$ und $G_C = 20 \dots 30\text{ N/mm}^2$, teilweise deutlich steifere Kernmaterialien wie Balsaholz oder Wabenkerne aus Phenolharz. Nur bei Sokolinsky, Shen et al. (2003) angegeben: Druckfestigkeit von Polyvinylchlorid-Hartschaum $f_{Cc} = 0,78\text{ N/mm}^2$.

Anhand der aufgeführten Eigenschaften wird offensichtlich, dass die untersuchten statischen Systeme, die geometrischen Abmessungen, die Deckschichten und das Kernmaterial von den im Bauwesen üblichen Kenngrößen deutlich abweichen. Eine erfolgreiche Anwendung der HSAPT auf Sandwichelemente im Bauwesen ist weder dokumentiert noch existiert eine kommerzielle Software, mit deren Hilfe eine Überprüfung durchgeführt werden könnte. Aus diesen Gründen wird die HSAPT im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter angewandt. Die Grundidee bezüglich der Nachgiebigkeit des Kernmaterials wird für die numerischen Berechnungen in Kapitel 8 übernommen.

3 Die elastische Bettung der Deckschicht – Analyse des Stands der Forschung

Sandwichelemente im Bauwesen werden üblicherweise ausschließlich auf Biegung und der damit einhergehenden Querkraft beansprucht. Dies hat zur Folge, dass eine der beiden Deckschichten unter Druckspannungen steht und demnach stabilitätsgefährdet ist. Das Kernmaterial wirkt dabei stützend und ermöglicht erst praxistaugliche Druckspannungen in der Deckschicht. Aus mechanischer Sicht wird die Deckschicht typischerweise als elastisch gebettete Platte bzw. als elastisch gebetteter Plattenstreifen unter einachsiger Druckbeanspruchung aufgefasst. Die vereinfachte Betrachtung am Plattenstreifen ist möglich, sofern der Querschnitt voll mitwirkt und die Beulwellenhalblänge in Querrichtung unendlich wird. Diese Voraussetzungen können im Allgemeinen für ebene, mikrolinierte und gewellte Deckschichten als näherungsweise erfüllt angesehen werden. Bei gesickten und linierten Deckschichten ist dies abhängig von der Breite der ebenen Teilfelder zwischen den stützenden Sicken bzw. Stegen. Bei großen Teilfeldbreiten nähert sich das Verhalten dem einer ebenen Deckschicht an. Bei kurzen Teilfeldbreiten ist der gesamte Querschnitt wirksam. Die in der Praxis anzutreffenden Sicken bzw. Linierungen befinden sich zumeist zwischen diesen Grenzwerten, sodass nur ein Teil des Querschnitts mitwirkt (z. B. Kech 1991; Ewert, Banke et al. 2001; Misiek, Frank et al. 2011b). Inwieweit die daraus resultierende Reduktion der Biegesteifigkeit der Deckschicht berücksichtigt werden kann, wird erst im nächsten Kapitel besprochen. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die mathematische Beschreibung der lokal gedrückten Deckschicht. Zudem zeigt es die Möglichkeiten auf, welche Form die Bettung unter welchen Voraussetzungen annehmen kann.

3.1 Differentialgleichungen bei elastischer Bettung und Normalkraftbeanspruchung

Die Herleitung der Differentialgleichung zur elastisch gebetteten Platte¹ unter Normalkraftbeanspruchung ist beispielsweise in Stamm und Witte (1974, Kapitel 5 und 8) zu finden. Die Differentialgleichung lässt sich in allgemeiner Form wie folgt schreiben (Stamm und Witte 1974, Gleichung (8.36)):

$$B_F \Delta \Delta w + n_x w'' + 2n_{xy} w' + n_y w'' + p = 0 \quad (3.1)$$

Normalkräfte wurden entsprechend der betrachteten Beanspruchung als Druckkräfte positiv definiert. Entsprechen die Richtungen x und y den Hauptrichtungen entfällt der Anteil aus der Schubkraft in Plattenebene ($n_{xy} = 0$). Der Bettungsdruck p ist zunächst allgemein

¹Durch die Beanspruchung in Platten- und quer zur Plattenebene wäre es eigentlich sinnvoller von einer Schale zu sprechen. Der Begriff Platte hat sich in der Literatur dennoch durchgesetzt.

angegeben. Die entsprechende Differentialgleichung für den elastisch gebetteten Balken unter Normalkraftbeanspruchung ist beispielsweise in Hetényi (1958) hergeleitet. Sie entspricht Gleichung (3.1), sofern die y -Richtung nicht betrachtet wird und die Beanspruchungen auf eine endliche Einheitsbreite bezogen werden und ergibt sich zu:

$$B_F w(x)^{IV} + N_F w(x)'' + p(x) = 0 \quad (3.2)$$

Dabei sind B_F und N_F die Biegesteifigkeit bzw. die Drucknormalkraft je Einheitsbreite in der Deckschicht. Im einfachsten Fall wird eine Winkler'sche Bettung angenommen, womit für den Bettungsdruck

$$p(x) = k_w w(x) \quad \text{bzw.} \quad p(x,y) = k_w w(x,y) \quad (3.3)$$

gilt. Für den Faktor k_w finden in der Literatur verschiedene, z. T. widersprüchliche Bezeichnungen Verwendung. In dieser Arbeit wird er als „Winkler'scher Bettungsmodul“ bezeichnet und nimmt entsprechend des Bezugs auf eine Einheitsbreite die Dimension Kraft geteilt durch Länge hoch drei an. Stellt man sich die Bettung als unendlich viele nebeneinander liegende Federelemente vor, besteht bei der Winkler'schen Bettung keine Abhängigkeit zwischen benachbarten Federelementen. Um die in Wirklichkeit vorhandene Schubübertragung benachbarter Federelemente zu berücksichtigen, lässt sich Gleichung (3.3)² um einen zusätzlichen Term erweitern:

$$p(x) = k_w w(x) - k_1 w(x)'' \quad (3.4)$$

Der so gewonnene Bettungsansatz wird häufig als 2-Parameter-Bettung bezeichnet. Für den Faktor k_1 wird in dieser Arbeit die allgemeinere Bezeichnung „Bettungsparameter“ vorgezogen. Zum einen wird so eine Verwechslung mit dem Winkler'schen Bettungsmodul vermieden. Zum anderen hat k_1 eine andere Dimension, nämlich bei Bezug auf eine Einheitsbreite die Dimension Kraft geteilt durch Länge. Wird sowohl von k_w als auch k_1 gesprochen, werden sie der Einfachheit halber als Bettungsparameter bezeichnet.

Die Erweiterung der Winkler'schen Bettung durch Gleichung (3.4) erlaubt zwei verschiedene Interpretationen bezüglich der Vertikalspannung zwischen Deckschicht und Kern. Zum einen können analog zur Winkler'schen Bettung die Vertikalspannungen als Bettungsdruck interpretiert werden. Anstelle von Gleichung (3.3) ist dann für die 2-Parameter-Bettung Gleichung (3.4) anzuwenden. Zum anderen kann k_1 auf die einwirkende Normalkraft in der Differentialgleichung (3.2) bezogen werden. In diesem Fall entspricht die 2-Parameter-Bettung der Winkler'schen Bettung mit einer um k_1 verringerten Deckschichtnormalkraft, womit die Vertikalspannung zwischen Deckschicht und Kern mit der aus der Winkler'schen Bettung übereinstimmt. Für die Normalkraft der Deckschicht kann dies so gedeutet werden, dass ihr eine konstante, von der Horizontalverformung unabhängige, Schubkraft zwischen Deckschicht und Kern mit der Größe k_1 entgegenwirkt.

3.2 Vorgehensweise zur Bestimmung der Bettungsparameter

Den beiden Bettungsansätzen, der Winkler'schen Bettung und der 2-Parameter-Bettung, folgend ist es sinnvoll, die Bestimmungsmöglichkeiten der Bettungsparameter jeweils getrennt vorzustellen. Die Bestimmung des Winkler'schen Bettungsmoduls ist häufig Teil

²Da nachfolgend nur Literatur betrachtet wird, die diese Erweiterung für die Differentialgleichung (3.2) des Balkenproblems anwendet, wird auf eine Angabe für das Plattenproblem verzichtet.

der Herleitung der Knitterspannung von Sandwichelementen (z. B. Stamm und Witte 1974). Hingegen kommt die Idee einer 2-Parameter-Bettung ursprünglich aus der Bodenmechanik, um dort die Unzulänglichkeiten der Winkler'schen Bettung auszugleichen. In einer weiterentwickelten Variante ist die 2-Parameter-Bettung auch als Steifezifferverfahren bekannt.

3.2.1 Winkler'sche Bettung

Bevor auf die Vorgehensweise zur Bestimmung des Bettungsmoduls im Rahmen der Herleitung zur Knitterspannung eingegangen wird, soll kurz auf eine sehr naheliegende Bestimmungsmöglichkeit des Winkler'schen Bettungsmoduls eingegangen werden. Im einfachsten Fall wird er aus dem direkten Zusammenhang zwischen dem E-Modul des Kerns und der Kerndicke bestimmt:

$$k_w = \frac{E_C}{d_C} \quad (3.5)$$

Jede Feder der Bettung kann so als einzelner von den Nachbarfedern unabhängiger Druckstab mit der Steifigkeit E_C/d_C gedeutet werden. Infolgedessen müsste bei unendlicher Kerndicke die Bettung verschwinden, was der Intuition widerspricht. Inwieweit genauere Ansätze, der vereinfachten Betrachtungsweise entsprechen, wird in den nachfolgenden Abschnitten erläutert. Es sei vorweggenommen, dass einige der dort vorgestellten Ansätze als eine Erweiterung der Gleichung (3.5) um eine zusätzliche Funktion f_w dargestellt werden können, sodass

$$k_w = f_w \frac{E_C}{d_C} \quad (3.6)$$

geschrieben werden kann.

Im Gegensatz zum vereinfachten Ansatz nach Gleichung (3.5) ist die Vorgehensweise im Zuge der Herleitung der Knitterspannung deutlich komplizierter (z. B. Stamm und Witte 1974). Zunächst wird von einem sinusförmigen Ansatz der gesuchten Verformung zur Lösung der Differentialgleichung (3.1) bzw. (3.2) ausgegangen, der für die Platte folgende Form annehmen kann (Stamm und Witte 1974, Gleichung (8.1)):

$$w(x,y) = w_0 \sin\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{a_y}y\right) \quad (3.7)$$

Darin sind a_x und a_y die Halbwellenlängen der Verformungen in den beiden Richtungen. Da die Kontaktkräfte zwischen Deckschicht und Kern die gleiche sinusförmige Verteilung aufweisen (Stamm und Witte 1974, S. 199),³ kann auf dieser Grundlage der Bettungsmodul der Kernschicht am elastischen Kontinuum⁴ bestimmt werden, um damit eine Lösung für die Normalkraft zu erzielen. Beide Größen, Bettungsmodul und Normalkraft, hängen von den zunächst unbekanntem Knitterwellenlängen ab. Wird die Differentialgleichung (3.1) mit dem sinusförmigen Verformungsansatz, Gleichung (3.7), gelöst, folgt (Stamm und Witte 1974, S. 210):

$$\frac{n_x}{a_x^2} + \frac{n_y}{a_y^2} = \pi^2 B_F \left(\frac{1}{a_x^2} + \frac{1}{a_y^2} \right)^2 + \frac{k_w}{\pi^2} \quad (3.8)$$

³Für den Balken kann dies beispielsweise auch bei Allen (1969, S. 168) nachvollzogen werden, der die Elastizitätstheorie für eine unendlich ausgedehnte Scheibe anwendet.

⁴Für den zweidimensionalen Fall ist dies nichts anderes als eine Scheibe.

Die Minimierung der Normalkraft bezüglich der Knitterwellenlänge (bzw. des Knitterwellenverhältnisses oder der Halbwellenzahl α) führt je nach Fall zu verschiedenen Bestimmungsgleichungen. Mit diesen Bestimmungsgleichungen lassen sich die Knitterwellenlängen bestimmen, womit sich der Bettungsmodul sowie die Normalkraft und damit die ideelle Knitterspannung berechnen lassen. Daraus ergibt sich, dass f_w im allgemeinen Fall eine Funktion der Knitterwellenlängen ist. Die Vernachlässigung der fehlenden Schubinteraktion zwischen den einzelnen Federelementen wird über die Bestimmung des Bettungsmoduls am Kontinuum ausgeglichen. Da der ideellen Knitterspannung in dieser Arbeit eine besondere Bedeutung zukommt, wird die ihr zugrunde liegende Bettung im folgenden Abschnitt 3.3 ausführlich besprochen.

3.2.2 2-Parameter-Bettung

Wie eingangs erwähnt, wurde die 2-Parameter-Bettung zuerst in der Bodenmechanik angewandt. Kerr (1964) und Zhaohua und Cook (1983) geben einen Überblick über verschiedene Bettungsansätze, die alle zu demselben Ergebnis, nämlich Gleichung (3.4) führen. Interessanterweise lassen sich die Ansätze in zwei Gruppen aufteilen. Einerseits in eine Erweiterung der Winkler'schen Bettung, andererseits in einer Betrachtung des Bettungsmaterials als Kontinuum:

- Eine verbreitete Erweiterung der Winkler'schen Bettung wurde beispielsweise von Kerr (1964) mit Bezug auf Pasternak (1954)⁵ hergeleitet. Dabei wird angenommen, dass die Federenden durch einen Balken mit Einheitshöhe, der lediglich vertikale Schubverformungen zulässt, miteinander verbunden sind (Kerr 1964, S. 492). Die Federkonstante k_1 entspricht dann dem Proportionalitätsfaktor zwischen Schubspannung und -gleitung in besagtem Balken.
- Ein Ansatz auf Basis einer Betrachtung aus kontinuumsmechanischer Sicht wurde beispielsweise von Vlasov und Leontev (1960) vorgestellt. Sie gehen zunächst von einem elastischen isotropen Kontinuum aus und leiten eine allgemeine Lösung in Form eines Differentialgleichungssystems her. Ihre Lösung vereinfachen sie u. a. durch das Abschneiden des Reihenansatzes für die Verformungen nach dem ersten Glied, durch die Vernachlässigung der Verformungen und damit auch der Dehnungen in horizontaler Richtung sowie durch die Annahme eines ebenen Verzerrungszustandes. Weitere Details sind, Vlasov und Leontev (1960, Chapter 1, § 1. bis 3.) zu entnehmen. Neben einem Bettungsansatz in der Form von Gleichung (3.4) führen ihre Herleitungen zu Bestimmungsgleichungen für die Bettungsparameter k_w und k_1 , die allerdings von einem zusätzlich zu bestimmenden Faktor γ abhängen.

Die Bestimmung der Bettungsparameter der 2-Parameter-Bettung am Kontinuum, also aufbauend auf Vlasov und Leontev (1960), wurde bereits auf Sandwichelemente angewandt (z. B. Martikainen und Hassinen 1994; Thomsen 1993b) und wird daher in der weiteren Betrachtung vorgezogen. Sie hat zudem gegenüber den Erweiterungen der Winkler'schen Bettung den Vorteil, dass die Bettungsparameter mechanisch hergeleitet sind. Ein auf den Ideen von Vlasov und Leontev (1960) aufbauender Ansatz wird in Abschnitt 3.8 vorgestellt.

⁵Die Originalquelle konnte in Ermangelung einer verfügbaren Übersetzung aus dem Russischen nicht herangezogen werden.

3.3 Die Winkler'sche Bettung für Knittern bei unendlich breiter Deckschicht

Allen (1969, Kapitel 8) und Stamm und Witte (1974, Kapitel 8) nehmen das Kernmaterial als elastisches, isotropes Kontinuum an und gehen von einer sinusförmigen Knitterwelle aus. Im Rahmen der Bestimmung zur ungestörten Knitterspannung leiten sie auf unterschiedlichen Wegen den Winkler'schen Bettungsmodul her. Aufgrund der Ähnlichkeit ihrer zugrundeliegenden Ansätze, und damit einhergehend der Ähnlichkeit ihrer Ergebnisse, werden sie nachfolgend zusammen besprochen. Der Hauptunterschied zwischen beiden Ansätzen besteht darin, dass Allen (1969) seine Herleitung am elastisch gebetteten Balken vornimmt und für das Gesamtsystem aus Balken und Kern einen ebenen Spannungszustand ansetzt, während Stamm und Witte (1974) die elastisch gebettete Platte betrachten. Vorausgesetzt die Knitterwellen in Querrichtung sind unendlich ausgedehnt ($a_y = \infty$), kann ein Plattenstreifen herausgeschnitten werden. Für den Kern wird dazu passend ein ebener Verzerrungszustand in der x - z -Ebene angenommen. Nun ließe sich die Biegesteifigkeit des Plattenstreifens mit wenig Aufwand in einen Balken umrechnen, indem mit dem Faktor $(1 - \nu_F^2)$ multipliziert wird. Für die Federsteifigkeit des Kerns ist die Umrechnung deutlich komplizierter, sodass darauf gänzlich verzichtet wird. Dennoch liefern beide Herleitungen sehr ähnliche Ergebnisse, sodass ein Vergleich durchaus möglich ist. Die Beibehaltung der nicht umgerechneten Gleichungen hat zudem den Vorteil, dass sich der Bezug zwischen anderen Quellen, die auf die Arbeiten von Allen (1969) sowie Stamm und Witte (1974) verweisen, und späteren Ausführungen in dieser Arbeit besser herstellen lässt. Daraus folgt, dass sich für den Plattenstreifen im Rahmen der Herleitung von Stamm und Witte (1974) die Biegesteifigkeit der ebenen Deckschicht zu $B_F = E'_F I_F = E_F / (1 - \nu_F^2) \cdot t^3 / 12$ ergibt. Übertragen auf die leicht profilierte Deckschicht ist für I_F die tatsächliche Biegesteifigkeit anzusetzen. Der Annahme eines Balkens folgend, nimmt bei Allen (1969) die Biegesteifigkeit der ebenen Deckschicht die Größe $B_F = E_F t^3 / 12$ an.⁶ Interessanterweise tauchen in der Literatur gemischte Ansätze auf. Beispielsweise wird bei Meyer (2000), obgleich er einen Plattenstreifen betrachtet, für linierte Deckschichten $B_F = E_F I_F$ angesetzt. An dieser Stelle sei vorweggenommen, dass die getroffenen Annahmen bezüglich der Deckschichtsteifigkeit baupraktisch ohne Relevanz bleiben. Das Ziel der Berechnung, die Knitterspannung, wird in Abschnitt 4.1.1 vorgestellt werden. Dort zeigt sich, dass der E-Modul der Deckschicht lediglich unter der dritten Wurzel Einfluss auf die Knitterspannung nimmt. Mit $\nu_F = 0,3$ für Stahl ergibt sich demnach bei falscher Annahme bezüglich der Querdehnungsbehinderung ein Fehler von lediglich 3 %.

3.3.1 Endliche Kerndicke

Die Herleitungen von Allen sowie Stamm und Witte gehen im allgemeinen Fall von einer endlichen Kerndicke aus. Dabei wird vorausgesetzt, dass das Knittern keine Vertikalverformungen an der gegenüberliegenden Deckschicht hervorruft. Bei Biegebeanspruchung steht diese Schicht unter Zugbeanspruchung, was somit der Vertikalverformung entgegenwirkt, und diese Annahme begründet (Stamm und Witte 1974, S. 205). Ob sie wirklich gerechtfertigt ist, wird zunächst angenommen und an späterer Stelle in Kapitel 8 überprüft.

⁶Linierte Deckschichten werden von ihm nicht betrachtet. Deren Biegesteifigkeit würde sich zu $B_F = E_F I_F$ ergeben.

Mit den weiter oben genannten Voraussetzungen ergibt sich der Bettungsmodul einer Platte zu (Stamm und Witte 1974, Gleichungen (8.7), (8.28) und (8.33)):

$$k_w = K \frac{\alpha}{f(\alpha d_C)} = \underbrace{\frac{K}{E_C} \frac{\alpha d_C}{f(\alpha d_C)}}_{=f_w} \frac{E_C}{d_C} \quad (3.9)$$

$$\text{mit } K = \frac{2(1 - \nu_C)}{(1 + \nu_C)(3 - 4\nu_C)} E_C \quad (3.10)$$

$$f(\alpha d_C) = \frac{\sinh^2(\alpha d_C) - \left(\frac{\alpha d_C}{(3 - 4\nu_C)}\right)^2}{\frac{\alpha d_C}{(3 - 4\nu_C)} + \sinh(\alpha d_C) \cosh(\alpha d_C)} \quad (3.11)$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}, \quad \alpha_x = \frac{\pi}{a_x}, \quad \alpha_y = \frac{\pi}{a_y} \quad (3.12)$$

Die Funktion f beschreibt dabei den Einfluss der Kerndicke und strebt mit zunehmender Kerndicke gegen eins. Als Alternative zu (3.10) lässt sich K durch die Ersetzung von

$$E_C = \sqrt{2(1 + \nu_C)G_C E_C} \quad (3.13)$$

wie folgt schreiben:

$$K = \frac{2(1 - \nu_C)}{3 - 4\nu_C} \sqrt{\frac{2G_C E_C}{1 + \nu_C}} \quad (3.14)$$

Stamm und Witte (1974, Gleichungen (8.34) und (8.35) sowie S. 208) empfehlen dieses Vorgehen, um bei anisotropen Kernmaterial den Einfluss des Schubmoduls zu berücksichtigen. Zur besseren Vergleichbarkeit mit dem Ansatz von Allen (1969) wird in diesem Abschnitt von dieser sinnvollen Ersetzung kein Gebrauch gemacht.

Sofern angenommen wird, dass die Halbwellenlänge in Querrichtung (a_y) unendlich ist, vereinfacht sich Gleichung (3.9) zu:

$$k_w = \frac{\pi}{a_x} \frac{K}{f(\alpha d_C)} = \underbrace{\frac{K}{E_C} \frac{\theta}{f(\theta)}}_{=f_w} \frac{E_C}{d_C} \quad (3.15)$$

$$\text{mit } \theta = \frac{\pi d_C}{a_x} \quad (3.16)$$

Nach Allen (1969, Gleichung (8.21) und Table 8.2, Case I) gilt bei identischer Definition von θ für den Winkler'schen Bettungsmodul am elastisch gebetteten Balken folgender Zusammenhang:

$$k_w = f_w \frac{E_C}{d_C} = \theta^2 g(\theta) \frac{E_C}{d_C} \quad (3.17)$$

$$\text{mit } g(\theta) = \frac{2}{\theta} \cdot \frac{(3 - \nu_C) \sinh(\theta) \cosh(\theta) + (1 + \nu_C) \theta}{(1 + \nu_C)(3 - \nu_C)^2 \sinh^2(\theta) - (1 + \nu_C)^3 \theta^2} \quad (3.18)$$

Der vereinfachte Ansatz nach Gleichung (3.5) erhält durch die Funktion $f_w = K/E_C \cdot \theta/f(\theta)$ bzw. $f_w = \theta^2 g(\theta)$ eine Erweiterung um die Abhängigkeit von Kerndicke und Halbwellenlänge. Die graphische Darstellung des Terms f_w ist Abbildung 3.1 zu entnehmen. Für $\nu_C = 0$ gehen ebener Spannungs- und Verzerrungszustand ineinander über und beide Varianten

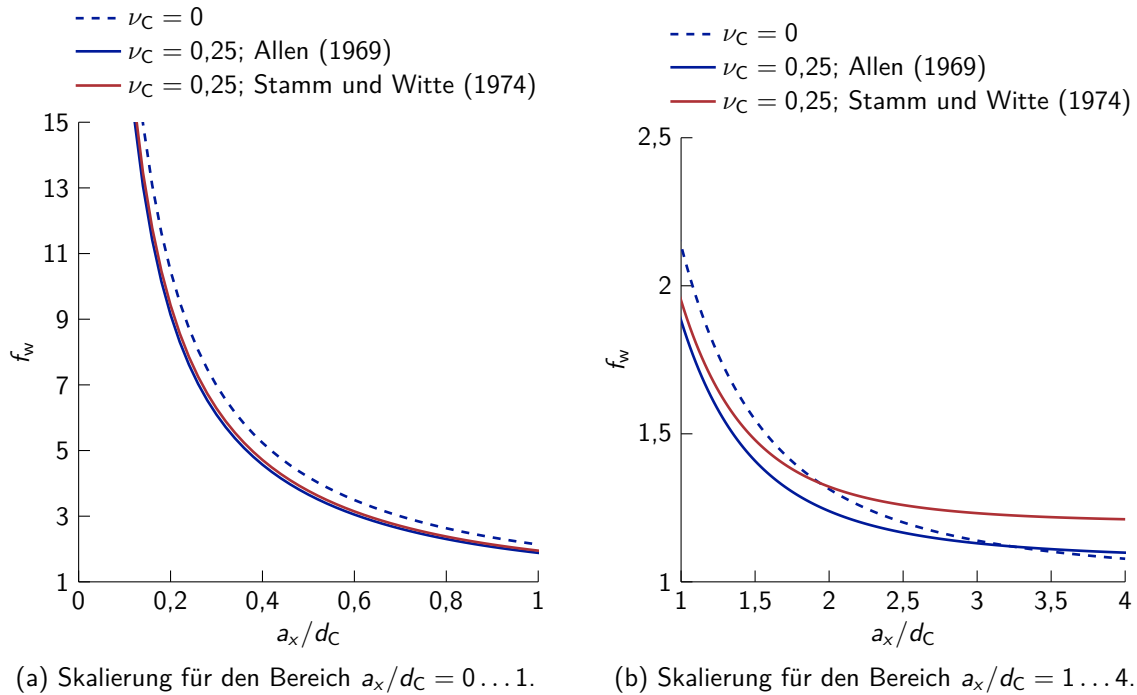


Abbildung 3.1: Abhängigkeit der Funktion f_w von der auf die Kerndicke bezogenen Halbwellenlänge. (Ergänzt nach Allen 1969, Fig. 8.9)

von f_w nehmen folglich identische Werte an. Für $\nu_C = 0,25$ und $a_x/d_C < 1,5$ liegt f_w nach Stamm und Witte (1974) maximal 5 % über dem Ansatz von Allen (1969). Im dargestellten Bereich bis $a_x/d_C = 4$ liegen die Abweichungen bei maximal 11 %. Beide Ansätze liefern demnach annähernd gleiche Ergebnisse. Ausgehend von Abbildung 3.1b für $\nu_C = 0$ folgert Allen (1969), dass der vereinfachte Ansatz der Bettung nach Gleichung (3.5) nur bei Halbwellenlängen, die größer als die dreifache Kerndicke sind, verwendet werden sollte (Allen 1969, S. 170 f.).

Die Halbwellenlänge gibt Allen (1969) nicht direkt, sondern indirekt durch die weiter unten aufgeführte Gleichung (3.19) und zusätzlich in Form eines Diagramms an (Allen 1969, Gleichung (8.11)⁷ und Fig. 8.5). Abbildung 3.2 zeigt das Diagramm in leicht abgewandelter Form. Allen bezieht darin die normierte Steifigkeit ρ aus untenstehender Gleichung (3.19) auf die durch die Kerndicke d_C normierte Halbwellenlänge, die sich aus der Auflösung des Terms nach dem dritten Gleichheitszeichen von Gleichung (3.19) ergibt. Die normierte Steifigkeit ρ ist für ebene Deckschichten nach Allen (1969, Gleichung (8.11)) wie nachfolgend durch das erste Gleichheitszeichen definiert:

$$\rho = \frac{t}{d_C} \left(\frac{E_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt[3]{12}}{d_C} \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(-\frac{6g'(\theta)}{\theta} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.19)$$

Das zweite Gleichheitszeichen aus Gleichung (3.19) – notwendig zur Anwendung für quasi-ebene Deckschichten – ergibt sich durch Einsetzen der Beziehung $B_F = E_F t^3 / 12$. Für die Halbwellenlänge nach Stamm und Witte (1974) bietet sich ebenfalls die graphische Darstellung an. Die Autoren geben sie jedoch nur für den Sonderfall $a_y = \infty$ an. Durch

⁷Das Minuszeichen im Term nach dem dritten Gleichheitszeichen muss für die graphische Darstellung im Gegensatz zur Angabe in Allen (1969) innerhalb der Klammern stehen.

Umstellung von Stamm und Witte (1974, Gleichung (8.59)) kann gezeigt werden, dass

$$\rho = \frac{\sqrt[3]{12}}{d_C} \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{12(1 - \nu_C)}{(1 + \nu_C)(3 - 4\nu_C)} \frac{f(\theta) + \theta f'(\theta)}{\theta^3 f^3(\theta)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.20)$$

gilt. Die Auflösung von Gleichung (3.20) nach a_x/d_C ist ebenfalls in Abbildung 3.2 dargestellt. Mit der Ersetzung (3.13) lässt sich Gleichung (3.20) wie folgt darstellen:

$$\rho = \frac{\sqrt[3]{12}}{d_C} \left(\frac{B_F}{\sqrt{G_C E_C}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2(1 - \nu_C)}{3 - 4\nu_C} \sqrt{\frac{2}{1 + \nu_C}} \frac{f(\theta) + \theta f'(\theta)}{\theta^3 f^3(\theta)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.21)$$

Wie aus dieser Abbildung ersichtlich ist, liefern beide Ansätze fast identische bezogene Halbwellenlängen. Zudem besteht für kleine Werte von ρ ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen ρ und der normierten Halbwellenlänge a_x/d_C . Näherungsweise ergibt sich a_x/d_C aus dem doppelten Wert von ρ , sodass für die Halbwellenlänge vereinfachend gilt:

$$a_x \approx 2 \sqrt[3]{12} \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 4,58 \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.22)$$

Für $\rho < 0,5$ ist der Fehler vernachlässigbar klein, bei $\rho = 0,75$ überschreitet die in Gleichung (3.22) gemachte Vereinfachung den wahren Wert um etwa 10 %. Eine Auswertung der Halbwellenlänge ist für zahlreiche gebräuchliche Sandwichelemente in Tabelle 3.1 gegeben. Aufgrund der guten Übereinstimmung beider Ansätze wurden lediglich die Halbwellenlängen nach Stamm und Witte (1974), also nach Gleichung (3.20), aufgeführt. Vereinfachend wurde bei der Bestimmung von I_F der linierten Deckschichten davon ausgegangen, dass der volle Querschnitt wirksam ist. Der Annahme einer Platte folgend wurde die Biegesteifigkeit der Deckschicht mit $B_F = E'_F I_F$ berechnet. Sofern nicht anders angegeben, wird in allen nachfolgenden Abbildungen und Tabellen (auch in darauffolgenden Kapiteln) diese Annahme beibehalten. In der Tabelle ist zusätzlich angegeben, um welchen Faktor die Wellenlänge der Kerndicke entspricht, um einen Vergleich mit dem Grenzwert für die Anwendbarkeit von Gleichung (3.5) zu erhalten. Es ist ersichtlich, dass der Grenzwert der dreifachen Kerndicke von allen aufgeführten Varianten zumeist deutlich unterschritten wird, womit nach Allen (1969) eine Anwendung von Gleichung (3.5), also $k_w = E_C/d_C$, für Sandwichelemente im Bauwesen nicht sinnvoll ist.

3.3.2 Unendliche Kerndicke

Für unendlich dicke Kerne leiten Allen (1969) und Stamm und Witte (1974) unter denselben Annahmen wie eingangs erwähnt (Kern als elastisches isotropes Kontinuum und sinusförmige Knitterwellen) ebenfalls den Winkler'schen Bettungsmodul her. Nach Allen (1969, Gleichung (8.3)) verglichen mit Allen (1969, Gleichung (8.20)):

$$k_w = \frac{2\pi E_C}{(3 - \nu_C)(1 + \nu_C)a_x} = \frac{2\pi}{(3 - \nu_C)(1 + \nu_C)} \underbrace{\frac{d_C}{a_x}}_{=f_w} \frac{E_C}{d_C} \quad \nu_C = 0,25 \approx \underbrace{1,83}_{=f_w} \frac{d_C}{a_x} \frac{E_C}{d_C} \quad (3.23)$$

Nach Stamm und Witte (1974) wird für unendlich dicke Kerne in Gleichung (3.15) $f(\alpha d_C) = 1$, womit sich für die Platte

$$k_w = \alpha K = \frac{2(1 - \nu_C)\pi}{(1 + \nu_C)(3 - 4\nu_C)} \underbrace{\frac{\alpha d_C}{\pi}}_{=f_w} \frac{E_C}{d_C} \quad \nu_C = 0,25 \approx \underbrace{1,88}_{=f_w} \frac{\alpha d_C}{\pi} \frac{E_C}{d_C} \quad (3.24)$$

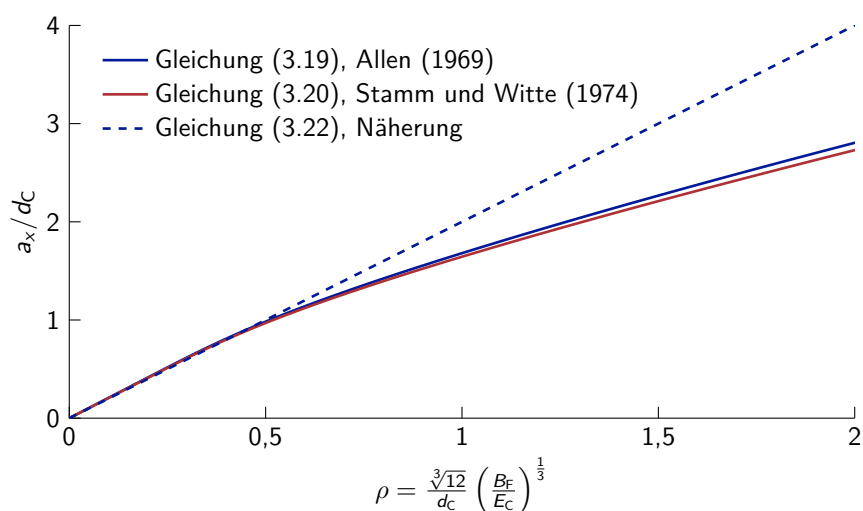


Abbildung 3.2: Bezogene Halbwellenlänge in Abhängigkeit von der bezogenen Steifigkeit ρ für $\nu_C = 0,25$. Die Unterschiede in den Verläufen zwischen Gleichung (3.19) und (3.20) verschwinden für $\nu_C = 0$. (Ergänzt nach Allen 1969, Fig. 8.5)

Tabelle 3.1: Halbwellenlänge nach Gleichung (3.20) bzw. Abbildung 3.2, sowie f_w nach Gleichung (3.15) für endliche Kerndicken und Gleichung (3.25) für unendliche Kerndicken für gebräuchliche Sandwichelemente nach dem Ansatz von Stamm und Witte (1974). In allen Fällen wurde $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$ und $\nu_C = 0,25$ angesetzt.

Deckschicht- ausbildung	d_C in mm	t in mm	d in mm	I_F in mm ³	ρ –	a_x/d_C –	a_x in mm	f_w	
								n. Gl. (3.15) –	n. Gl. (3.25) –
eben	40	0,41	–	0,00574	0,41	0,78	33	2,3	2,2
eben	40	0,66	–	0,02396	0,67	1,17	49	1,7	1,4
eben	120	0,41	–	0,00574	0,14	0,26	34	6,7	6,7
eben	120	0,66	–	0,02396	0,22	0,43	55	4,1	4,1
eben	200	0,41	–	0,00574	0,08	0,16	34	11,1	11,1
eben	200	0,66	–	0,02396	0,13	0,26	55	6,9	6,9
liniert	40	0,41	1,0	0,10	1,07	1,67	69	1,4	0,86
liniert	40	0,66	1,0	0,18	1,31	1,93	80	1,3	0,70
liniert	40	0,41	2,0	0,40	1,70	2,35	97	1,3	0,54
liniert	40	0,66	2,0	0,65	2,00	2,65	109	1,2	0,46
liniert	120	0,41	1,0	0,10	0,36	0,68	87	2,6	2,6
liniert	120	0,66	1,0	0,18	0,44	0,82	103	2,2	2,1
liniert	120	0,41	2,0	0,40	0,57	1,03	129	1,8	1,6
liniert	120	0,66	2,0	0,65	0,67	1,17	146	1,7	1,4
liniert	200	0,41	1,0	0,10	0,21	0,41	88	4,3	4,3
liniert	200	0,66	1,0	0,18	0,26	0,50	107	3,5	3,5
liniert	200	0,41	2,0	0,40	0,34	0,65	138	2,7	2,7
liniert	200	0,66	2,0	0,65	0,40	0,76	160	2,4	2,3

und für den Plattenstreifen bzw. bei unendlicher Halbwellenlänge in Querrichtung

$$k_w = \frac{\pi}{a_x} K = \frac{2(1 - \nu_C)\pi}{\underbrace{(1 + \nu_C)(3 - 4\nu_C)}_{=f_w}} \frac{d_C}{a_x} \frac{E_C}{d_C} \quad \nu_C \approx 0,25 \quad \approx 1,88 \frac{d_C}{\underbrace{a_x}_{=f_w}} \frac{E_C}{d_C} \quad (3.25)$$

schreiben lässt. Die Halbwellenlänge ergibt sich dann nach Allen (1969, Gleichung (8.6b)) zu

$$a_x = \pi \left(\frac{(3 - \nu_C)(1 + \nu_C)}{12} \right)^{\frac{1}{3}} t \left(\frac{E_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \nu_C \approx 0,25 \quad \approx 2,07 t \left(\frac{E_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 4,74 \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.26)$$

und nach Stamm und Witte (1974, Gleichung (8.43)) für den Plattenstreifen bzw. die Platte mit unendlicher Querausdehnung zu

$$a_x = \pi \left(\frac{2B_F}{K} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \nu_C \approx 0,25 \quad \approx 2,12 t \left(\frac{E_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 4,69 \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.27)$$

Die Halbwellenlänge für die Platte mit endlicher Querausdehnung und gelenkiger Lagerung wird in einem der nachfolgenden Abschnitte besprochen. Zur besseren Vergleichbarkeit mit den weiter oben aufgeführten Ergebnissen wurden exemplarisch $\nu_C = 0,25$ und wie zuvor bei Allen (1969) $B_F = E_F t^3/12$ bzw. bei Stamm und Witte (1974) $B_F = E'_F t^3/12$ eingesetzt. Wie bei der endlichen Kerndicke sind die Ergebnisse der beiden Ansätze fast identisch. Aufgrund dieser Ähnlichkeit wird verkürzend der Ansatz von Stamm und Witte (1974) herausgegriffen, um an ihm den Unterschied zwischen endlicher und unendlicher Kerndicke aufzuzeigen. Die in Gleichung (3.22) formulierte Näherung zur Bestimmung der Halbwellenlänge, bekommt im Vergleich mit Gleichung (3.27) eine praktische Bedeutung. Für geringe Werte von ρ geht die Halbwellenlänge für endliche Kerndicken in die für eine unendliche Kerndicke über. Durch die vorgenommene Umstellung von Gleichung (3.25) für eine unendliche Kerndicke lässt sie sich mit Gleichung (3.15) für eine endliche Kerndicke vergleichen. Auf eine gemeinsame Darstellung analog zu Abbildung 3.1 wird verzichtet und stattdessen eine Veranschaulichung in Abhängigkeit von d_C und I_F gewählt (siehe Tabelle 3.1 und Abbildung 3.3). In Abbildung 3.3 ist zusätzlich ein vereinfachter Ansatz dargestellt, der durch Kombination der Winkler'schen Bettung für endliche Kerndicken, Gleichung (3.15), mit der Halbwellenlänge für unendliche Kerndicken, Gleichung (3.27), entsteht.

Mit steigender Biegesteifigkeit der Deckschicht steigt der Einfluss der endlichen Kerndicke. Ist die Deckschicht eben und dünn, kann der Kern in jedem Fall als unendlich ausgedehnt angenommen werden. Bei hohen Deckschichtsteifigkeiten ist ein Einfluss auf f_w auch bei mittleren Kerndicken um 100 mm noch vorhanden. Bei einem geringeren als dem angesetzten E-Modul des Kerns von $3,5 \text{ N/mm}^2$ vergrößert sich der Unterschied für alle betrachteten Varianten etwas. Auffallend gute Ergebnisse liefert der vereinfachte Ansatz. Obwohl er die bezogene Halbwellenlänge ab $a_x/d_C > 2$ deutlich überschätzt, ist der Einfluss dieser Überschätzung auf f_w nur gering, was aus Abbildung 3.1b ersichtlich wird. Isotropes Kernmaterial vorausgesetzt, ist nach den Ansätzen von Allen (1969) sowie Stamm und Witte (1974) die Bestimmung der Winkler'schen Bettung nach Gleichung (3.17) bzw. (3.15) vorzuziehen, um eine allgemein gültige Lösung zu erhalten. Die Halbwellenlänge kann vereinfachend für eine unendliche Kerndicke bestimmt werden, ohne einen großen Fehler zu machen. Den Bettungsmodul mit dem vereinfachten Ansatz nach Gleichung (3.5) zu bestimmen, also f_w zu eins anzunehmen, ist für keinen Wertebereich zu empfehlen. Ob die diesen Ergebnissen zugrundeliegende Annahme des isotropen Kernmaterials gerechtfertigt ist, bedarf noch einer Klärung.

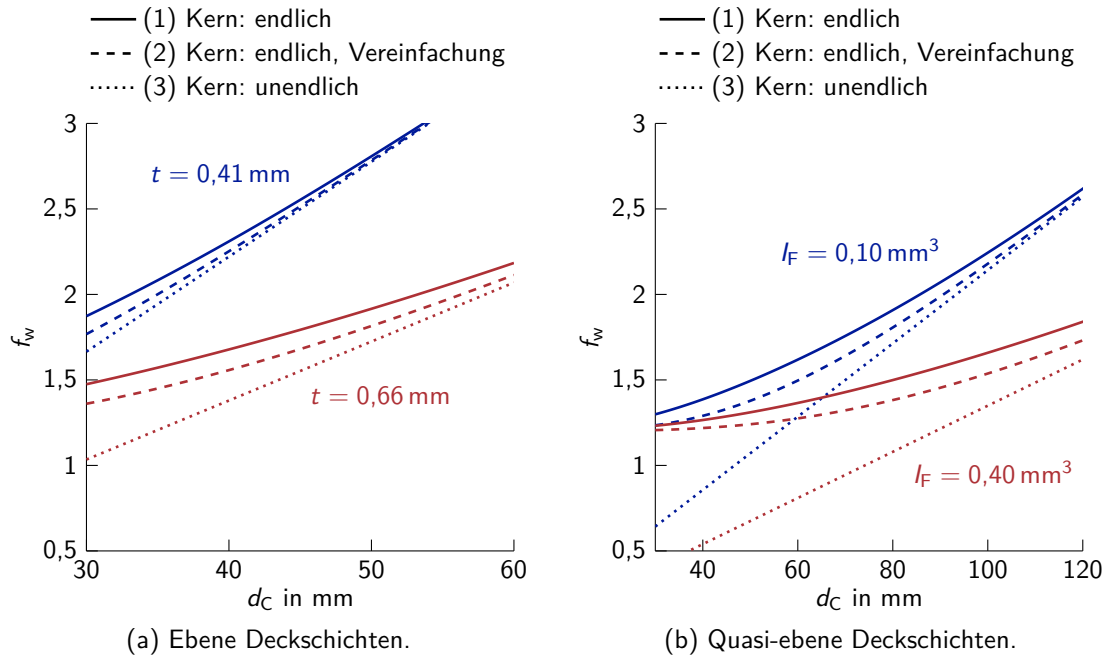


Abbildung 3.3: Abhängigkeit der Funktion f_w von der Kerndicke nach dem Ansatz von Stamm und Witte (1974) für $\nu_C = 0,25$ und $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$. Darstellung von f_w im Vergleich für drei verschiedene Annahmen: (1) Annahme einer endlichen Kerndicke, Gleichung (3.15), unter Ansatz der zugehörigen Halbwellenlänge, Gleichung (3.20). (2) Annahme einer endlichen Kerndicke, Gleichung (3.15), unter dem vereinfachten Ansatz einer Halbwellenlänge für eine unendliche Kerndicke, Gleichung (3.27). (3) Annahme einer unendlichen Kerndicke nach Gleichung (3.25) unter Ansatz der zugehörigen Halbwellenlänge, Gleichung (3.27). Darstellung jeweils für verschiedene Deckschichtsteifigkeiten.

Abschließend ist noch auf eine Eigenart der Darstellung in Abbildung 3.3 hinzuweisen. Der steigende Verlauf von f_w suggeriert ein Ansteigen der absoluten Größe des Bettungsmoduls k_w . Dies ist jedoch nicht der Fall. Ganz im Gegenteil steigt sogar der Absolutwert von k_w für geringe Kerndicken. Da zur Bestimmung von k_w die Funktion f_w durch die Kerndicke d_C geteilt werden muss (siehe Gleichung (3.6)), verschwindet der Einfluss der Kerndicke, sobald sich für f_w ein linearer Verlauf ergibt. Dies entspricht der Anschauung, da für die Annahme einer unendlichen Kerndicke die Kerndicke keinen Einfluss mehr haben kann. Demnach kann für die unendliche Kerndicke nach Allen (1969) anstelle von Gleichung (3.23)

$$k_w = 2 \left(\frac{1}{(3 - \nu_C)(1 + \nu_C)} \right)^{\frac{4}{3}} E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \nu_C \approx 0,25 \quad 0,386 E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.28)$$

und nach Stamm und Witte (1974) anstelle von Gleichung (3.25)

$$k_w = 2 \left(\frac{1 - \nu_C}{(1 + \nu_C)(3 - 4\nu_C)} \right)^{\frac{4}{3}} E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \nu_C \approx 0,25 \quad 0,402 E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.29)$$

geschrieben werden. In beiden Gleichungen wurde jeweils die zugehörige Halbwellenlänge nach Gleichung (3.26) bzw. (3.27) eingesetzt. Wird für K der Einfluss des Schubmoduls nach Gleichung (3.14) berücksichtigt und in Gleichung (3.29) eingesetzt, lässt sich der

Winkler'sche Bettungsmodul auch wie folgt schreiben:

$$k_w = 2 \left(\frac{1 - \nu_C}{3 - 4\nu_C} \sqrt{\frac{2}{1 + \nu_C}} \right)^{\frac{4}{3}} \sqrt{G_C E_C} \left(\frac{\sqrt{G_C E_C}}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \nu_C \approx 0,25 \quad 0,740 \sqrt{G_C E_C} \left(\frac{\sqrt{G_C E_C}}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.30)$$

Für den Sonderfall gleich großer Kernmoduln, also $G_C = E_C$, steigt die Bettung durch den anderen Ansatz für K bei $\nu_C = 0,25$ um den Faktor 1,84 im Vergleich zur Formulierung nach Gleichung (3.29). Die Abhängigkeit des Faktors von der Querdehnzahl ist im für PUR-Schäume relevanten Bereich zwischen 0,2 und 0,3 nur gering. Eine Auswertung für k_w bei endlicher Kerndicke folgt in Abschnitt 3.6.2 beim Vergleich mit dem Ansatz von Meyer (2000).

3.4 Die Winkler'sche Bettung für Beulen bei endlich breiter Deckschicht

Sandwichelemente im Bauwesen können im Allgemeinen als unendlich breit ausgedehnt angenommen werden. Ein praktischer Anwendungsfall für eine begrenzte Breite der Deckschicht ergibt sich für die Betrachtung der ebenen Teilflächen liniertes oder gesickter Deckschichten. Ist der Vertikalversatz in der Deckschicht ausreichend stark ausgeprägt, können sich vor dem eigentlichen Knitterversagen Beulen in den ebenen Teilflächen ergeben. Die Breite dieser Beulen ist durch die Teilflächenbreite vorgegeben. Ihre Länge ist wie beim Beulen üblich breitenabhängig und ist analog zur unendlich breiten Deckschicht mit dem Steifigkeitsverhältnis zwischen Deckschicht und Kern gekoppelt. Der Bettungsfaktor f_w ergibt sich ebenfalls entsprechend der unendlich breiten Deckschicht und ist somit von der Größe und dem Seitenverhältnis der Beulen sowie der Dicke und Steifigkeit des Kerns abhängig. Ob dieses Teilversagen als Knittern (wie z. B. bei Stamm und Witte 1974, Abschnitt 8.3) oder als Beulen (wie z. B. bei Kech 1991) bezeichnet wird, ist nebensächlich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Begriff „Beulen“ gewählt, womit eine bessere Abgrenzung zur Verwendung des Begriffs „Knittern“ möglich ist. Für letzteren wird festgelegt, dass er stets die volle Querschnittsbreite einschließt. Den vorliegenden Anwendungsfall berücksichtigend werden nachfolgend nur ebene Deckschichten unendlicher Längsausdehnung mit gelenkiger Lagerung an den Rändern in Breitenrichtung betrachtet. Die Last ist zudem auf einachsige Beanspruchung in Längsrichtung eingeschränkt.

Die allgemein gehaltene Herleitung für den Winkler'schen Bettungsmodul von Stamm und Witte (1974, Abschnitt 8.2) ist auch für begrenzte Breiten gültig, sodass sie an dieser Stelle nochmals wiedergegeben wird:

$$k_w = K \frac{\alpha}{f(\alpha d_C)} = \frac{K}{E_C} \underbrace{\frac{\alpha d_C}{f(\alpha d_C)}}_{=f_w} \frac{E_C}{d_C} \quad (3.9)$$

Die Definition der Beiwerte ist mit den Gleichungen (3.10) bis (3.12) gegeben. Eine Auswertung der Funktion f_w in Abhängigkeit von der auf die Kerndicke bezogenen Halbwellenlänge in Längsrichtung (a_x/d_C) ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Der Breiteneinfluss wird über die verschiedenen Kurven für die bezogene Halbwellenlänge in Querrichtung (a_y/d_C) erfasst. Sowohl in Quer- als auch in Längsrichtung steigt f_w bei geringer werdender Halbwellenlänge

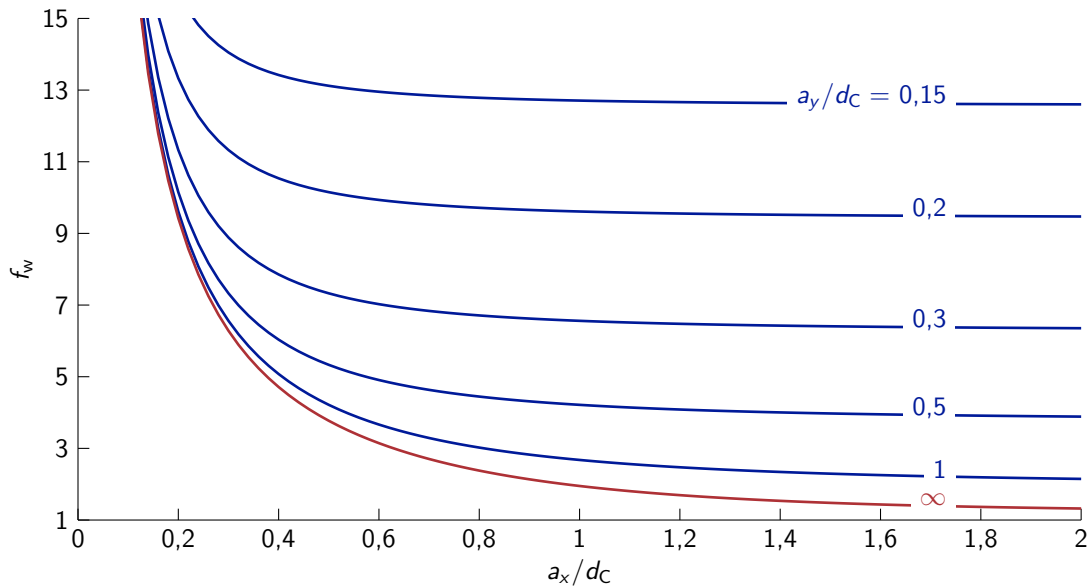


Abbildung 3.4: Abhängigkeit der Funktion f_w von der auf die Kerndicke bezogenen Halbwellenlänge in Längsrichtung (a_x/d_C) für ausgewählte bezogene Halbwellenlängen in Querrichtung (a_y/d_C). Die Querdehnzahl wurde für alle Kurven mit $\nu_C = 0,25$ angenommen.

stark an. Die Annahme $f_w = 1$ ist näherungsweise nur zutreffend, wenn beide Parameter, a_x/d_C und a_y/d_C , zugleich sehr große Werte annehmen. Im baupraktisch relevanten Parameterbereich kann dies in den meisten Fällen ausgeschlossen werden. Für unendlich große Halbwellenlängen in Querrichtung geht Gleichung (3.9) – wie erwartet – in den Verlauf nach Gleichung (3.15), rote Linie in Abbildung 3.4, über.

Während die Halbwellenlänge in Querrichtung mit $a_y = b_p$ bekannt ist, muss die Halbwellenlänge in Längsrichtung a_x , wie allgemein in Abschnitt 3.2 erläutert, über die Minimierung der Normalkraft bestimmt werden. Wird die Kerndicke als unendlich angenommen, wird $f(\alpha d_C) = 1$, was die mathematische Beschreibung deutlich vereinfacht. Tatsächlich wird die endliche Kerndicke für diesen Fall von Stamm und Witte (1974) gar nicht untersucht. Als Ergebnis der Minimierung ergibt sich folgende Bestimmungsgleichung:

$$\frac{1 - \alpha_p^4}{\alpha_p^3} = \chi \frac{1 + 2\alpha_p^2}{\sqrt{1 + \alpha_p^2}} \quad (3.31)$$

$$\text{mit } \alpha_p = \frac{a_x}{a_y} \quad (3.32)$$

$$\chi = \frac{K \cdot a_y^3}{2\pi^3 \cdot B_F} \quad (3.33)$$

Gleichung (3.31) einschließlich ihrer Definitionen ist Kech (1991, Gleichung (7)) bzw. Baehre (1989, Gleichung (17))⁸ entnommen. Sie lässt sich ebenfalls aus der allgemeineren Betrachtung von Stamm und Witte (1974, Gleichung (8.52)) herleiten. Die Biegesteifigkeit der Deckschicht wird mit $B_F = E'_F t^3/12$, der Steifigkeitswert K nach Gleichung (3.10), ohne Berücksichtigung des Schubmoduls, bestimmt. Gleichung (3.31) lässt sich heutzutage problemlos numerisch lösen. Alternativ ist durch Baehre (1989, Gleichung (22)) die

⁸In beiden Quellen fehlt das Wurzelzeichen über dem Term $1 + \alpha_p^2$ im Nenner.

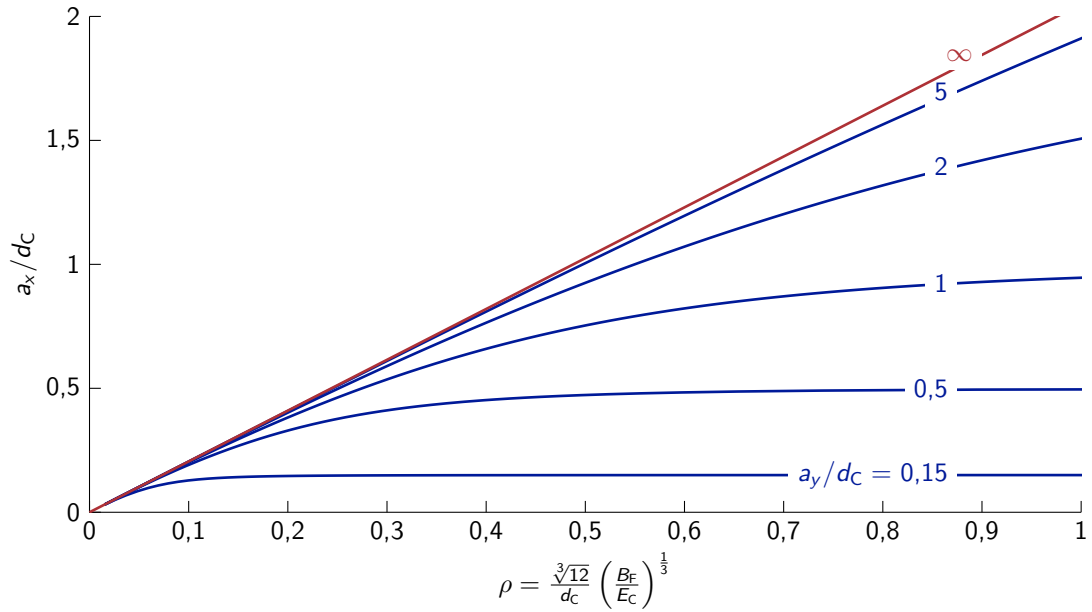


Abbildung 3.5: Bezogene Halbwellenlänge des unendlich dicken Kerns in Abhängigkeit von der bezogenen Steifigkeit ρ für $\nu_C = 0,25$. Für unendlich große Halbwellenlängen in Querrichtung geht Gleichung (3.36) in den Verlauf nach Gleichung (3.27), rote Linie, über.

Näherung

$$\alpha_p = \frac{0,955}{\sqrt[3]{\chi + 1}} \quad (3.34)$$

gegeben. Der relative Fehler der Näherung beträgt für den Bereich $0 \leq \chi \leq 1000$ immer unter 5%. In vielen Fällen liegt der Fehler sogar nur bei ca. 2%. Die gesuchte Halbwellenlänge in Längsrichtung ergibt sich in beiden Fällen aus

$$a_x = \alpha_p a_y = \alpha_p b_p \quad (3.35)$$

Eine weitere Besonderheit lässt sich aus den Gleichungen (3.31) bzw. (3.34) feststellen. Das Beulwellenverhältnis α_p unterschreitet immer den Wert eins. Nur im Sonderfall der verschwindenden Bettung bzw. unendlicher Deckschichtsteifigkeit ($\chi = 0$) werden die Beulwellen gleich groß. Ansonsten bedingt die elastische Bettung in Längsrichtung gestauchte Beulen.

Zum besseren Vergleich mit der Lösung für die unendliche Deckschichtbreite lässt sich Gleichung (3.31) in die Form

$$\rho = \frac{\sqrt[3]{12}}{d_C} \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{a_y}{\pi d_C} \left(\frac{12(1 - \nu_C)}{(1 + \nu_C)(3 - 4\nu_C)} \cdot \frac{\alpha_p^3}{1 - \alpha_p^4} \cdot \frac{1 + 2\alpha_p^2}{\sqrt{1 + \alpha_p^2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.36)$$

bringen. Gleichung (3.36) ist in Abbildung 3.5 graphisch dargestellt. Der Bezug auf die Kerndicke wurde zur besseren Vergleichbarkeit mit Abbildung 3.2 beibehalten, ist jedoch in Wirklichkeit nicht vorhanden. Dies ist daran erkennbar, dass der Wert beider Achsen durch d_C geteilt wird, ohne einen Einfluss auf die Graphik zu nehmen. Mit steigender Halbwellenlänge in Querrichtung geht der Verlauf a_x/d_C über ρ in die Lösung für die unendliche Kerndicke bei unendlicher Breite über (siehe Gleichung (3.27) bzw. Abbildung 3.2). Nur in diesem Sonderfall stellt er eine Gerade dar. Die endlichen Halbwellenlängen

in Querrichtung verlaufen bei großem ρ , also geringer Kernsteifigkeit bzw. hoher Deckschichtsteifigkeit, asymptotisch. Genau genommen nähern sich dabei die Halbwellenlängen beider Richtungen an, sodass das Beulfeld in ein Quadrat übergeht. Gleiches wurde aus der Auswertung der Gleichungen (3.31) bzw. (3.34) festgestellt.

Letztlich bleibt noch zu klären, ob die Annahme einer unendlichen Ausdehnung des Kerns gerechtfertigt ist. In Ermangelung der exakten Vergleichslösung für die endliche Kerndicke wird auf dieselbe Vereinfachung zurückgegriffen, die bei der unendlichen Deckschichtbreite zu sehr guten Ergebnissen führte. Es wird demnach die Halbwellenlänge in Längsrichtung für die unendliche Kerndicke, Gleichung (3.35), genutzt, um mit ihr den Einfluss der endlichen Kerndicke in Form des Terms $f(\alpha d_C)$ in Gleichung (3.9) abzubilden. Die Annahme einer unendlichen Kerndicke stellt für die Halbwellenlänge in Längsrichtung eine Obergrenze dar. Denn ein Kern endlicher Dicke ist steifer, und mit zunehmender Steifigkeit der Bettung sinkt die Halbwellenlänge. Folglich wird die Höhe der Bettung durch die vorgeschlagene Näherung unterschätzt, was i. d. R. eine Annahme auf der sicheren Seite darstellt. K wurde in beiden Fällen nach Gleichung (3.14) bestimmt, um den Einfluss des Schubmoduls des Kerns zu berücksichtigen. Tabelle 3.2 gibt Verhältnisse der Beulwellenhalblängen für gebräuchliche Sandwichelemente an. In Abbildung 3.6 ist der Verlauf von f_w über die Kerndicke dargestellt. Vereinfachend wurde $G_C = E_C$ gesetzt, sodass die Darstellung für beliebige Kernsteifigkeiten gleicher Größe gilt. Die Graphik zeigt die Auswertung für zwei Beulwellenhalblängen in Querrichtung und zwei Verhältnisse der Beulwellenhalblängen. Letztere wurden jeweils so gewählt, dass sie in etwa die Grenzen für den praxisrelevanten Bereich darstellen. Für die meisten Fälle ist die Annahme des unendlichen Kerns gerechtfertigt. Nur bei einer extremen Kombination von schwachem Kern, dicker Deckschicht und sehr großem Linierungsabstand empfiehlt sich für die dargestellten Kerndicken die endliche Kerndicke näherungsweise zu berücksichtigen. Der Aufwand dafür ist begrenzt, da lediglich $f(\alpha d_C)$ nach Gleichung (3.11) ausgewertet werden muss. Es sei darauf hingewiesen, dass sich bei einem linearen Verlauf von f_w – analog zu der in Querrichtung unendlich ausgedehnten Deckschicht – kein Anstieg des Absolutwertes des Bettungsmoduls k_w ergibt. Eine Auswertung für k_w bei endlicher Kerndicke folgt in Abschnitt 3.6.1 beim Vergleich mit dem Ansatz von Meyer (2000).

3.5 Einfluss von Orthotropie und Inhomogenität auf die Winkler'sche Bettung für Knittern

Die Einflüsse infolge Orthotropie und Inhomogenität sind sowohl bei Thermann (1989) als auch bei Zhao (1993) hergeleitet.⁹ Wegen der kompakteren Darstellung wird sich nachfolgend und in anschließenden Abschnitten vorzugsweise auf Thermann (1989) bezogen. Entgegen dem Vorgehen für Knittern und Beulen bei homogener, isotroper Kernschicht werden nachfolgend keine Auswertungen für f_w erfolgen. Stattdessen werden die Auswirkungen im nächsten Kapitel im Rahmen der analytischen Bestimmung der ideellen Knitterspannung aufgezeigt.

⁹Zhao war zu dieser Zeit wissenschaftlicher Mitarbeiter bei Prof. Dr.-Ing. K. Thermann.

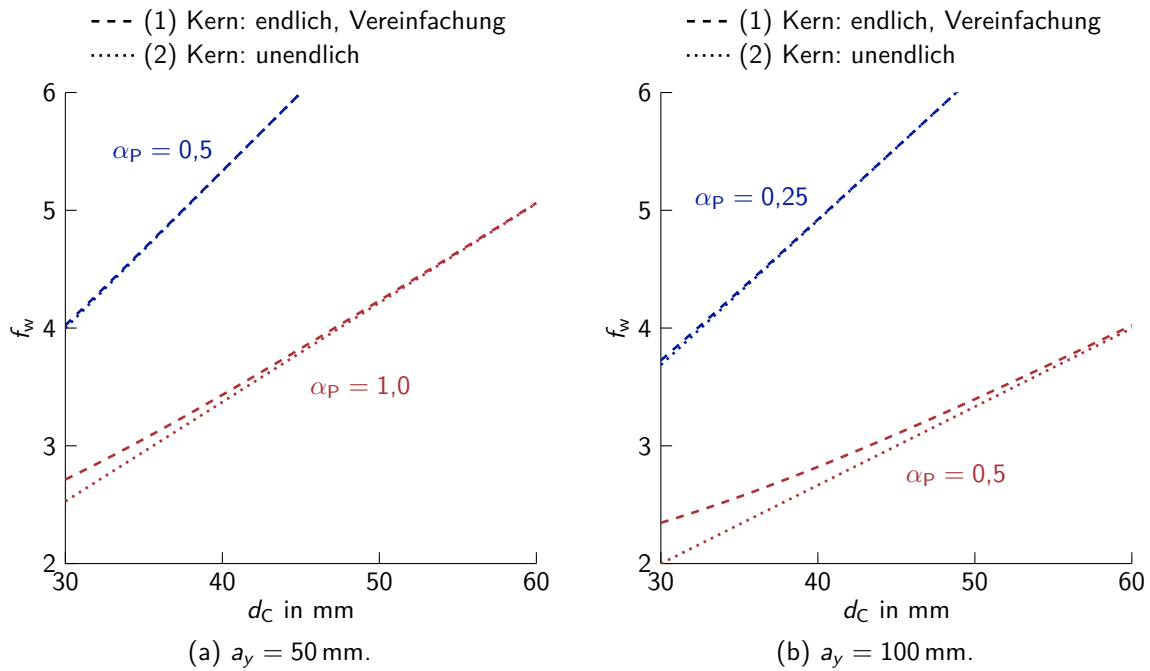


Abbildung 3.6: Abhängigkeit der Funktion f_w von der Kerndicke nach dem Ansatz von Stamm und Witte (1974) für $\nu_C = 0,25$, K nach Gleichung (3.14) und $E_C = G_C$. Darstellung von f_w im Vergleich für zwei verschiedene Annahmen: (1) Annahme einer endlichen Kerndicke, Gleichung (3.9), unter dem vereinfachten Ansatz einer Halbwellenlänge für eine unendliche Kerndicke, Gleichung (3.35). (2) Annahme einer unendlichen Kerndicke, Gleichung (3.9) mit $f(\alpha d_C) = 1$, unter Ansatz der zugehörigen Halbwellenlänge, Gleichung (3.35). Darstellung jeweils für verschiedene Verhältnisse der Beulwellenhalblängen α_P .

Tabelle 3.2: Verhältnis der Beulwellenhalblängen nach Gleichung (3.34) für gebräuchliche Sandwichelemente für $\nu_C = 0,25$ und K nach Gleichung (3.14).

a_y in mm	t in mm	E_C in N/mm ²	G_C in N/mm ²	α_P –
50	0,41	2	2	0,61
50	0,41	4	4	0,50
50	0,41	6	6	0,45
50	0,66	2	2	0,80
50	0,66	4	4	0,71
50	0,66	6	6	0,66
100	0,41	2	2	0,33
100	0,41	4	4	0,26
100	0,41	6	6	0,23
100	0,66	2	2	0,51
100	0,66	4	4	0,42
100	0,66	6	6	0,37

3.5.1 Orthotropie

Thermann (1989) leitet die Knitterspannung und dadurch indirekt auch den dazugehörigen Winkler'schen Bettungsmodul für homogenes, orthotropes Kernmaterial her. Auf die Herleitung wird an dieser Stelle nicht eingegangen, sondern stattdessen auf die Originalquelle verwiesen. Vom Grundprinzip unterscheidet sich die Herleitung nicht vom Vorgehen in Stamm und Witte (1974). So nimmt Thermann ebenfalls einen ebenen Verzerrungszustand an. Für unendliche Kerndicken ist der Parameter K anstatt durch die Gleichungen (3.10) bzw. (3.14) durch folgenden Ausdruck definiert (Thermann 1989, Gleichung (35)):

$$K_{\text{orth}} = \frac{\sqrt{1 - \nu_{Cz}^2} \cdot \sqrt{1 + \left(\sqrt{(1 - \nu_{Cx}^2)(1 - \nu_{Cz}^2)} - \nu_{Cx}\nu_{Cz} - \nu_{Cy} \right) \frac{2G_C}{\sqrt{E_{Cx}E_{Cz}}}}}{\sqrt{(1 - \nu_{Cx}^2)(1 - \nu_{Cz}^2) + \left((1 - \nu_{Cx}^2)(1 - \nu_{Cz}^2) - (\nu_{Cx}\nu_{Cz} + \nu_{Cy})^2 \right) \frac{G_C}{\sqrt{E_{Cx}E_{Cz}}}}} \sqrt{E_{Cz}G_C} \quad (3.37)$$

Zur besseren Unterscheidung zu K wurde der Index „orth“ hinzugefügt, der die Orthotropie kennzeichnet. Die für die Bestimmung von K_{orth} notwendigen, modifizierten Querkontraktionszahlen ν_{Cx} , ν_{Cy} und ν_{Cz} sind dabei wie folgt definiert (Thermann 1989, Gleichung (27)):

$$\frac{\nu_{Cx}}{\sqrt{E_{Cy}E_{Cz}}} := \frac{\nu_{Czy}}{E_{Cy}} = \frac{\nu_{Cyz}}{E_{Cz}} \quad (3.38)$$

$$\frac{\nu_{Cy}}{\sqrt{E_{Cx}E_{Cz}}} := \frac{\nu_{Czx}}{E_{Cz}} = \frac{\nu_{Czx}}{E_{Cx}} \quad (3.39)$$

$$\frac{\nu_{Cz}}{\sqrt{E_{Cx}E_{Cy}}} := \frac{\nu_{Cxy}}{E_{Cy}} = \frac{\nu_{Cyx}}{E_{Cx}} \quad (3.40)$$

Für die Achsenrichtungen wurde die übliche Annahme getroffen, dass die x -Achse in Elementlängs-, die y -Achse in Elementquer- und die z -Achse in Dickenrichtung zeigt. Von Thermann wird ebenfalls die Definition der Doppelinizes übernommen: „Der erste Index der Querkontraktionszahlen kennzeichnet die Richtung in der die Querkontraktion auftritt, der zweite die einachsige Spannung die sie bewirkt.“ (Thermann 1989, S. 5) Durch eine Auswertung von Gleichung (3.37) kann die Auswirkung der einzelnen Parameter untersucht werden. Drei Erkenntnisse aus der Parametervariation in Thermann (1989, S. 8 ff.) sollen an dieser Stelle wiedergeben werden: Erstens ist der Einfluss des E-Moduls in Längsrichtung (E_{Cx}) vernachlässigbar klein. Die zugrundeliegende Auswertung wurde unter Vernachlässigung der modifizierten Querkontraktionszahlen sowie bei identischem Schubmodul und E-Modul in Dickenrichtung ($E_{Cz} = G_C$) geführt. Zweitens ist die Auswirkung der modifizierten Querdehnzahlen auf K_{orth} zwischen $0 \leq \nu_C \leq 0,4$ nur gering, wobei die modifizierten Querkontraktionszahlen identisch angenommen wurden ($\nu_C = \nu_{Cx} = \nu_{Cy} = \nu_{Cz}$). Für $0 \leq \nu_C \leq 0,3$ verschwindet der Einfluss fast vollständig. Hierzu wurden $E_{Cz} = G_C$ und $E_{Cx} = 3E_{Cz}$ gesetzt. Drittens wirkt sich die Variation $0 \leq \nu_{Cx} \leq 0,4$ bezüglich K_{orth} nur vernachlässigbar aus. Dabei wurden $\nu_{Cy} = \nu_{Cz} = 0$, $E_{Cx} = G_C$ und $E_{Cz} = 3E_{Cx}$ festgelegt. Die Wahl der Querkontraktionszahlen ist, sofern sie für PUR-Hartschäume im realistischen Bereich erfolgt, demnach von untergeordneter Bedeutung. Eine ausführliche Betrachtung dieses Sachverhalts findet sich bei Zhao (1993, Abschnitt 3.3.2).

Die Herleitung in Thermann (1989) ist zunächst allgemein gehalten und bezieht somit endliche Kerndicken ein. Die sich ergebende Lösung ist deutlich aufwändiger als im Fall des

isotropen Kerns. Wie für die unendliche Kerndicke werden nur die Ergebnisse angegeben. Für ihre Herleitung wird auf die angegebene Literatur verwiesen. Zunächst sind folgende Hilfsgrößen zu bestimmen (Thermann 1989, Gleichungen (28.2), (29), (17) und (18)):

$$\alpha = \left(1 - \nu_{Cx}^2\right) \left(1 - \nu_{Cz}^2\right) - (\nu_{Cx} \nu_{Cz} + \nu_{Cy})^2 \quad (3.41)$$

$$E_{Cxx} = \frac{1 - \nu_{Cx}^2}{\alpha} E_{Cx} \quad (3.42)$$

$$E_{Czz} = \frac{1 - \nu_{Cz}^2}{\alpha} E_{Cz} \quad (3.43)$$

$$E_{Cxz} = \frac{\nu_{Cx} \nu_{Cz} + \nu_{Cy}}{\alpha} \sqrt{E_{Cx} E_{Cz}} \quad (3.44)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{(\sqrt{E_{Cxx} E_{Czz}} + G_C)^2 - (E_{Cxz} + G_C)^2}{4 E_{Czz} G_C}} \quad (3.45)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(\sqrt{E_{Cxx} E_{Czz}} - G_C)^2 - (E_{Cxz} + G_C)^2}{4 E_{Czz} G_C}} \quad (3.46)$$

Dabei ist zu beachten, dass ω auch imaginäre Werte annehmen kann. Mit den Gleichungen (3.41) bis (3.46) kann analog zum isotropen Kern die Abhängigkeit der Winkler'schen Bettung von der Kerndicke bestimmt werden (Thermann 1989, Gleichungen (22) bis (24)):

$$f_{\text{orth}} = \frac{s_\delta^2 - s_\omega^2 \left(\frac{\sqrt{E_{Cxx} E_{Czz}} - G_C}{\sqrt{E_{Cxx} E_{Czz}} + G_C} \right)^2}{s_\delta c_\delta + s_\omega c_\omega \frac{\sqrt{E_{Cxx} E_{Czz}} - G_C}{\sqrt{E_{Cxx} E_{Czz}} + G_C}} \cdot \delta \quad (3.47)$$

mit $s_\delta = \frac{\sinh(\delta \alpha d_C)}{\delta}$ und $c_\delta = \cosh(\delta \alpha d_C)$ (3.48)

sowie $\omega^2 \begin{cases} > 0 : & s_\omega = \frac{\sinh(\omega \alpha d_C)}{\omega} & \text{und} & c_\omega = \cosh(\omega \alpha d_C) \\ = 0 : & s_\omega = \alpha d_C & \text{und} & c_\omega = 1 \\ < 0 : & s_\omega = \frac{\sin(\bar{\omega} \alpha d_C)}{\bar{\omega}} & \text{und} & c_\omega = \cos(\bar{\omega} \alpha d_C) \quad \text{und} \quad \bar{\omega}^2 = -\omega^2 \end{cases}$ (3.49)

Die Winkler'sche Bettung ergibt sich analog zum isotropen Kernmaterial zu (Thermann 1989, Gleichung (20)):

$$k_w = K_{\text{orth}} \frac{\alpha}{f_{\text{orth}}} \quad (3.50)$$

Bei zunehmender Kerndicke strebt die Funktion f_{orth} gegen eins, womit die Lösung für die unendliche Kerndicke als Sonderfall im Ergebnis für die endliche Kerndicke enthalten ist. Die Auswirkungen der vereinfachten Annahmen einer unendlichen Kerndicke werden in Abschnitt 4.1 im Rahmen der analytischen Bestimmung der Knitterspannung besprochen.

3.5.2 Inhomogenität

Von Thermann (1989) wird ebenfalls die Federsteifigkeit für einen inhomogenen Kern hergeleitet, dem jedoch isotropes Materialverhalten unterstellt wird. Die Grundidee baut darauf auf, dass der Kern in abschnittsweise homogene Schichten unterteilt werden kann. Da das allgemeine Verfahren mit unbegrenzter Schichtanzahl sehr aufwändig in der Handhabung

ist, wird nachfolgend ausschließlich das vereinfachte Zwei-Schichtmodell vorgestellt. Es liefert im Vergleich zum allgemeinen Verfahren eine gute bis sehr gute Näherung, deren Qualität mit steigender Kernsteifigkeit und geringerem E-Modul-Verhältnis der Kernschichten steigt (Thermann 1989, Bild 2.8 und Bild 2.10). Die Näherung überschätzt in jedem Fall die Kernsteifigkeit der exakten Lösung. Es sei angemerkt, dass die genannten Beispielrechnungen von Thermann lediglich eine Erhöhung der Steifigkeit der Randschicht aufweisen. Dieser direkt unter der gedrückten Deckschicht liegenden Kernschicht (Schicht 1) wird eine endliche Dicke zugewiesen. Für die andere Schicht (Schicht 2) wird angenommen, dass sie unendlich ausgedehnt ist. Die Federsteifigkeit ergibt sich damit zu (Thermann 1989, Gleichung (2.31)):

$$k_w = \frac{4(1-\nu_C)G_{C1}}{3-4\nu_C} \alpha \left(1 + \left(\frac{G_{C2}}{G_{C1}} - 1 \right) \cdot \left(1 + \left(2 - \frac{1-2\nu_C}{1-\nu_C} \cdot \frac{G_{C2}}{G_{C1}} \right) \alpha d_{C1} + \frac{\alpha^2 d_{C1}^2}{(1-\nu_C)(3-4\nu_C)} \right) e^{-2\alpha d_{C1}} \right) \quad (3.51)$$

Dabei ist α die Halbwellenzahl nach Gleichung (3.12) und d_{C1} die Dicke der Kernschicht 1. G_{C1} und G_{C2} sind die Schubmoduln der Schichten 1 bzw. 2. Wie aus Gleichung (3.51) ersichtlich, wurde von Thermann (1989) angenommen, dass für alle Schichtdicken die gleiche Querkontraktionszahl gilt. Auffällig ist zudem, dass der E-Modul des Kerns keinen Einfluss nimmt.

Vorausgesetzt der Schubmodul ist über die Kerndicke konstant und der E-Modul veränderlich, bietet es sich an die Schubmoduln jeweils durch

$$G_C = \frac{E_C}{2(1+\nu_C)} \quad (3.52)$$

zu ersetzen (wie in Hassinen und Misiek 2012, Gleichung (3) vorgeschlagen). Damit lässt sich unter der Voraussetzung einer konstanten Querdehnzahl über die gesamte Kernhöhe anstelle von Gleichung (3.51) schreiben:

$$k_w = K_1 \alpha \left(1 + \left(\frac{E_{C2}}{E_{C1}} - 1 \right) \cdot \left(1 + \left(2 - \frac{1-2\nu_C}{1-\nu_C} \cdot \frac{E_{C2}}{E_{C1}} \right) \alpha d_{C1} + \frac{\alpha^2 d_{C1}^2}{(1-\nu_C)(3-4\nu_C)} \right) e^{-2\alpha d_{C1}} \right) \quad (3.53)$$

Anstelle der Schubmoduln sind nun die E-Moduln in Dickenrichtung (E_{C1} und E_{C2}) der Schichten 1 bzw. 2 getreten. Der Faktor K wird mit den Kennwerten der ersten Schicht bestimmt und zur besseren Unterscheidung mit 1 indiziert. In Hassinen und Misiek (2012, Gleichung (4)) wird für K Gleichung (3.10) verwendet, womit der Einfluss des Schubmoduls vollständig verschwindet. In Abschnitt 4.1.2 wird gezeigt werden, dass dies für homogenes Material nicht zu brauchbaren Ergebnissen führt. Stattdessen bietet es sich an, auch hier von folgender Ersetzung des E-Moduls Gebrauch zu machen:

$$E_C = \sqrt{2(1+\nu_C)G_C E_C} \quad (3.13)$$

Wird die Ersetzung auf die E-Moduln beider Schichten angewandt und angenommen, dass

der Schubmodul für alle Schichten gleich ist, tritt anstelle von Gleichung (3.53):

$$k_w = K_{1,G_C} \alpha \left(1 + \left(\sqrt{\frac{E_{C2}}{E_{C1}}} - 1 \right) \cdot \left(1 + \left(2 - \frac{1 - 2\nu_C}{1 - \nu_C} \cdot \sqrt{\frac{E_{C2}}{E_{C1}}} \right) \alpha d_{C1} + \frac{\alpha^2 d_{C1}^2}{(1 - \nu_C)(3 - 4\nu_C)} \right) e^{-2\alpha d_{C1}} \right) \quad (3.54)$$

Der Faktor K wird auch hier mit den Kennwerten der ersten Schicht bestimmt und muss dabei zwingend unter Einbezug des Schubmoduls nach Gleichung (3.14) bestimmt werden. Ansonsten würde der Bettungsmodul bei sich verringernder ersten Kernschichtdicke gegen einen falschen Wert konvergieren. Um diese Notwendigkeit zu verdeutlichen, wurde der Faktor K mit dem zweifachen Index $1, G_C$ versehen. Variiert der Schubmodul ebenfalls zwischen den Schichten, müssen unter den Wurzeltermen die Schubmoduln der Schichten ergänzt werden:

$$k_w = K_{1,G_C} \alpha \left(1 + \left(\sqrt{\frac{G_{C2}E_{C2}}{G_{C1}E_{C1}}} - 1 \right) \cdot \left(1 + \left(2 - \frac{1 - 2\nu_C}{1 - \nu_C} \cdot \sqrt{\frac{G_{C2}E_{C2}}{G_{C1}E_{C1}}} \right) \alpha d_{C1} + \frac{\alpha^2 d_{C1}^2}{(1 - \nu_C)(3 - 4\nu_C)} \right) e^{-2\alpha d_{C1}} \right) \quad (3.55)$$

3.6 Die Winkler'sche Bettung nach Meyer für Beulen, Knittern und lokale Lasteinleitung

3.6.1 Beulen bei endlich breiter Deckschicht

Meyer (2000) leitet an einem homogenen, elastisch isotropen Halbraum mit leichten Vereinfachungen (Vernachlässigung der Querkontraktion und horizontaler Verschiebungen) den Bettungsmodul (Meyer 2000, Gleichung (3-34))

$$k_w = \alpha \sqrt{G_C E_C} \quad (3.56)$$

her. Sein Ergebnis entspricht mit sehr guter Näherung der genaueren Herleitung von Stamm und Witte (1974), wenn deren Lösung für eine unendliche Kerndicke, Gleichung (3.24), wie folgt umgeschrieben wird:

$$k_w = \alpha K = \alpha \left(\frac{2(1 - \nu_C)}{3 - 4\nu_C} \sqrt{\frac{2}{1 + \nu_C}} \right) \sqrt{G_C E_C} \stackrel{\nu_C \approx 0,25}{\approx} 0,949 \alpha \sqrt{G_C E_C} \quad (3.57)$$

Der Vorfaktor 0,949 ändert sich im Bereich $0,0 \leq \nu_C \leq 0,3$ nur geringfügig. Zur Berücksichtigung der endlichen Kerndicke nimmt Meyer an, dass der vereinfachte Bettungsansatz nach Gleichung (3.5) additiv ergänzt werden kann. Somit erhält er (Meyer 2000, Gleichung (3-43)):

$$k_w = \alpha \sqrt{G_C E_C} + \frac{E_C}{d_C} \quad (3.58)$$

Den so erhaltenen Bettungsmodul k_w setzt er in die Lösung der Differentialgleichung, Gleichung (3.8), ein. Für diese Gleichung sucht er den Minimalwert der Längsnormalkraft

bezüglich der Knitterhalbwellenlänge längs. Als Ergebnis entwickelt er folgende iterative Lösung für die Halbwellenzahl in Längsrichtung (Meyer 2000, Gleichung (3-45)):

$$\alpha_{x,n+1} = \frac{\pi}{a_{x,n+1}} = \frac{\frac{\sqrt{E_C G_C}(\alpha_{x,n}^2 + 2\alpha_y^2)}{2B_F \sqrt{\alpha_{x,n}^2 + \alpha_y^2}} + \frac{E_C}{B_F d_C} + \alpha_y^4}{2\alpha_{x,n}^2} + \frac{\alpha_{x,n}^2}{2} \quad (3.59)$$

Die Halbwellenzahl in Querrichtung ergibt sich aus der Breite des Beulfelds

$$\alpha_y = \frac{\pi}{b_p} \quad (3.60)$$

und der Startwert der Iteration aus:

$$\alpha_{x,0} = \sqrt{\alpha_{\text{crit}}^2 + \alpha_y^2} \quad \text{mit} \quad \alpha_{\text{crit}} = \left(\frac{\sqrt{E_C G_C}}{2B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.61)$$

Mit beiden Halbwellenzahlen lässt sich α nach Gleichung (3.12) und damit der Bettungsmodul nach Gleichung (3.56) bestimmen. Für die Plattensteifigkeit ist jeweils $B_F = E'_F t^3/12$ anzusetzen.

In Abbildung 3.7 ist die Abhängigkeit des so ermittelten Bettungsmoduls von der Deckschichtsteifigkeit und der Beulwellenhalblänge in Querrichtung dargestellt. Zum Vergleich sind die Kurven für den Ansatz nach Stamm und Witte abgebildet. Aufgrund der mechanisch sehr aufwändigen Herleitung am Kontinuum können die Ergebnisse nach Stamm und Witte als Referenz aufgefasst werden. Der Ansatz von Meyer liefert eine durchgehend steifere Bettung. Zudem zeigt er im Gegensatz zum Ansatz nach Stamm und Witte eine deutliche Abhängigkeit von der Kerndicke.

3.6.2 Knittern bei unendlich breiter Deckschicht

Zur Bestimmung der Knitterspannung benötigt Meyer ebenfalls einen Bettungsmodul. Er unterscheidet dabei zwischen der lokalen Lasteinleitung (siehe nächster Abschnitt) und der ideellen Knitterspannung. Für die ideelle Knitterspannung übernimmt er seinen Ansatz für Beulen bei endlicher Kerndicke, Gleichung (3.58). Die Biegesteifigkeit der Deckschicht ist einem Balken entsprechend mit $B_F = E'_F I_F$ zu berechnen. Die iterative Bestimmung für α_x bleibt erhalten, nur die Beulwellenhalblänge in Querrichtung wird unendlich groß, womit α_y zu null wird. Für die Bettung bei Knittern mit endlicher Kernschicht wird der Ansatz von Meyer in Abbildung 3.8 mit dem von Stamm und Witte verglichen. Wegen der besseren Vergleichbarkeit wurde einheitlich $B_F = E'_F I_F$ gesetzt. Wie zuvor beim Beulen zeigt der Ansatz von Meyer eine größere Abhängigkeit von der Kerndicke. Erneut liefert er zudem einen deutlich höheren Bettungsmodul als nach der Herleitung von Stamm und Witte.

3.6.3 Lokale Lasteinleitung

Für die lokale Lasteinleitung kann der Bettungsmodul für Knittern oder Beulen nicht übertragen werden. Letztere setzen eine unendlich ausgedehnte Sinuswelle als lokale Verformungsfigur voraus. Die lokale Verformung infolge einer Einzellast klingt jedoch mit

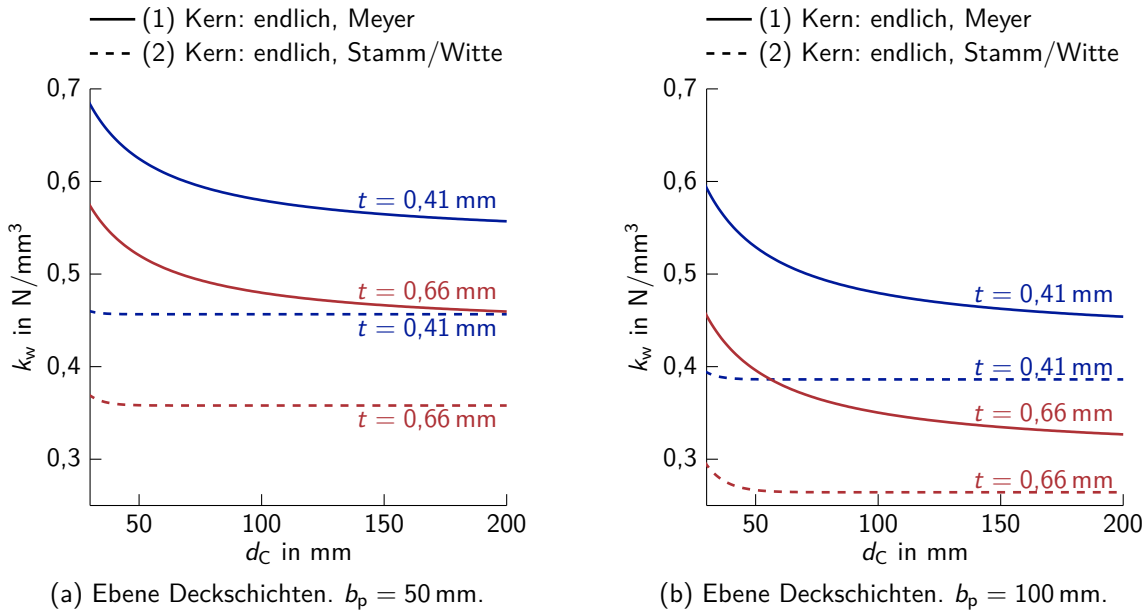


Abbildung 3.7: Abhängigkeit des Bettungsmoduls von der Kerndicke für Beulen bei endlich breiter Deckschicht und endlicher Kerndicke. Vergleich des Ansatzes von Meyer (2000) mit dem von Stamm und Witte (1974). Für Stamm und Witte (1974) ist der vereinfachte Ansatz, Gleichung (3.9) mit Gleichung (3.35), und K nach Gleichung (3.14) mit Berücksichtigung des Schubmoduls, gewählt worden. Für alle Kurven gilt: $\nu_c = 0,25$, $G_c = 3,5$ N/mm² und $E_c = 3,5$ N/mm². Darstellung jeweils für verschiedene Teilfeldbreiten (bzw. Beulwellenhalblängen quer) und Deckschichtsteifigkeiten.

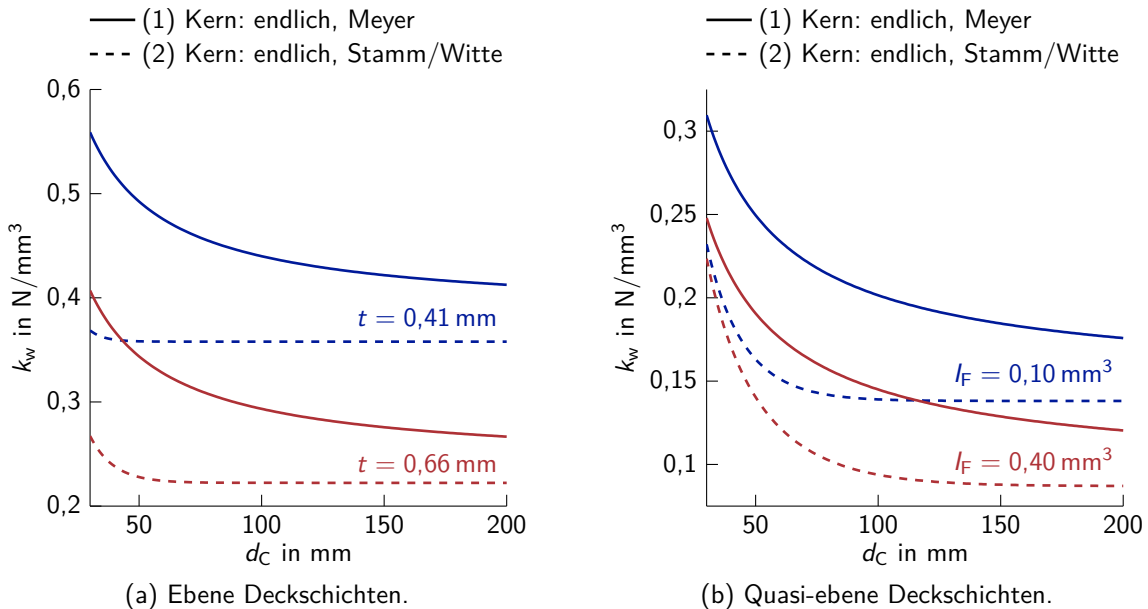


Abbildung 3.8: Abhängigkeit des Bettungsmoduls von der Kerndicke für Knittern bei unendlich breiter Deckschicht und endlicher Kerndicke. Vergleich des Ansatzes von Meyer (2000) mit dem von Stamm und Witte (1974). Für Stamm und Witte (1974) ist der vereinfachte Ansatz, Gleichung (3.15) mit Gleichung (3.27), und K nach Gleichung (3.14) mit Berücksichtigung des Schubmoduls, gewählt worden. Für alle Kurven gilt: $\nu_c = 0,25$, $G_c = 3,5$ N/mm² und $E_c = 3,5$ N/mm². Darstellung jeweils für verschiedene Deckschichtsteifigkeiten.

Tabelle 3.3: Formfaktor f_B in Abhängigkeit von der auf die Kerndicke bezogenen Lasteinleitungslänge und dem Verhältnis zwischen Schub- und E-Modul des Kerns. (Nach Meyer 2000, Tabelle 2)

	G_C/E_C														
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
0,23	2,92	3,42	3,75	3,99	4,18	4,34	4,47	4,58	4,67	4,76	4,83	4,89	4,95	5,00	5,05
0,43	2,14	2,55	2,78	2,94	3,06	3,15	3,23	3,29	3,35	3,39	3,44	3,47	3,50	3,53	3,56
0,63	1,66	2,08	2,31	2,46	2,57	2,65	2,72	2,77	2,82	2,86	2,89	2,92	2,94	2,96	2,98
0,83	1,32	1,73	1,97	2,13	2,25	2,33	2,40	2,46	2,51	2,55	2,58	2,61	2,63	2,66	2,68
1,03	1,08	1,46	1,70	1,87	1,99	2,08	2,16	2,22	2,27	2,32	2,36	2,39	2,42	2,44	2,46
1,23	0,91	1,25	1,48	1,64	1,77	1,87	1,95	2,02	2,08	2,13	2,17	2,21	2,24	2,27	2,29
1,43	0,78	1,09	1,30	1,46	1,58	1,69	1,77	1,84	1,90	1,95	2,00	2,04	2,08	2,11	2,14
1,63	0,69	0,96	1,15	1,30	1,42	1,52	1,61	1,68	1,74	1,80	1,85	1,89	1,93	1,96	1,99
1,83	0,61	0,85	1,03	1,17	1,29	1,38	1,47	1,54	1,60	1,66	1,71	1,75	1,79	1,83	1,86
2,03	0,55	0,77	0,93	1,06	1,17	1,26	1,34	1,41	1,47	1,53	1,58	1,62	1,66	1,70	1,74

zunehmender Entfernung zur Lasteinleitung ab (z. B. Hetényi 1958, S. 128 f.). Meyer löst dieses Problem damit, dass er einen numerisch bestimmten Formfaktor angibt, womit er den Bettungsmodul in Form von Gleichung (3.6) darstellen kann (Meyer 2000, Gleichung (5-5)):

$$k_w = f_w \frac{E_{Cc}}{d_C} = f_B \frac{E_{Cc}}{d_C} \quad (3.62)$$

Dabei ist der E-Modul des Kerns auf Druck anzusetzen. Den Formfaktor f_B ermittelt Meyer an einem vereinfachten FE-Modell (Meyer 2000, Abschnitt 5.2). Er betrachtet einen zweidimensionalen Ausschnitt und setzt biegeschlaffe, jedoch dehnstarre Deckschichten an, sodass die Querkraft vollständig über den Kern weitergeleitet werden muss. Das Kernmaterial wird als homogen angenommen. Ob mit isotropem oder orthotropem Materialverhalten des Kerns gerechnet wurde, ist nicht eindeutig dokumentiert. Gleiches gilt für die Lasteinleitung. Sie wurde wahrscheinlich als starr angesetzt. Der so ermittelte Formfaktor ist Tabelle 3.3 zu entnehmen. Es fällt auf, dass im Gegensatz zum Ansatz von Stamm und Witte (1974) für Knittern, Gleichung (3.30), der Winkler'sche Bettungsmodul nach Meyer (2000) keine Abhängigkeit von der Deckschichtsteifigkeit zeigt. In Ermangelung einer allgemein anerkannten analytischen Vergleichslösung für die lokale Lasteinleitung wird der Winkler'sche Bettungsmodul bzw. der ihm zugrundeliegende Formfaktor an dieser Stelle nicht überprüft. Im Rahmen der versuchstechnischen Betrachtung wird in Abschnitt 7.5 untersucht werden, inwieweit die Bettung mit den zusätzlich von Meyer getroffenen Annahmen zutrifft.

Der vorgestellte Formfaktor ist nur für beidseitig biegeschlaffe Deckschichten (ebene Elemente) gültig. Für die Weiterleitung der Querkraft über biegesteife Deckschichten bestimmt Meyer einen zusätzlichen Formfaktor (Meyer 2000, Abschnitt 5.2.1). Mit den Verhältnissen der Steifigkeiten aus Sandwichwirkung und biegesteifer Deckschicht zur Gesamtsteifigkeit ist der endgültige Formfaktor für profilierte Elemente aus den beiden Einzelfaktoren zu bestimmen (Meyer 2000, Abschnitt 5.2.3). Da Meyer selbst diesen Formfaktor nicht weiter betrachtet, wird nachfolgend ebenfalls auf eine weitere Betrachtung verzichtet.

3.7 Bettungsansatz und Bettungsparameter nach Thomsen

Aus dem Maschinenbau kommend stellte Thomsen eine alternative Erweiterung der Winkler'schen Bettung vor (Thomsen 1992; Thomsen 1993a; Thomsen 1997). Alle drei angegebenen Quellen enthalten den gleichen Ansatz. Der Einfachheit halber und der größeren Verbreitung wegen wird sich im Folgenden vorzugsweise auf Thomsen (1997) bezogen. Thomsens Erweiterung sieht – anders als in der Differentialgleichung für den Balken (3.2) – eine zusätzliche Schubübertragung zwischen Deckschicht und Kern vor, die geometrisch korrekt an der Unterseite der Deckschicht angenommen wird. Die Herleitung enthält somit zwangsläufig Verformungen in vertikaler und horizontaler Richtung, was nach einiger Rechnung zu zwei entkoppelten gewöhnlichen nicht homogenen Differentialgleichungen sechster bzw. siebter Ordnung führt (Thomsen 1997, S. 234). Nachteilig wirkt sich zudem aus, dass die Aufstellung der notwendigen sieben Randbedingungen deutlich komplizierter als gewöhnlich üblich wird (Thomsen 1997, S. 236). Thomsen selbst geht beispielhaft nur auf symmetrische Probleme ein (Thomsen 1997, S. 236 ff.). Trotz dieses deutlich erhöhten Berechnungsaufwandes findet die Gleichgewichtsformulierung in seiner Herleitung nur am unverformten Element statt. D.h., der Ansatz von Thomsen enthält demnach im Gegensatz zu Gleichung (3.2) keine Effekte aus Theorie II. Ordnung.

Thomsen gibt eine Abschätzung an, ob der erhöhte Aufwand seines 2-Parameter-Ansatzes notwendig ist. Sofern die Halbwellenlänge der elastischen Verformung folgende Ungleichung erfüllt, genügt es die Winkler'sche Bettung zu betrachten (Thomsen 1997, Gleichung (12.47)¹⁰):

$$a_x \approx 2,66 t \left(\frac{E_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} < 25 \dots 30 \text{ mm} \quad (3.63)$$

Gleichung (3.63) gilt nur für ebene Deckschichten. Aufgrund der Herleitung am Balkenmodell ist die Deckschichtbiegesteifigkeit mit $B_F = E_F t^3 / 12$ umzurechnen, womit sich die Wellenlänge zu

$$a_x \approx 6,10 \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} < 25 \dots 30 \text{ mm}. \quad (3.64)$$

ergibt. Tabelle 3.4 enthält eine exemplarische Auswertung der so ermittelten Wellenlängen für verschiedene Sandwichelemente. Selbst Sandwichelemente mit extrem dünnen Deckschichten und vergleichsweise hohen E-Modul des Kerns, überschreiten die von Thomsen angegebene Grenze. Sandwichelemente mit einer Linierungstiefe von $d = 1,0 \text{ mm}$ liegen um ein Vielfaches über dem Grenzwert. Thomsen versteht den Grenzwert nur als „rough estimate“ (Thomsen 1997, S. 243) und stellt durch ihn sicher, dass die maximalen Schubspannungen die maximalen Normalspannungen um nicht mehr als 5 bis 10 % überschreiten (Thomsen 1992, S. 431). Gemeint sind dabei jeweils die zusätzlichen Spannungen zwischen Deckschicht und Kern, die durch die lokale Lasteinleitung hervorgerufen werden. Aus seiner aufgeführten Parameterstudie ist ersichtlich, dass der Einfluss der Schubspannungen zwischen Deckschicht und Kern für dünne Deckschichten stark ansteigt (Thomsen 1997, Fig. 12.12). Der Einfluss des E-Modul-Verhältnisses zwischen Deckschicht und Kern ist jedoch dominant (Thomsen 1992, Fig. 10; Thomsen 1993a, Fig. 10). In den angegebenen Abbildungen zeigt sich, dass die zusätzlichen lokalen Schubspannungen für verschiedene Deckschichtdicken (0,5 mm, 1,0 mm und 2,0 mm) bereits ab einem Verhältnis von $E_F/E_C = 1000$ fast vollständig verschwinden. Dieses Grenzverhältnis liegt weit unter dem

¹⁰Die Grenze wurde zur besseren Vergleichbarkeit auf die Halbwellenlänge bezogen.

Tabelle 3.4: Halbwellenlänge nach Gleichung (3.63) bzw. (3.64) für ausgewählte Sandwichelemente. In allen Fällen wurde $E_F = 210\,000\text{ N/mm}^2$ angesetzt.

Deckschicht- ausbildung	t in mm	d in mm	I_F in mm^3	E_C in N/mm^2	a_x in mm
eben	0,36	–	0,00389	6	31
eben	0,41	–	0,00574	3,5	41
liniert	0,41	1,0	0,10	3,5	111
liniert	0,41	2,0	0,40	3,5	176

bei Sandwichelementen im Bauwesen üblichen Verhältnissen ($E_F/E_C > 210\,000/6 = 35\,000$). Daraus folgt, dass die in den Gleichungen (3.63) und (3.64) angegebenen Grenzen für Sandwichelemente im Bauwesen deutlich niedriger liegen müssten und der von Thomsen formulierte „rough estimate“ als Obergrenze aufgefasst werden kann. Aufgrund dessen und der Nichtberücksichtigung von Effekten aus Theorie II. Ordnung wird der 2-Parameter-Ansatz von Thomsen nicht weiter untersucht.

Die von Thomsen hergeleitete Differentialgleichung für die Bettung mit einem Parameter entspricht, bis auf die Vernachlässigung des Einflusses aus Theorie II. Ordnung, der in Abschnitt 3.1 vorgestellten Differentialgleichung (3.2). Aus diesem Grund werden seine Ansätze zur Bestimmung des Winkler’schen Bettungsmoduls kurz aufgeführt. Entgegen der Annahme von Stamm und Witte (1974), Gleichung (3.7), setzt Thomsen keinen reinen Sinusansatz zur Lösung der Differentialgleichung an. Stattdessen bezieht sich seine Herleitung auf die Einleitung lokaler Lasten. Daher verwendet er für den homogenen Teil einen kombinierten Ansatz, der zusätzlich eine exponentielle Abnahme in Form des Sinus- bzw. Cosinus-Hyperbolicus berücksichtigt (Thomsen 1997, Gleichung (12.9)):

$$w_h(x) = C_1 \sinh\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) + C_2 \sinh\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) + C_3 \cosh\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) + C_4 \cosh\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{a_x}x\right) \quad (3.65)$$

Dabei sind C_1 bis C_4 die aus den Randbedingungen zu bestimmenden Konstanten.

Thomsen unterscheidet prinzipiell zwischen dünnen und dicken Kernschichten. Die Verwendung des vereinfachten Ansatzes

$$k_w = \frac{E_C}{d_C} \quad (3.5)$$

schränkt er in Thomsen (1997, S. 228) mit Verweis auf Hetényi (1946), Allen (1969) und Thomsen (1991) auf dünne Sandwichelemente mit Kern- und Deckschichtdicken vergleichbarer Größenordnung ein.¹¹ Für alle anderen Fälle empfiehlt er mit dem Verweis auf Hetényi (1946) folgenden Zusammenhang (Thomsen 1997, Gleichung (12.2)):

$$k_w = 0,28 E_C \left(\frac{E_C}{B_F}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.66)$$

Gleichung (3.66) wurde von Hetényi (1958)¹² hergeleitet, indem er das Momentenmaximum infolge einer Einzellast eines unendlich langen, elastisch gebetteten Balkens mit dem eines

¹¹Anhand der Auswertungen in Abschnitt 3.3 wurde für das Knitterversagen gezeigt, dass dieser vereinfachte Ansatz für im Bauwesen übliche Sandwichelemente ebenfalls nicht empfehlenswert ist.

¹²Thomsen verweist in Thomsen (1997) auf Hetényi (1946). Dem Autor dieser Arbeit lag jedoch nur der fünfte Druck („Fifth Printing“) desselben Buches (Hetényi 1958) vor.

unendlich langen Balkens auf elastischem Halbraum gleichsetzte. Im Gegensatz zu den Ausführungen in Abschnitt 3.3 auf der Grundlage von Stamm und Witte (1974) liegt somit eine Gleichung für den Bettungsmodul vor, die keinen rein sinusförmigen Verlauf der Deckschicht voraussetzt. Gleichung (3.66) liefert einen um 44 % geringeren Bettungsmodul als den in Abschnitt 3.3.2 vorgestellten Vergleichswert von Stamm und Witte (1974) für unendlich dicke Kerne:

$$k_w \approx 0,402 E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.29)$$

Der verringerte Winkler'sche Bettungsmodul lässt sich auch anschaulich erklären. Während bei Stamm und Witte (1974) der Kern in unendlicher Längsausdehnung alternierend auf Druck und Zug belastet wird und damit zur Steifigkeit beiträgt, schließt der Ansatz von Hetényi (1958) eine exponentielle Abnahme der Sinuswelle ein. Dadurch wird in Längsrichtung im Vergleich deutlich weniger Kernmaterial aktiviert. Inwieweit die Bettung unter einem Ansatz nach Theorie II. Ordnung zu sinnvollen Ergebnissen führt, wird im Rahmen der numerischen Untersuchungen in Kapitel 8 nachgegangen werden.

Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, dass unter Einbezug des Bettungsmoduls nach Gleichung (3.66) die Halbwellenlängen in den Gleichungen (3.63) und (3.64) hergeleitet wurden. Dies ist eine der beiden Ursachen für den Unterschied in den Vorfaktoren vor dem Term $(B_F/E_C)^{1/3}$ bei der Bestimmung der Halbwellenlänge: Nach Gleichung (3.64) beträgt der Vorfaktor 6,10. Im Vergleich dazu gilt nach Stamm und Witte (1974) für unendliche Kerndicken:

$$a_x \approx 4,69 \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.27)$$

Die andere – größere – Ursache für den Unterschied (etwa Zweidrittel) resultiert aus einer geringfügig anderen Bestimmung der Halbwellenlänge, die sich aus dem gewählten Ansatz zur Lösung der Differentialgleichung ergibt.

3.8 Die 2-Parameter-Bettung nach Martikainen und Hassinen

Martikainen und Hassinen übertrugen die 2-Parameter-Bettung auf die lokale Lasteinleitung bei Sandwichelementen (Martikainen und Hassinen 1994; Hassinen und Martikainen 1994; Hassinen und Martikainen 1996b; Martikainen und Hassinen 1996; Hassinen 2001). Die Bettungsparameter werden in Martikainen und Hassinen (1994) hergeleitet. Sie nehmen das Deckblech gelagert auf einer homogenen, elastischen, isotropen Schicht begrenzter Höhe an und schneiden einen Sandwichstreifen heraus, für den ein ebener Verzerrungszustand gilt. Damit entsprechen die Grundannahmen denen von Stamm und Witte (1974) zur Herleitung der Knitterspannung bei endlicher Kernschicht. Unter Zuhilfenahme des Prinzips vom Minimum der potentiellen Energie und Anwendung der Variationsrechnung gelangen Martikainen und Hassinen auf die Differentialgleichung für den elastisch gebetteten Balken, Gleichung (3.2)¹³, mit 2-Parameter-Bettung, Gleichung (3.4). Neben dieser Differentialgleichung liefert ihre Herleitung zwei Bestimmungsgleichungen für die beiden

¹³In Martikainen und Hassinen (1994) ist die Normalkraft in der Deckschicht noch nicht enthalten. Sie wurde erst in den später folgenden oben aufgeführten Veröffentlichungen ergänzt.

Bettungsparameter (Martikainen und Hassinen 1994, Gleichungen (7) und (8)):

$$k_w = \frac{1 - \nu_C}{(1 + \nu_C)(1 - 2\nu_C)} E_C \int_0^{d_C} \left(\frac{\Phi(z)}{dz} \right)^2 dz \quad (3.67)$$

$$k_1 = \frac{1}{2(1 + \nu_C)} E_C \int_0^{d_C} \Phi(z)^2 dz \quad (3.68)$$

Die beiden Gleichungen wurden wie die nachfolgenden für die Übernahme in diese Arbeit auf eine Einheitsbreite bezogen. In dieser Form wurden die Gleichungen für Betrachtungen der Bodenmechanik bereits von Vlasov und Leontev hergeleitet (Vlasov und Leontev 1960, Chapter 1, Gleichungen (3.7) und (3.9)).

Die Funktion $\Phi(z)$ beschreibt die Abnahme der Bettungsparameter über die Kerndicke des Sandwichelementes. Dadurch beeinflusst sie automatisch die Verringerung der Vertikalverformungen und Spannungen mit zunehmendem Abstand zur betrachteten Deckschicht. Mit dem Verweis auf Vlasov und Leontev (1960) nehmen Martikainen und Hassinen einen exponentiellen Verlauf an (Martikainen und Hassinen 1994, Gleichung (13)):

$$\Phi(z) = e^{-z\gamma/L_C} \quad \text{mit} \quad L_C = \left(\frac{2B_F(1 - \nu_0^2)}{E_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.69)$$

Dabei gilt

$$E_0 = \frac{E_C}{1 - \nu_C^2} \quad \text{und} \quad \nu_0 = \frac{\nu_C}{1 - \nu_C} \quad (3.70)$$

entsprechend der Annahme eines ebenen Verzerrungszustandes. Der neu hinzugekommene Parameter γ beeinflusst den Verlauf der Funktion $\Phi(z)$ maßgeblich und bestimmt somit das Abklingverhalten mit zunehmender Entfernung von der Lasteinleitung. Martikainen und Hassinen gehen im Folgenden von einer unendlich dicken Kernschicht aus und schlagen unter Zuhilfenahme der Beziehung $E_C = 2G_C/(1 + \nu_C)$ und Einsetzen von Gleichung (3.69) in die Gleichungen (3.67) und (3.68) vor, die Bettungsparameter wie folgt zu bestimmen (Martikainen und Hassinen 1994, Gleichungen (14) und (15)):

$$k_w = \frac{\gamma G_C}{2} \left(\frac{G_C}{2B_F} \cdot \left(\frac{\xi - 4}{\xi - 3} \right)^4 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.71)$$

$$k_1 = \frac{G_C}{2\gamma} \left(\frac{2B_F}{G_C} \cdot \frac{\xi - 3}{\xi - 4} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.72)$$

Dabei ist $\xi = E_C/G_C$. Damit hängen die Bettungsparameter nicht mehr von der Querdehnzahl ab. Jedoch ist auffallend, dass der E-Modul des Kerns nur noch über den Verhältniswert ξ Einfluss nimmt.

Für eine leicht andere Ansatzfunktion und den Grenzübergang für die unendliche Kerndicke ($d_C \rightarrow \infty$) leiten Vlasov und Leontev für die Bettungsparameter

$$k_w = \frac{E_0}{2(1 - \nu_0^2)} \frac{\gamma}{L} = \frac{1 - \nu_C}{2(1 + \nu_C)(1 - 2\nu_C)} E_C \frac{\gamma}{L} \stackrel{\nu_C=0,25}{\approx} 0,506 \gamma E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.73)$$

$$k_1 = \frac{E_0}{4(1 + \nu_0)} \frac{L}{\gamma} = \frac{1}{4(1 + \nu_C)} E_C \frac{L}{\gamma} \stackrel{\nu_C=0,25}{\approx} \frac{0,237}{\gamma} E_C \left(\frac{B_F}{E_C} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.74)$$

her (Vlasov und Leontev 1960, Chapter 2, Gleichungen (4.16) und (4.18)). Für isotrope Werkstoffe sind die beiden Gleichungspaare (3.71)/(3.72) und (3.73)/(3.74) äquivalent.

Abbildung 3.9 stellt den Verlauf der Funktion $\Phi(z)$ nach Gleichung (3.69) über die Kerndicke dar. Sowohl die Größe von γ als auch die Deckschichtsteifigkeit nehmen einen entscheidenden Einfluss, wie schnell $\Phi(z)$ mit zunehmender Tiefe im Kern abfällt. Ist $\Phi(z)$ für eine bestimmte Kerndicke größer null, ist die Annahme einer unendlichen Kerndicke beim Übergang vom Gleichungspaar (3.67)/(3.68) zu (3.71)/(3.72) nicht gerechtfertigt. In diesem Fall ist die Bettung am Kernende nicht auf null abgeklungen. Martikainen und Hassinen gehen nicht auf die Bestimmung von γ ein. Für ihre Beispielrechnungen wählen sie $\gamma = 1$ (Martikainen und Hassinen 1994, Figure 2). Vlasov und Leontev (1960) machen ebenfalls keine Angabe, wie γ bestimmt werden kann. Für eine minimal andere Funktion von $\Phi(z)$ nehmen sie in Vergleichsrechnungen an einem unendlich langen Balken unter Einzellast gebettet auf einem unendlichen ausgedehnten Halbraum $\gamma = 1,0$ und $\gamma = 1,5$ an (Vlasov und Leontev 1960, Figure 42–45). Thomsen (1993b) verwendet für Sandwichelemente im Maschinenbau einen ähnlichen, ebenfalls an Vlasov und Leontev (1960) orientierten, Ansatz für Φ . Mit Verweis auf Vlasov und Leontev (1960) und Zhaohua und Cook (1983)¹⁴ nimmt er γ zu 1,5 an. Die Annahme von $\gamma \geq 1$ erscheint im Vergleich mit den zuvor aufgezeigten Lösungen fraglich. Dazu soll vorerst nur k_w nach Gleichung (3.73) betrachtet und mit den Lösungen von Stamm und Witte (1974) für Knittern, Gleichung (3.29), bzw. von Thomsen (1997) mit Bezug auf Hetényi (1946) für lokale Lasteinleitung, Gleichung (3.66), verglichen werden. Für $\nu_C = 0,25$ lassen sich alle drei in der Form

$$k_w = f_k E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.75)$$

schreiben. Der Faktor f_k nimmt entsprechend den Ansätzen folgende Werte an:

$$\begin{aligned} f_k &= 0,402 && \text{nach Gleichung (3.29), Stamm und Witte (1974)} \\ f_k &= 0,28 && \text{nach Gleichung (3.66), Hetényi (1946) und Thomsen (1997)} \\ f_k &= 0,506 \gamma && \text{nach Gleichung (3.73), Vlasov und Leontev (1960)} \end{aligned}$$

In Abschnitt 3.7 wurde veranschaulicht, warum der Faktor für lokale Lasteinleitung mit 0,28 geringer als der für Knittern (0,402) sein muss. Dieser Argumentation folgend, müsste γ deutlich kleiner als eins sein. Wird zusätzlich bedacht, dass der zweite Bettungsparameter die Steifigkeit erhöht bzw. die Normalkraft verringert, spräche dies für ein nochmals geringeren Wert für γ . Weitere Untersuchungen zur Bestimmung von γ wurden von Vallabhan und Das (1988), Vallabhan und Das (1991) sowie kürzlich von Haldar und Basu (2016)¹⁵ im Hinblick auf Anwendungen in der Bodenmechanik vorgenommen. Sie setzen jedoch eine numerische Bestimmung von γ voraus und ihre Anwendbarkeit auf Sandwichelemente, insbesondere die – zumindest näherungsweise – Berücksichtigung der Orthotropie, ist nicht untersucht.

Für die 2-Parameter-Bettung bedeutet dies zusammenfassend, dass die beiden Unbekannten k_w und k_1 auf eine Unbekannte (γ) reduziert werden können. Die korrekte Bestimmung

¹⁴Zhaohua und Cook (1983) nehmen eine unendliche Bettungstiefe an und schreiben: „Coefficient γ depends on the properties of the foundation. Experimental evidence is almost nonexistent. In this problem we let $\gamma = 1$ [...]“ (Zhaohua und Cook 1983, S. 1399)

¹⁵Genau genommen stellen sie einen vollständigen Berechnungsalgorithmus für die Verformung und Spannungen vor, der als Zwischenschritt die Bestimmung einer Funktion für $\Phi(z)$ enthält.

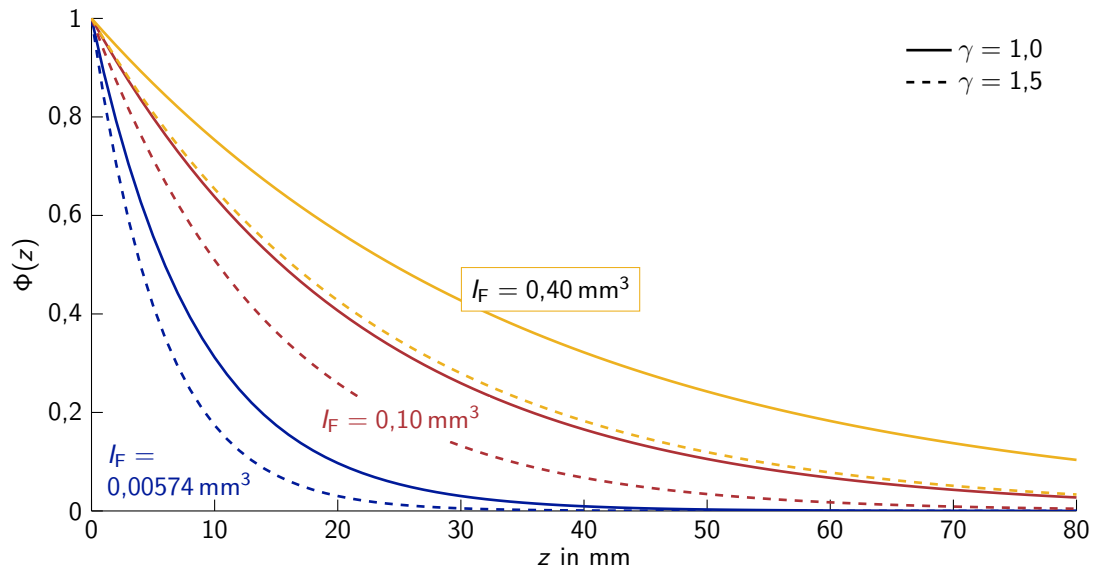


Abbildung 3.9: Verlauf der Funktion $\Phi(z)$ nach Gleichung (3.69) über die Kerndicke. Darstellung für ausgewählte Deckschichtsteifigkeiten jeweils für $\gamma = 1,0$ und $\gamma = 1,5$. $I_F = 0,00574 \text{ mm}^3$ entspricht einer ebenen Deckschicht mit $t = 0,41 \text{ mm}$. Für alle Kurven wurden folgende Kerneigenschaften angenommen: $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$ und $\nu_C = 0,25$.

von γ ist weder trivial noch vollständig erforscht. Es konnte gezeigt werden, dass eine pauschale Festlegung eines bestimmten Wertes für γ für Sandwichelemente nicht möglich ist und ein Wert größer als eins im Widerspruch zu anderen analytischen Lösungen steht. Als Alternative auf Verfahren zurückzugreifen, die eine numerische Bestimmung von γ vorsehen, wird verzichtet. Stattdessen erscheint es zielführender, die gesamte Bettung durch ein verbreitetes Näherungsverfahren, wie die Finite-Elemente-Methode, aufgrund ihrer einfachen Anwendbarkeit und großen Flexibilität abzubilden. Aus diesen Gründen werden die Verfahren aus Vallabhan und Das (1988), Vallabhan und Das (1991) und Halder und Basu (2016) nicht weiter verfolgt. Der 2-Parameter-Ansatz von Martikainen und Hassinen (1994) bzw. Vlasov und Leontev (1960) wird in der Folge lediglich, sofern relevante Literatur auf ihm aufbaut, Erwähnung finden.

3.9 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Im Folgenden werden die wesentlichen Erkenntnisse dieses Kapitels aufgelistet. Alle Aussagen beziehen sich auf den betrachteten Parameterbereich, der die üblichen Sandwichelemente einschließt, deren ebene und quasi-ebene Deckschichten aus Stahl bestehen und deren Kern aus PUR- bzw. PIR besteht.

- Für die Bettung der Deckschicht sind zwei verschiedene Modelle, die Winkler'sche Bettung und die 2-Parameter-Bettung verbreitet.
- Die Winkler'sche Bettung findet in der Literatur viel häufiger Verwendung. Die Forschung hat sich dabei auf die (ideelle) Knitterspannung konzentriert. Folgende Punkte für die Winkler'sche Bettung bei Knittern bzw. Beulen auf der Basis von Stamm und Witte (1974) wurden herausgearbeitet:

- Die Höhe der Bettung ist abhängig von der sich einstellenden Halbwellenlänge. Die vereinfachte Annahme, dass die Bettung sich aus dem Verhältnis zwischen E-Modul des Kerns und Kerndicke ergibt, trifft nicht zu. Auch die Multiplikation dieses Verhältnisses mit einem konstanten Faktor führt im Regelfall zu falschen Ergebnissen.
- Sollte sich das Kernmaterial isotrop verhalten, kann der Kern eines Sandwichelementes im Allgemeinen nicht als unendlich dick angenommen werden. Im Gegensatz zur ideellen Knitterspannung kann für das Beulen ebener Deckschichten mit begrenzter Breite der Kern im Regelfall als unendlich dick angenommen werden.
- Dem vorigen Aufzählungspunkt liegen zwei Annahmen zugrunde, die einer Überprüfung bedürfen. Erstens stellt sich die Frage, ob die Annahme der Isotropie gerechtfertigt ist. Dafür ist ein Vergleich mit der orthotropen Lösung notwendig. Zweitens ist zu klären, ob die gegenüberliegende Deckschicht unverformt bleibt. Diese Annahme wurden für den Steifigkeitsgewinn bei der endlichen Kerndicke vorausgesetzt.
- Analytische Ansätze zur Berücksichtigung von Orthotropie und Inhomogenität des Kerns existieren. Eine Betrachtung ist jedoch nur getrennt möglich, also entweder ein orthotroper, homogener Kern oder ein inhomogener, isotroper Kern. Eine Lösung für endliche Kerndicken existiert nur für orthotropes Kernmaterial.
- Meyer (2000) wählt für die Betrachtung von Knittern und Beulen ein an Stamm und Witte (1974) angelehntes Verfahren. Die Bettung infolge lokaler Lasteinleitung baut auf einem numerischen Modell auf. Inwieweit die Ansätze von Meyer (2000) zutreffen, muss noch überprüft werden.
- Thomsen (Thomsen 1992; Thomsen 1993a; Thomsen 1997) stellt einen alternativen Bettungsansatz für die Einleitung lokaler Lasten vor. Er wird jedoch nicht weiter betrachtet, da er nach den Abgrenzungskriterien von Thomsen nicht erforderlich ist und zudem keine Einflüsse nach Theorie II. Ordnung enthält. Ob sich der angegebene Bettungsmodul dennoch in eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung übertragen lässt, ist ungeklärt. Bemerkenswert ist, dass der von Thomsen verwendete Bettungsmodul deutlich geringer als sein Äquivalent für Knittern nach Stamm und Witte (1974) ausfällt.
- Die auf Vlasov und Leontev (1960) aufbauenden Arbeiten von Martikainen und Hassinen (exemplarisch wird auf Martikainen und Hassinen 1996 verwiesen) sehen eine analytische Bestimmung der Bettungsparameter der 2-Parameter-Bettung vor. Wie der dafür notwendige Parameter γ bestimmt wird, lassen die Autoren offen. Da auch andere Arbeiten aus der Bodenmechanik keine triviale Bestimmungsmöglichkeit lieferten, wird der 2-Parameter-Ansatz lediglich im Rahmen der Vorstellung des Forschungsstandes betrachtet.

4 Tragfähigkeit unter Biegung – Analyse des Stands der Forschung und Normung

Dieses Kapitel enthält einen Überblick über die Bestimmungsmöglichkeiten der Tragfähigkeit bei reiner Biegebeanspruchung. Die einzelnen Ansätze werden dabei kritisch besprochen und miteinander verglichen. Keiner der analytischen Ansätze hat sich für die Traglastbestimmung bis jetzt durchgesetzt. Von praktischer Bedeutung sind die analytischen Berechnungsmöglichkeiten dennoch. Sie enthalten die ideelle Knitterspannung, welche als Gradmesser für die verschiedensten Einflussfaktoren dienen kann. Auch lassen sich mit ihr numerische Modelle verifizieren. Ebenso findet die ideelle Knitterspannung in verschiedenen Ansätzen zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck Verwendung. Zudem bauen auf den Erkenntnissen zur Knitterspannung die Ansätze zur Berücksichtigung liniierter Deckschichten auf, die in einem späteren Schritt auf die lokale Lasteinleitung übertragen werden sollen. Abschließend wird in diesem Kapitel die versuchsgestützte Bestimmung der Knitterspannung vorgestellt, da sie an nachfolgender Stelle noch Gebrauch findet. Da es in diesem Kapitel von besonderer Bedeutung ist, wird auf die in der Einleitung in Abschnitt 1.3 aufgeführte Definition der Begrifflichkeiten bezüglich der Knitterspannung hingewiesen.

4.1 Analytische Ansätze zur Bestimmung der (ideellen) Knitterspannung

Das typische Biegeversagen von Sandwichelementen ist das Knittern der gedrückten Deckschicht. Die analytische Bestimmung der Knitterspannung von Sandwichelementen ist von verschiedenen Autoren hergeleitet worden (z. B. Plantema 1966; Allen 1969). Im deutschsprachigen Raum hat sich die Arbeit von Stamm und Witte (1974) durchgesetzt. Zahlreiche andere Autoren bauen auf deren Herleitung und deren Ergebnissen auf, weswegen die darin enthaltenen Kernpunkte nachfolgend in verkürzter Form wiedergegeben werden. Ein entscheidender Punkt in der Herleitung von Stamm und Witte (1974) ist die Annahme eines homogenen, isotropen Kernmaterials. Später ergänzte Thermann (1989) die Arbeit von Stamm und Witte (1974), indem er ein homogenes, orthotropes sowie ein inhomogenes, isotropes Kernmaterial betrachtete. Eine analytische Lösung mit dieser Vorgehensweise, welche den wahren Materialeigenschaften am nächsten kommt und demnach sowohl Inhomogenität als auch Orthotropie beinhaltet, existiert gegenwärtig nicht.

Unabhängig von den Annahmen bezüglich des Kernmaterials gehen die nachfolgend vorgestellten Ansätze davon aus, dass die mit der klassischen Sandwichtheorie berechneten globalen Schnittgrößen auf ein lokales Teilsystem übertragen werden können, an dem die Tragfähigkeit bestimmt wird. Stamm und Witte (1974) nehmen an, dass sich das

Tragverhalten der Deckschicht mithilfe der Differentialgleichung der elastisch gebetteten Platte unter Normalkraftbeanspruchung beschreiben lässt. Die Differentialgleichung wurde bereits in Abschnitt 3.1 vorgestellt und wird an dieser Stelle nochmals wiedergegeben:

$$B_F \Delta \Delta w + n_x w'' + 2n_{xy} w' + n_y w + p = 0 \quad (3.1)$$

Für $n_{xy} = 0$ lässt sich die Differentialgleichung mit einem sinusförmigen Verformungsansatz lösen (siehe Abschnitt 3.2). Basierend auf der Lösung aus Gleichung (3.8) kann bei einachsigem Druck ($n_y = 0$) und unendlicher Knitterwellenlänge in Querrichtung ($a_y = \infty$) die ideelle Knitterspannung aus

$$\sigma_{cr,w} = \frac{n_x}{t} = \frac{\pi^2 B_F}{a_x^2 t} + \frac{a_x^2 k_w}{\pi^2 t} \quad (4.1)$$

bestimmt werden, indem das Minimum bezüglich a_x gebildet wird (Stamm und Witte 1974, S. 209 f.) Die Halbwellenlänge a_x und damit auch $\sigma_{cr,w}$ hängen entscheidend von der Winkler'schen Bettung k_w ab. Für verschiedene Annahmen des Kernmaterials werden nachfolgend die Auswirkungen auf die ideelle Knitterspannung besprochen.

4.1.1 Homogenes, isotropes Kernmaterial

Unendliche Kerndicke Bei Annahme eines homogenen, isotropen Kerns ist die Winkler'sche Bettung mit

$$k_w = \frac{\pi}{a_x} \frac{K}{f(\alpha d_C)} \quad (3.15)$$

gegeben. Für unendliche Kerndicken wird $f(\alpha d_C)$ zu eins, wodurch sich a_x analytisch bestimmen lässt. Mit dem bereits in Gleichung (3.27) aufgeführten Ergebnis für a_x lässt sich die ideelle Knitterspannung bestimmen (Stamm und Witte 1974, Gleichung (8.43)):

$$\sigma_{cr,w} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K^2 B_F} \quad (4.2)$$

Damit ist mit $B_F = E_F I_F / (1 - \nu_F)^2$ die ideelle Knitterspannung für linierte Deckschichten gegeben, bei denen der volle Querschnitt wirksam ist. Wird die Biegesteifigkeit der ebenen Platte eingesetzt – $B_F = E_F t^3 / (12(1 - \nu_F)^2)$ – ergibt sich mit K nach Gleichung (3.14) für $\nu_C = 0,25$ und $\nu_F = 0,3$ die sehr verbreitete Formel für die ideelle Knitterspannung ebener Deckschichten (Stamm und Witte 1974, Gleichung (8.50)):

$$\sigma_{cr,w} = 0,82 \sqrt[3]{G_C E_C E_F} \quad (4.3)$$

Wird eine Imperfektion in Form einer Vorverformung angenommen, geht das Stabilitätsproblem in ein Spannungsproblem nach Theorie II. Ordnung über. Stamm und Witte (1974, Gleichung (8.72)) folgend, wird als Vorverformung

$$w_e = e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a_x}\right) \quad (4.4)$$

angesetzt. Das daraus resultierende Moment $M_e = n_x w_e$ erzeugt die Störlast $q_e = -M_e'' = -n_x w_e''$ und ersetzt die rechte Seite in der Differentialgleichung (3.1) (Stamm und Witte

1974, S. 224). Mit dem sinusförmigen Ansatz nach Gleichung (3.7), wobei $a_y = 0$ gilt, folgt der Maximalwert der Verformung zu (Stamm und Witte 1974, S. 224, Gleichung (8.76)):

$$w_0 = \frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} \cdot e_0 \quad (4.5)$$

$$\text{mit } \alpha_w = \frac{\sigma_w}{\sigma_{cr,w}} \quad (4.6)$$

Über den Bettungsdruck nach Gleichung (3.3) kann daraus die maximale Spannung im Kern direkt unter der Deckschicht bestimmt werden (Stamm und Witte 1974, Gleichung (8.77)):

$$\sigma_C = k_w w_0 = \pi \frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} \cdot \frac{e_0}{a_x} K \quad (4.7)$$

Als Versagenskriterium setzen Stamm und Witte (1974, S. 225) das Überschreiten der Zugfestigkeit des Kerns an. Über das Auflösen nach α_w folgt die Knitterspannung unter Traglast, die – wie eingangs dieser Arbeit erwähnt – als ungestörte Knitterspannung bzw. kurz als Knitterspannung bezeichnet wird. Für eine sinuswellige Anfangsimperfektion mit dem Stich $e_0 = 0,01 a_x$ ergibt sich mit den Kerneigenschaften $G_C = 3 \text{ N/mm}^2$, $E_C = 7 \text{ N/mm}^2$ und der Zugfestigkeit $f_{Ct} = 0,22 \text{ N/mm}^2$ die ebenfalls sehr verbreitete Formel für die Knitterspannung (Stamm und Witte 1974, S. 220):

$$\sigma_w = 0,50 \sqrt[3]{G_C E_C E_F} \quad (4.8)$$

Derselbe Vorfaktor vor der Wurzel ergibt sich auch bei den heutzutage realistischeren Kerneigenschaften von $G_C = 3 \text{ N/mm}^2$, $E_C = 3 \text{ N/mm}^2$ und $f_{Ct} = 0,15 \text{ N/mm}^2$. Gerade bei großen Halbwellenlängen ($a_x > 100 \text{ mm}$, siehe z. B. Tabelle 3.1) wird der angesetzte Stich – wie bereits von Stamm und Witte (1974, S. 225) angemerkt – unrealistisch hoch. Vorbeulen mit einem Stich von größer als einem Millimeter müssten mit dem bloßen Auge sichtbar sein. Der tatsächliche gemessene Stich von Vorbeulen nimmt die Größenordnung 0,05 bis 0,2 t an (Kurpiela 2013, Tabelle 4.8). Er liegt somit selbst bei sehr kurzen Halbwellenlängen von $a_x = 30 \text{ mm}$ deutlich unter der Annahme von $e_0 = 0,01 a_x$. Allerdings müssen die angesetzten Vorbeulen neben den geometrischen auch die strukturellen Imperfektionen abdecken. Nach DIN EN 14509, Abschnitt A.5.5.3, darf die Knitterspannung unter Traglast nach Gleichung (4.8) bestimmt werden. Da dieser Ansatz – insbesondere bei leichter Profilierung der Deckschichten – zu sehr geringen Werten führt,¹ ziehen es die Hersteller in den meisten Fällen vor, die Knitterspannung unter Traglast im Versuch ermitteln zu lassen.

Endliche Kerndicke Der Einfluss der endlichen Kerndicke auf die Federsteifigkeit k_w wurde bereits in Abschnitt 3.3 diskutiert. Die Erkenntnisse lassen sich prinzipiell auf die ideelle Knitterspannung übertragen, wobei beachtet werden muss, dass die Federsteifigkeit die Knitterspannung nicht linear beeinflusst. Zusätzlich nimmt die Halbwellenlänge eine besondere Stellung ein, weswegen an dieser Stelle ein vertiefter Blick auf die Herleitung der ideellen Knitterspannung geworfen wird. Dadurch, dass mit

$$k_w = \frac{\pi}{a_x} \frac{K}{f(ad_C)} \quad (3.15)$$

¹DIN EN 14509, Abschnitt A.5.5.3, Anmerkung 3: „Obwohl in den meisten Fällen der Bemessungswert der Knitterspannung berechnet werden darf, werden durch Prüfung im Allgemeinen günstigere Werte der Knitterspannung erzielt.“

eine nichtlineare Abhängigkeit von a_x vorliegt, lässt sich die exakte Lösung entweder numerisch oder über die implizite Angabe nach Gleichung (3.20) bzw. (3.21) bestimmen. Beide Varianten sind für die Handrechnung ungeeignet und je nach verfügbarer Software relativ aufwändig zu programmieren. Mit dem vereinfachten Ansatz aus Abschnitt 3.3 zur Berücksichtigung der endlichen Kerndicke, indem in Gleichung (3.15) die Wellenlänge des unendlich ausgedehnten Kerns

$$a_x = \pi \left(\frac{2B_F}{K} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.27)$$

eingesetzt wird, wird k_w zu einer Konstanten. Dadurch lässt sich Gleichung (4.1) analytisch bezüglich a_x minimieren. Das Ergebnis

$$\sigma_{cr,w} = \frac{2}{t} \sqrt{2B_F k_w} \quad (4.9)$$

lässt sich mit den Gleichungen (3.15) und (3.27) zu

$$\sigma_{cr,w} = \frac{\sqrt{2}}{t} \sqrt[3]{2B_F \frac{K}{(f(\alpha_{dC}))^{3/2}}} \quad (4.10)$$

umformen. Für unendliche Kerndicken wird $f(\alpha_{dC})$ zu eins. Damit wird ersichtlich, dass die vorgestellte Näherung nicht gegen die analytische Lösung nach Gleichung (4.2) strebt. Deren Vorfaktor vor der Wurzel ist mit $1,5/t$ um ca. 6% größer. Eine numerische Auswertung ergab zudem, dass Gleichung (4.10) für dünne Kernschichten im Vergleich zur exakten Lösung zu einer viel zu hohen ideellen Knitterspannung führt, weswegen dieser Ansatz nicht weiter verfolgt wird. Alternativ bietet es sich an, den vereinfachten Ansatz für k_w nach den Gleichungen (3.15) und (3.27) beizubehalten und in a_x aus (3.27) ebenfalls in die umgeformte Lösung der Differentialgleichung (4.1) einzusetzen:

$$\sigma_{cr,w} = \frac{1}{t} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{f(\alpha_{dC})} \right) \sqrt[3]{2B_F K} \quad (4.11)$$

Dabei ist $f(\alpha_{dC})$ mit Gleichung (3.27) zu bestimmen. Eine nicht dargestellte Auswertung zeigte, dass auch diese Näherung nicht brauchbar ist, da sie den Einfluss der endlichen Kerndicke etwa in demselben Maße überschätzt, wie der Ansatz einer unendlichen Kerndicke nach Gleichung (4.2) ihn unterschätzt. Die Idee, beide Ansätze zu mitteln, liefert eine hervorragende Übereinstimmung mit der exakten Lösung. Jedoch ist die Grundfrage, ob die Annahme eines isotropen Kernmaterials gerechtfertigt ist, noch offen. Bis zur Klärung dieses Sachverhalts wird eine weitere Betrachtung der vorgestellten Ergebnisse unterlassen.

4.1.2 Homogenes, orthotropes Kernmaterial

Unendliche Kerndicke Wie bereits in Abschnitt 3.5 beschrieben, erfolgt die Herleitung von Thermann (1989) analog zu der von Stamm und Witte (1974). Sowohl für die endliche als auch die unendliche Kerndicke beschränkt sich Thermann auf die ideelle Knitterspannung. Sie ergibt sich bei unendlicher Kerndicke analog zu Gleichung (4.2) (Thermann 1989, aus den Gleichungen (33) und (34)):

$$\sigma_{cr,w} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K_{orth}^2 B_F} \quad (4.12)$$

Im Folgenden soll nun die ideelle Knitterspannung für orthotropes Kernmaterial mit isotropem Kernmaterial jeweils unendlicher Dicke verglichen werden. Dafür ist es notwendig, für die neu hinzugekommenen elastischen Kenngrößen sinnvolle Werte anzusetzen. Als Ergebnis der Auswertung mehrerer Arbeiten schlagen Hassinen und Misiak (2012) Folgendes vor (Hassinen und Misiak 2012, Gleichungen (12) und (13)):

$$E_{Cx} = 3E_{Cz} \quad (4.13)$$

$$E_{Cy} = E_{Cz} \quad (4.14)$$

Da sich zeigen wird, dass diese Werte relativ gut mit den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuchen übereinstimmen (siehe Abschnitt 7.1.2 und 7.2.2), werden sie für die weiteren Untersuchungen übernommen. Die richtige Wahl der Querdehnzahlen gestaltet sich schwieriger, da wenige Versuche bezüglich aller Ebenen und Druckrichtungen dokumentiert sind. In Kurpiela (2013, Tabelle 3.8)² sind Werte für ν_{Cyz} , ν_{Czx} und ν_{Cxy} für drei verschiedene Kerndichten – jeweils im Druckversuch ermittelt – angegeben. Die sich daraus ergebenden Mittelwerte lauten:

$$\nu_{Cyz} = 0,25 \quad \nu_{Czx} = 0,28 \quad \nu_{Cxy} = 0,30 \quad (4.15)$$

Damit lassen sich die restlichen Querdehnzahlen unter Ansatz der Gleichungen (4.13) und (4.14) sowie der in Thermann (1989) bei der Definition der modifizierten Querkontraktionszahlen vorausgesetzten Symmetrie, Gleichungen (3.38) bis (3.40), bestimmen:

$$\nu_{Cyz} = 0,25 \quad \nu_{Czy} = 0,25 \quad \nu_{Cx} = 0,25 \quad (4.16)$$

$$\nu_{Czx} = 0,28 \quad \nu_{Czx} = 0,84 \quad \nu_{Cy} = 0,48 \quad (4.17)$$

$$\nu_{Cxy} = 0,30 \quad \nu_{Cyx} = 0,90 \quad \nu_{Cz} = 0,52 \quad (4.18)$$

In den ersten beiden Spalten stehen die sechs Querdehnzahlen bei Orthotropie, wobei die erste Spalte Gleichung (4.15) entspricht. Die dritte Spalte enthält die modifizierten Querdehnzahlen. Für die beiden Gleichungen (4.17) und (4.18) können folgende zwei Erkenntnisse festgehalten werden: Erstens ergeben sich die Querdehnzahlen der dritten Spalte durch Multiplikation der ersten Spalte mit der Wurzel aus drei. Zweitens müssen die Querdehnzahlen der zweiten Spalte wegen der Annahme für den E-Modul in Längsrichtung jeweils den dreifachen Wert der ersten Spalte annehmen. Da die E-Moduln in Dicken- und Querrichtung gleich groß angenommen wurden, sind die Querdehnzahlen in Gleichung (4.16) gleich groß. Die nachfolgenden Rechnungen werden zusätzlich mit drei weiteren Vergleichswerten durchgeführt. Erstens wird

$$\nu_{Czy} = \nu_{Czx} = \nu_{Cyx} = 0,25 \quad (4.19)$$

gesetzt, da die Querdehnzahlen aus der zweiten Spalte der Gleichungen (4.17) und (4.18) sehr hoch erscheinen. Daraus folgt bei gleichbleibender Annahme bezüglich der E-Moduln:

$$\nu_{Cyz} = 0,25 \quad \nu_{Czy} = 0,25 \quad \nu_{Cx} = 0,25 \quad (4.20)$$

$$\nu_{Czx} = 0,08 \quad \nu_{Czx} = 0,25 \quad \nu_{Cy} = 0,14 \quad (4.21)$$

$$\nu_{Cxy} = 0,08 \quad \nu_{Cyx} = 0,25 \quad \nu_{Cz} = 0,14 \quad (4.22)$$

Zweitens werden bei unveränderten E-Moduln die modifizierten Querdehnzahlen konstant zu 0,25 angenommen:

$$\nu_{Cx} = \nu_{Cy} = \nu_{Cz} = 0,25 \quad (4.23)$$

²In Kurpiela (2013) ist die Bedeutung der Doppelindizes genau umgekehrt. Zum Beispiel entspricht bei ihr der Index zx dem Index xz in dieser Arbeit.

Auf eine Darstellung der Ergebnisse der dritten Variante wird verzichtet, da sich die Unterschiede zu den Werten aus den Gleichungen (4.20) bis (4.22) als vernachlässigbar klein erwiesen. Drittens wird der E-Modul in Längsrichtung auf

$$E_{Cx} = E_{Cz} \quad (4.24)$$

gesetzt. Dies hat zwangsläufig zur Folge, dass alle Querdehnzahlen gleich groß sein müssen. Vereinfachend werden sie analog zu Gleichung (4.23) auf 0,25 gesetzt.

Die aufgeführten Varianten des orthotropen Kernmodells werden mit der isotropen Lösung von Stamm und Witte (1974) verglichen. Dazu wird Gleichung (4.2) herangezogen und K nach Gleichung (3.14), also unter Einbezug des Schubmoduls, bestimmt. Zum einen wird $\nu_C = 0,25$ gesetzt und eine ebene Deckschicht vorausgesetzt. Damit entspricht der isotrope Vergleichswert der bekannten Formel für die ideale Knitterspannung nach Gleichung (4.3). Zum anderen wird ν_C gemäß der für Isotropie geltenden Abhängigkeit aus E_C und G_C bestimmt. Es sei angemerkt, dass bei ebenen Deckschichten für die orthotrope, ideale Knitterspannung nach Gleichung (4.12), wie für ihr isotropes Pendant nach Gleichung (4.2), keine Abhängigkeit von der Deckschichtdicke besteht. Aus den Gleichungen (4.12) und (4.2) ist zudem ersichtlich, dass der relative Unterschied zwischen den verschiedenen Ansätzen der Orthotropie auch bei linierten Deckschichten unverändert bleibt. Abbildung 4.1 vergleicht die verschiedenen Ansätze in Abhängigkeit von Schubmodul und E-Modul des Kerns. Für die folgenden Vergleiche soll das orthotrope Materialmodell mit $E_{Cx} = 3E_{Cz}$ und Querdehnzahlen nach Gleichung (4.19) als Referenzkurve dienen. Zwischen der Annahme der Querdehnzahlen nach den Gleichungen (4.19) bzw. (4.15) besteht kein relevanter Unterschied. Wenn der E-Modul in Längsrichtung auf den Wert in Dickenrichtung gesetzt wird, reduziert sich die ideale Knitterspannung um 3 % bis 9 %. Erstaunlich gute Ergebnisse liefert das verbreitete isotrope Materialmodell nach Gleichung (4.3). Für $E_{Cz} = 2 \text{ N/mm}^2$ liegt die Abweichung zwischen 1 % und 12 %, für $E_{Cz} = 4 \text{ N/mm}^2$ lediglich zwischen ± 3 %. Der Unterschied bei $E_{Cz} = 6 \text{ N/mm}^2$ (nicht dargestellt) beträgt maximal 4 %. Wird bedacht, dass i. d. R. Schubmodul und E-Modul in gewissem Maße korrelieren, also beispielsweise ein kleines E_{Cz} auch ein kleines G_C bedingt, sind maximale Abweichungen von etwa 5 % realistisch. Die Idee von Stamm und Witte (1974), die Orthotropie näherungsweise zu erfassen, indem der Schubmodul nach Gleichung (3.13) eingebunden wird, funktioniert demnach mit realistischen Materialwerten für den Kern sehr gut. Die Übereinstimmung mit der orthotropen Lösung wird etwas schlechter, sofern der E-Modul in Längs- dem der Dickenrichtung entspricht. Die Querdehnzahl aus E_C und G_C zu berechnen, anstatt sie zu $\nu_C = 0,25$ anzusetzen, liefert in den meisten Fällen unbrauchbare Ergebnisse. Lediglich für die nicht dargestellten Knitterspannungen mit $E_{Cz} = 6 \text{ N/mm}^2$ liefert dieser Ansatz bei maximalen Abweichungen von 11 % akzeptable Ergebnisse. Als letzte isotrope Vergleichsgröße sei die Betrachtung für K nach Gleichung (3.10) aufgeführt. Bei Vernachlässigung des Schubmodul-Einflusses ergibt sich bei $E_{Cz} = 2 \text{ N/mm}^2$ eine ideale Knitterspannung von konstant 57 N/mm^2 und bei $E_{Cz} = 4 \text{ N/mm}^2$ von 91 N/mm^2 . Beide Werte stellen eine ungeeignete Näherung dar.

Abschließend sollen für das orthotrope Kernmodell die Auswirkungen der Annahme eines ebenen Verzerrungszustandes überprüft werden. Dazu wird vergleichend der ebene Spannungszustand für den Kern betrachtet. In diesem Fall verschwinden die Spannungen in y -Richtung, was bedeutet, dass – wie auch von Thermann (1989, S. 13) angemerkt – für die modifizierten Querdehnzahlen $\nu_{Cx} = \nu_{Cz} = 0$ gilt. Die verbleibenden Querdehnzahlen wurden gemäß Gleichung (4.21) angenommen. Der E-Modul in Längsrichtung wurde auch

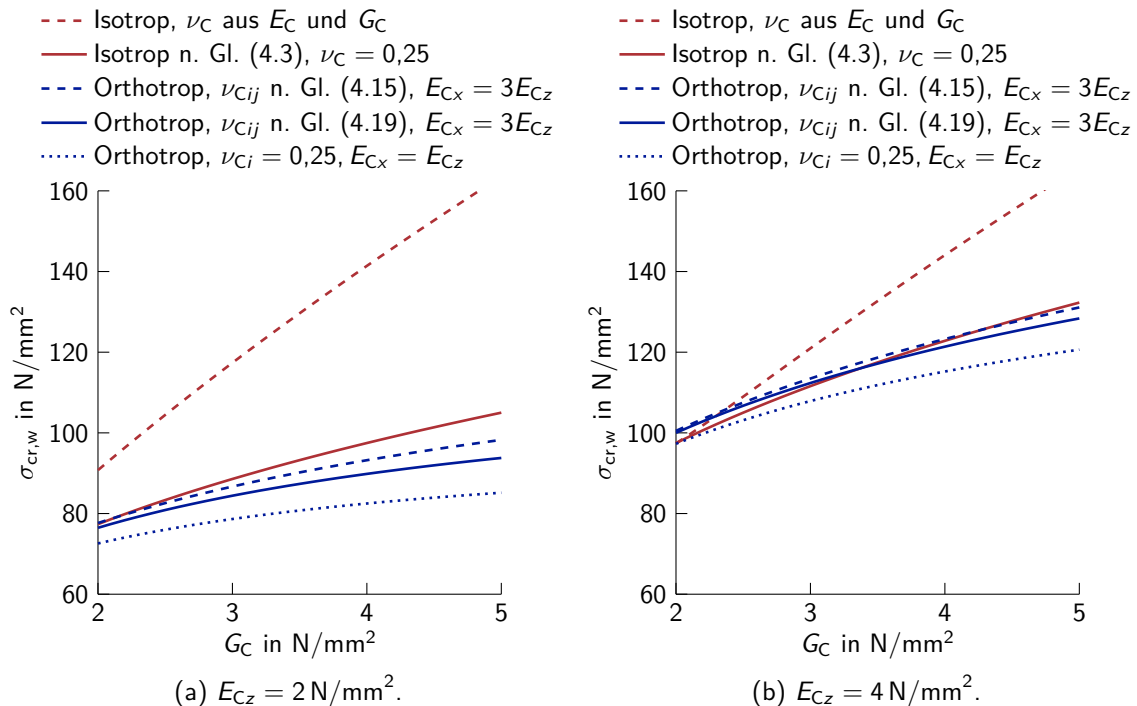


Abbildung 4.1: Abhängigkeit der ideellen Knitterspannung (ebene Deckschicht) vom Schubmodul des Kerns für verschiedene Ansätze des Kernmaterials bei unendlicher Kerndicke. Isotropes Kernmaterial nach Stamm und Witte (1974), Gleichung (4.2) bzw. (4.3), orthotropes Kernmaterial nach Thermann (1989), Gleichung (4.12).

hier auf den dreifachen Wert der Dickenrichtung gesetzt. Die Abweichungen zur orthotropen Referenzkurve betragen für die von den vorigen Betrachtungen übernommenen Variationen für E_C und G_C annähernd konstant 5%. Aus diesem Grund wurde auf eine Darstellung in Abbildung 4.1 verzichtet. Das Ergebnis ist insgesamt nicht überraschend. So wurden bereits in Abschnitt 3.3 nur geringfügige Unterschiede zwischen ebenem Verzerrungs- und Spannungszustand für den isotropen Fall beobachtet. Letztlich bleibt die Entscheidung, welcher Spannungszustand in der praktischen Berechnung für den Kern angenommen wird, ohne große Bedeutung.

Endliche Kerndicke Bezüglich des Einflusses der endlichen Kerndicke auf die Knitterspannung führt Thermann eine Auswertung mit folgenden Randbedingungen durch (Thermann 1989, S. 15 ff.):

- Deckschichtmaterial: Stahl
- Deckschichtdicke: $t = 0,51$ mm
- Linierungstiefe: $d = 0,8$ mm
- E-Modul in Dickenrichtung: $E_{Cz} = 4$ N/mm²
- Vernachlässigung der Querkontraktion

Die Variation von Schubmodul und E-Modul in Längsrichtung zeigte für den baupraktisch bedeutsamen Bereich nur für Kerndicken kleiner 60 mm einen relevanten Einfluss. Die Abweichungen zur ideellen Knitterspannung bei unendlicher Kerndicke lagen im Maximum bei 15%. Mit den aufgezählten Eingangswerten scheint es auf den ersten Blick, dass die

Abweichungen auf ähnlichem Niveau liegen, wie sie auf die in Abschnitt 3.3 vorgestellte Auswertung der Winkler'schen Bettung für den isotropen Fall zurückzuführen sind. Da dort bei höheren Deckschichtsteifigkeiten und geringerer Kernfestigkeit größere Abweichungen festgestellt wurden, liegt die Vermutung nahe, dass dies auf orthotropes Kernmaterial ebenfalls zutrifft. Daher werden die ideellen Knitterspannungen für verschiedene Deckschichtsteifigkeiten berechnet und zugleich der noch ausstehende Vergleich mit isotropen Kernmaterial geführt. Zur Bestimmung der orthotropen Lösung muss zunächst

$$k_w = K_{\text{orth}} \frac{\alpha}{f_{\text{orth}}} \quad (3.50)$$

bestimmt werden, was die Auswertung der etwas unhandlichen Gleichung (3.47) für f_{orth} mit ihren zahlreichen Beiwerten voraussetzt. Eingesetzt in Gleichung (4.1) wurde für die anstehende Minimierung der numerische Lösungsweg mit der unendlichen Kerndicke als Startwert bevorzugt. Von einer analytischen Lösung wurde aufgrund der gegebenen Komplexität abgesehen.

Die in Abbildung 4.2 dargestellte Auswertung beschränkt sich auf linierte Deckschichten und mittlere Werte für den Schubmodul und den E-Modul. Für ebene Deckschichten lag der Einfluss der endlichen Dicke selbst bei 30 mm Kerndicke, einer Deckschichtdicke von 0,66 mm und geringer Kernsteifigkeit ($E_C = G_C = 2 \text{ N/mm}^2$) unter 5%. Bei anderen Kombinationen von Schubmodul und E-Modul beträgt der Unterschied für die orthotrope Lösung der endlichen Kerndicke nur wenige Prozent. Eine Unterscheidung nach Deckschichtdicken ist durch die gewählte bezogene Darstellung nicht notwendig. Die Diagramme sind unabhängig von der Deckschichtdicke gültig. Aus Abbildung 4.2 ist ersichtlich, dass die Annahme eines isotropen Kernmaterials mit abnehmender Kerndicke zu deutlich höheren ideellen Knitterspannungen im Vergleich zur orthotropen Lösung führt. Die Abweichungen reduzieren sich dann, wenn sich das Verhältnis zwischen E-Modul und Schubmodul der bei Isotropie vorhandenen Abhängigkeit

$$E_C = 2(1 + \nu_C) G_C \quad (4.25)$$

annähert (nicht dargestellt). Die endliche Kernschicht vereinfachend isotrop zu betrachten ist demnach nicht möglich. Dafür zeigt sich, dass der Aufwand, die orthotrope Kernschicht als endlich zu betrachten, in den allermeisten Fällen nicht notwendig ist. Nur bei steifer Deckschicht und dünnen Kern sind Abweichungen von größer 10% zu erwarten. Im Extremfall können sie auf 20% und mehr ansteigen. Ob tatsächlich so hohe Unterschiede auftreten, bedarf der Überprüfung der eingangs von Abschnitt 3.3.1 aufgeführten Annahme, dass die gegenüberliegende (auf Zug beanspruchte) Deckschicht unverformt bleibt und somit als starres Lager für den betrachteten Scheibenstreifen des Kerns wirkt. Mit analytischen Methoden ist diese Frage schwer beantwortbar, weswegen sich ihrer im Zuge der numerischen Untersuchungen in Kapitel 8 angenommen wird.

4.1.3 Inhomogenes, isotropes Kernmaterial

Die in Abschnitt 3.5.2 vorgeschlagenen Ausdrücke für k_w nach Gleichung (3.54) bzw. (3.55) sind recht kompliziert und über die Halbwellenzahl α mehrfach von a_x abhängig. Daher wurde für das Minimierungsproblem eine numerische Bestimmung gewählt. Als Startwert wurde α für die unendliche Kerndicke mit Kennwerten der ersten Schicht verwendet.

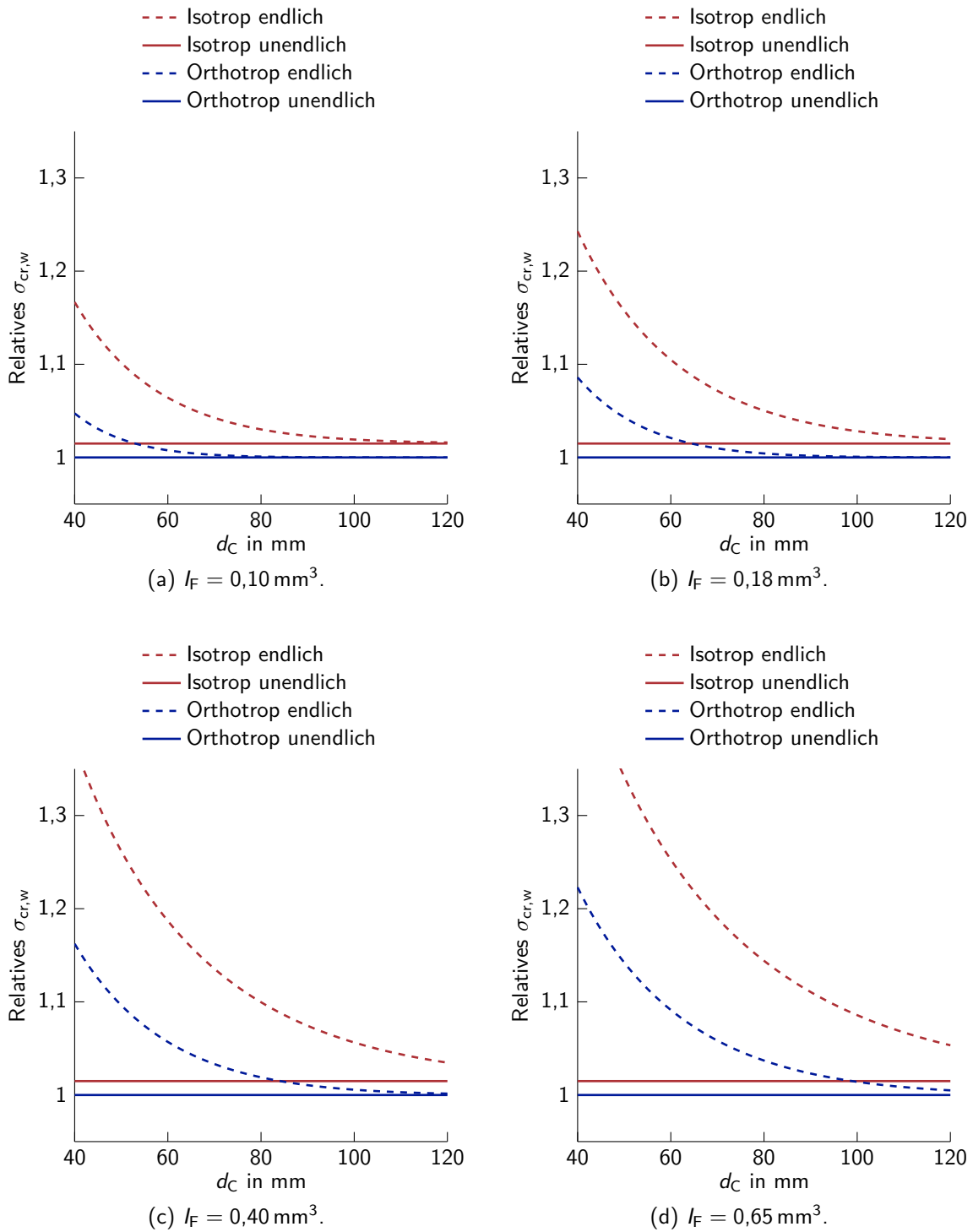


Abbildung 4.2: Abhängigkeit der relativen ideellen Knitterspannung von der Kerndicke für verschiedene Deckschichtsteifigkeiten. Bezugswert ist jeweils die ideelle Knitterspannung für orthotropes Kernmaterial unendlicher Dicke. Isotropes Kernmaterial nach Stamm und Witte (1974) mit $\nu_C = 0,25$, orthotropes Kernmaterial nach Thermann (1989) mit ν_{Cij} nach Gleichung (4.19) und $E_{Cx} = 3E_{Cz}$. Für alle Kurven gilt: $G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$ und $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$.

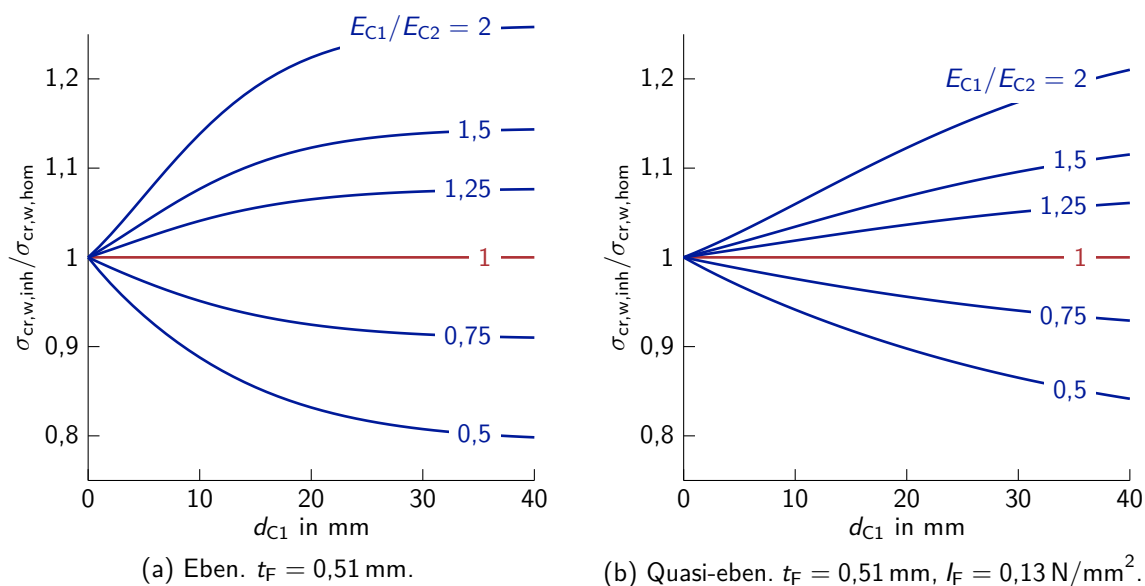


Abbildung 4.3: Verhältnis der ideellen Knitterspannungen zwischen inhomogenem und homogenem Kern für verschiedene E-Modul-Verhältnisse zwischen Randschicht und Hauptschicht. Darstellung in Abhängigkeit von der Kerndicke der Randschicht. $l_F = 0,13$ N/mm² entspricht etwa 1 mm Linierungstiefe. Für alle Graphen gilt: $E_{C2} = 3,5$ N/mm², $G_{C1} = G_{C2} = 3,5$ N/mm² und $\nu_C = 0,25$.

Eine Auswertung für verschiedene Materialparameter ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Auf die am Ende dieses Absatzes aufgeführten kritischen Anmerkungen wird explizit hingewiesen. Verkürzend wurden nur Fälle mit konstantem Schubmodul über die Kernhöhe betrachtet. Die Ergebnisse zeigen nur eine geringe Abhängigkeit von der Steifigkeit der Hauptschicht (Schicht 2), weswegen auf eine Variation von E_{C2} bzw. G_{C2} verzichtet wurde. Aus den Graphen ist ersichtlich, dass die ideelle Knitterspannung eine deutliche Abhängigkeit von der Steifigkeit der Randzone zeigen kann. Auffällig ist dabei, dass die Deckschichtsteifigkeit einen großen Einfluss hat. Zusammenfassend bedeutet das Folgendes: Ist der E-Modul der Randschicht um den Faktor zwei erhöht oder verringert, reichen bereits geringe Randschichtdicken zwischen 10 mm und 20 mm aus, um die ideelle Knitterspannung merklich zu beeinflussen. Für ebene Deckschichten liegt die Grenze eher am unteren Ende des angegebenen Intervalls, für linierte Deckschichten eher am oberen. Fällt die Erhöhung bzw. Verringerung der Randschichtsteifigkeit mit $\pm 25\%$ eher moderat aus, stellt die homogene Lösung noch eine akzeptable Näherung dar, da die Abweichungen 10% nicht überschreiten. Es sei darauf hingewiesen, dass die aufgeführten Ergebnisse noch einer Überprüfung bedürfen. Wie bereits in Abschnitt 3.5.2 aufgeführt, stellt der angesetzte Winkler'sche Bettungsmodul lediglich eine Näherung dar, die dazu tendiert, die Steifigkeit zu überschätzen. Zudem sieht die ursprüngliche Herleitung ein isotropes Kernmaterial vor. Weder die näherungsweise Anpassung an die Orthotropie noch die betrachtete Verringerung der Randsteifigkeit waren von Thermann (1989) vorgesehen und wurden daher bis jetzt nicht überprüft. Außerdem ist offen, ob die Dicke der Restschicht pauschal als unendlich angenommen werden darf. Auch für die Beantwortung dieser Fragen wird von einer analytischen Lösung abgesehen. Stattdessen wird den offenen Punkten in Kapitel 8 auf numerischem Weg nachgegangen.

4.2 Berücksichtigung der Linierung bei der Bestimmung der Deckschichtsteifigkeit

Die Biegesteifigkeit der Deckschicht bei liniertes oder gesickter Ausbildung ist im Allgemeinen geringer als das Produkt aus Elastizitätsmodul und Flächenträgheitsmoment. Dies liegt daran, dass die ebenen Teilbereiche zwischen den versteifenden Stegen der Linierung bzw. Sicking vor Erreichen der Traglast ausbeulen (z. B. Baehre 1989; Kech 1991; Pfeiffer 2005; Berner, Pfeiffer et al. 2006; Mertens 2008; Misiek und Hassinen 2010; Hassinen und Misiek 2012) und sich somit zu Teilen der Spannung entziehen. Lediglich bei sehr kurzen ebenen Teilbereichen bzw. deren vollständigen Verschwinden, z. B. im Falle einer Mikrolinierung, kann von einem komplett wirksamen Querschnitt ausgegangen werden.

Zur Bestimmung der Knitterspannung unter Berücksichtigung der wirksamen Plattenbreite haben Baehre (1989, Kapitel 2) und Kech (1991)³, Zhao (1993, Kapitel 5), Pokharel (2003, Kapitel 6) sowie jüngst Misiek und Hassinen (2010), Misiek, Frank et al. (2011a), Misiek, Frank et al. (2011b) und Hassinen und Misiek (2012)⁴ verschiedene Ansätze vorgestellt. Nachfolgend werden lediglich die Ansätze von Baehre (1989) und Kech (1991) sowie Misiek, Frank et al. (2011b) vorgestellt. Baehre (1989) und Kech (1991) bauen auf der allgemeinen Herleitung von Stamm und Witte (1974) auf und liefern als einzige der genannten Veröffentlichungen eine Berechnungsmöglichkeit für die ideale Knitterspannung liniertes Deckschichten, welche an späterer Stelle noch Verwendung finden soll. Zudem wird ihr Ansatz von Kurpiela mit dem Verweis auf die von ihr durchgeführten DMS-Messungen angewandt (Kurpiela 2013, S. 72). Misiek, Frank et al. (2011b) orientieren sich ebenfalls an der Herleitung von Stamm und Witte (1974). Sie stellen zudem eine Verbindung zur etablierten Bemessung von Kaltprofilen her. Eine Übertragbarkeit auf Sandwichelemente einschließlich der Problematik der lokalen Lasteinleitung erscheint daher möglich. Der Ansatz von Zhao (1993, Kapitel 5) wird nicht weiter betrachtet. Erstens ist das von ihm vorgeschlagene Verfahren über einen Ritz'schen Ansatz, der sowohl für den Eigenwert als auch für die Knitterspannung eine numerische Lösung erfordert, äußerst aufwändig. Eine praktische Umsetzung im Ingenieuralltag erscheint schwierig. Zweitens setzt er ein homogenes Kernmaterial voraus. Eine Einbindung der Inhomogenität ist in Ermangelung eines dazugehörigen Steifigkeitswerts K (siehe Abschnitt 3.5.2) nicht direkt möglich. Und drittens liefert er nach Kurpiela (2013, S. 60 f.) deutlich zu kleine wirksame Breiten. Ebenso wird der Ansatz von Pokharel (2003) nicht vorgestellt. Er sieht eine empirisch mittels FE-Berechnungen bestimmte Erweiterung der ideellen Knitterspannung nach Gleichung (4.10) vor, um einen Bemessungswert für die Knitterspannung zu erhalten. Der Verzicht liegt in zwei Punkten begründet: Erstens kann die allgemeine Gültigkeit nicht sicher vorausgesetzt werden. Dies liegt an der äußerst geringen Versuchsbasis zur Kalibrierung der FE-Berechnung (lediglich fünf Versuche ohne Wiederholung) und dem nicht DIN EN 14509 entsprechenden Versuchsaufbau (Versuche an Ausschnitten von Sandwichelementen mit

³In beiden Quellen ist derselbe Ansatz vorgestellt. Kech war in dem von Baehre veröffentlichten Forschungsbericht der Sachbearbeiter. Nachfolgend wird wegen der einfacheren Zugänglichkeit bevorzugt auf Kech (1991) verwiesen.

⁴Der eigentliche Ansatz stammt aus Misiek und Hassinen (2010). Die später erschienene Veröffentlichung von Misiek, Frank et al. (2011b) ergänzt die früher erschienene und führt einige Punkte etwas ausführlicher aus. In Hassinen und Misiek (2012) werden die Einflüsse aus Orthotropie und Inhomogenität ergänzt. Die Veröffentlichungen Misiek, Frank et al. (2011a) und Misiek, Frank et al. (2011b) sind inhaltlich praktisch deckungsgleich, wobei letztere einfacher zugänglich ist. Vereinfachend wird nachfolgend bevorzugt auf Misiek, Frank et al. (2011b) verwiesen.

nur einseitiger Deckschicht). Zweitens ist eine Übertragbarkeit auf die lokale Lasteinleitung aufgrund des empirischen Vorgehens nicht möglich.

4.2.1 Der Ansatz von Baehre und Kech

Vorstellung des Verfahrens Die Idee von Baehre (1989, Kapitel 2) und Kech (1991) beruht darauf, die Knitterspannung an einem elastisch gebetteten Druckstab zu berechnen, dessen Querschnitt sich aus den Stegen der Linierung bzw. Sicking und den dazwischen liegenden wirksamen Bereichen der ebenen Teilfelder zusammensetzt. Das Vorgehen zur Berechnung der wirksamen Breiten ist dabei an die Vorgehensweise beim Plattenbeulen angelehnt. Für das ebene Teilfeld wird eine Schlankheit definiert, aus der sich die Abminderung der Teilfeldbreite ergibt. Die Schlankheit setzt sich jedoch nicht, wie häufig üblich, aus der Fließspannung f_y und der kritischen Beullast des Teilfelds $\sigma_{cr,p}$ zusammen. Sofern die Knickspannung des Druckstabes die Fließspannung nicht überschreitet, wird anstelle der Fließspannung eben jene Knickspannung in Abhängigkeit von den noch unbekannt wirksamen Breiten angesetzt, sodass sich eine iterative Berechnung ergibt. Für die Schlankheit gilt demnach (Kech 1991, ergibt sich implizit aus Gleichung (18)):

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\sigma_{cr,s}}{\sigma_{cr,p}}} \quad (4.26)$$

Diese Ersetzung der Fließspannung durch $\sigma_{cr,s}$ ist in ähnlicher Form in DIN EN 1993-1-5, Absatz 4.4(4), vorgesehen. Die dortige Vorgehensweise erlaubt, dass anstelle der Fließspannung „der größte Bemessungswert der einwirkenden Druckbeanspruchung in dem Blechfeld unter Berücksichtigung aller einwirkenden Lasten“ (DIN EN 1993-1-5, Absatz 4.4(4)) gesetzt werden darf.⁵ Da eine höhere Last als die Knickspannung des Druckstabes nicht zu erwarten ist – $\sigma_{cr,s}$ ist schließlich nach oben durch f_y begrenzt –, deckt sich die Vorgehensweise von Baehre und Kech mit der aus DIN EN 1993-1-5.

Die Beullast des Teilfelds wird aus der Lösung der Differentialgleichung der elastisch gebetteten Platte unter Normalkraftbeanspruchung, Gleichung (3.8), bestimmt. Bei einachsigen Druck ($n_y = 0$) wird die Beulspannung zu:

$$\sigma_{cr,p} = \frac{n_x}{t} \quad (4.27)$$

$$\text{mit } n_x = \pi^2 B_F a_x^2 \left(\frac{1}{a_x^2} + \frac{1}{a_y^2} \right)^2 + \frac{a_x^2 k_w}{\pi^2} \quad (4.28)$$

Die Gleichungen (4.27) und (4.28) finden sich auch bei (Kech 1991, Gleichungen (2) und (3)) wieder. Während die Beulwellenhalblänge in Querrichtung durch die Breite des ebenen Teilfelds festgelegt ist ($a_y = b_p$), ergibt sich a_x – wie in Abschnitt 3.4 beschrieben – aus der Bestimmungsgleichung (3.31), die durch Minimierung von n_x nach a_x gewonnen wird. Dabei ist zu beachten, dass die Winkler’sche Bettung k_w nach Gleichung (3.9) von a_x abhängt. Gemäß den Ausführungen in Abschnitt 3.4 darf in den allermeisten Fällen eine unendliche Kerndicke angenommen werden, sodass in Gleichung (3.9) für den Term $f(ad_C) = 1$ gilt. Diese Annahme wird dadurch bestärkt, dass die Untersuchungen zur

⁵In DIN EN 1993-1-5, Absatz 4.4(4) bzw. Gleichung (4.4), ist der zusätzliche Sicherheitsfaktor γ_{M0} vorgesehen. Diese Zusatz ist i. d. R. bedeutungslos, da γ_{M0} nach DIN EN 1993-1-1, Absatz 6.1(1), auf 1,00 zu setzen ist.

ideellen Knitterspannung in Abschnitt 4.1.2 gezeigt haben, dass die Abhängigkeit von der Kerndicke bei orthotropen Material geringer ausfällt. Soll die endliche Kerndicke dennoch berücksichtigt werden, ist Gleichung (4.27) numerisch zu minimieren. Ob zur Bestimmung von k_w der Bettungsparameter K mit oder ohne Berücksichtigung von G_C anzusetzen ist, ist in Baehre und Kech nicht eindeutig beschrieben. Werden die Ergebnisse aus Abschnitt 3.5.1 auf den vorliegenden Anwendungsfall übertragen, wird dringend angeraten für K auf Gleichung (3.14) zurückzugreifen, um den Einfluss des Schubmoduls des Kerns zu berücksichtigen.

Die ideale Knitterspannung $\sigma_{cr,s}$ in Gleichung (4.26) ist für den elastisch gebetteten Druckstab unter Berücksichtigung der wirksamen Breiten zu bestimmen. Sie wird nach Gleichung (4.2) mit B_F des wirksamen Querschnitts berechnet, wobei sie nach oben durch die Fließspannung abgegrenzt ist (Kech 1991, Gleichung (20) und Baehre 1989, Gleichung (34)):

$$\sigma_{cr,s} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K^2 B_{s,eff}} \leq f_y \quad (4.29)$$

$$\text{mit } B_{s,eff} = \frac{E_F I_s}{(1 - \nu_F^2)(b_e + b_c)} \quad (4.30)$$

$$b_e = b_{1,e1} + b_{2,e1} + b_{1,e2} + b_{2,e2} \quad \text{für linierte Deckschichten} \quad (4.31)$$

$$b_e = b_{e1} + b_{e2} \quad \text{für gesickte Deckschichten} \quad (4.32)$$

Das Flächenträgheitsmoment der Steife(n) I_s wird für den ausgefüllten Querschnitt, dargestellt in Abbildung 4.4, berechnet. Dort sind ebenfalls die Bezeichnungen der geometrischen Größen angegeben. Im ersten Iterationsschritt ist der volle Querschnitt wirksam. Der Bezug auf die wirksame Querschnittsfläche in Gleichung (4.30) bedeutet, dass die Kernsteifigkeit nur unterhalb des wirksamen Bereichs aktiv ist. Diese hat eine entscheidende Auswirkung für die Bestimmung der wirksamen Deckschichtsteifigkeit des Gesamtquerschnitts. Auf diesen Punkt wird an späterer Stelle bei der Bestimmung von $I_{F,eff}$ eingegangen. Anstelle von K in Gleichung (4.29) bieten Baehre und Kech die näherungsweise Berücksichtigung der endlichen Kerndicke an, indem $K/f(\alpha d_C)$ gesetzt wird, wobei α am wirksamen Querschnitt berechnet wird. Da α wiederum K voraussetzt, muss entweder iterativ vorgegangen oder an einer Stelle α für die unendliche Kerndicke angenommen werden. Je nach Vorgehen ergeben sich unterschiedlich brauchbare Lösungen, sodass von dieser Methode abgeraten wird. Wie in Abschnitt 4.1.2 gezeigt, ist es im Regelfall ohnehin nicht notwendig, die endliche Kerndicke zu berücksichtigen. Wird dies trotzdem gewünscht, muss entweder auf die aufwändige analytische Lösung für die orthotrope Kernschicht (siehe Abschnitte 3.5.1 und 4.1.2) oder auf eine rein numerische Lösung, beispielsweise mittels FEM, zurückgegriffen werden.

Der Abminderungsfaktor ρ wird durch (Kech 1991, Gleichung (18)) indirekt mit

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} \quad (4.33)$$

festgelegt. Diese Reduktion wird in der Literatur häufig als von-Kármán-Formel bezeichnet. Im Gegensatz zu DIN EN 1993-1-5, Gleichung (4.2), entfällt der Abminderungsterm. Dort gilt für $\bar{\lambda}_p > 0,673$ und $\psi = 1$ (konstante Spannung):

$$\rho = \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p^2} \quad (4.34)$$

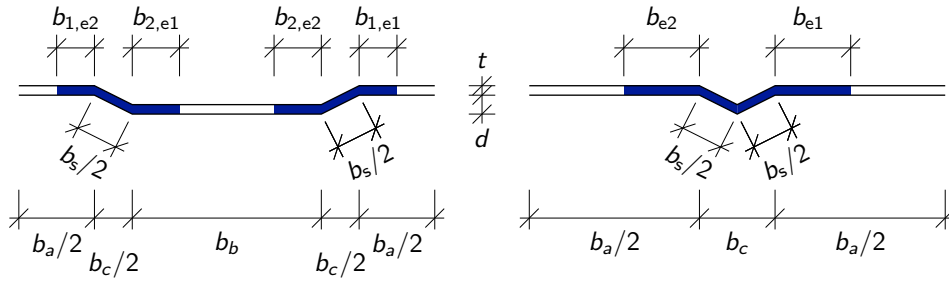


Abbildung 4.4: Bezeichnung der wirksamen Breiten für linierte und gesickte Deckschichten. (Nach Misiak, Frank et al. 2011b, Bild 8).

Dieser Unterschied wird von Baehre damit begründet, dass der Term $0,22/\lambda_p^2$ Imperfektionen berücksichtige und das Ziel der Berechnung, die Bestimmung der ideellen Knitterspannung sei (Baehre 1989, S. II.2.14). Die wirksame Breite zu einer Seite des Stegs ergibt sich demnach zu (Kech 1991, Gleichung (18)):

$$b_{i,ej} = \rho \cdot b_{pi} \quad (4.35)$$

mit $i = 1$ oder 2 für das hohe bzw. tiefe Teilfeld
(entfällt für gesickte Deckschichten)

$j = 1$ oder 2 für rechts bzw. links des Stegs
nach Abbildung 4.4

$b_{pi} = b_a$ oder b_b

Mit dem so ermittelten $b_{i,ej}$ werden die Schritte ab Gleichung (4.29) solange wiederholt, bis die Änderung von $b_{i,ej}$ keine Relevanz mehr hat.

Ist die Iteration über die wirksame Breite abgeschlossen, können die Knitterspannung und das Flächenträgheitsmoment berechnet werden. Die Knitterspannung des elastisch gebetteten Druckstabs $\sigma_{cr,s}$ bezieht sich lediglich auf die wirksame Breite. Ist die Bezugsgröße jedoch wie üblich die volle Breite, folgt daraus (Kech 1991, Gleichung (21)):

$$\sigma_{cr,w,eff} = \sigma_{cr,s} \cdot \frac{b_e + b_c}{b_a + b_b + b_c} \quad (4.36)$$

Da für die Steifigkeit des elastisch gebetteten Druckstabs $B_{s,eff}$ als Bezugsbreite die wirksame Breite gewählt wurde, siehe Gleichung (4.30), ergibt sich folgende Besonderheit: Das zu $\sigma_{cr,w,eff}$ zugehörige effektive Flächenträgheitsmoment wird bei Bezug auf eine Einheitsbreite zu:

$$I_{F,eff,BF} = \frac{I_s}{b_e + b_c} \left(\frac{b_e + b_c}{b_a + b_b + b_c} \alpha_{cr,s} \right)^3 \quad (4.37)$$

mit $\alpha_{cr,s} = \begin{cases} 1 & \text{für } \sigma_{cr,s} \leq f_y \\ \frac{f_y}{\sigma_{cr,s}} & \text{für } \sigma_{cr,s} > f_y \end{cases} \quad (4.38)$

Dabei wird $\sigma_{cr,s}$ mit der wirksamen Breite des letzten Iterationsschritts nach Gleichung (4.29) ohne Begrenzung auf f_y bestimmt. Gleichung (4.37) stellt sicher, dass sich beim Einsetzen von $B_F = B_{F,eff} = E'_F I_{F,eff,BF}$ in

$$\sigma_{cr,w} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K^2 B_F} \quad (4.2)$$

der gleiche Wert für $\sigma_{cr,w,eff}$ wie in Gleichung (4.36) ergibt. Das durch Gleichung (4.37) definierte Flächenträgheitsmoment bildet zwar die Steifigkeit richtig ab, daraus einen Querschnittswiderstand abzuleiten, ist jedoch nicht sinnvoll. Die dort vorgenommene Umrechnung über die dritte Potenz dient nur zur richtigen Abbildung der Kernsteifigkeit. Der Querschnittswiderstand sollte sich vielmehr an der wirksamen Querschnittsform orientieren. Daraus folgt für die Umrechnung auf eine Einheitsbreite:

$$I_{F,eff,W} = \frac{I_s}{b_a + b_b + b_c} \quad (4.39)$$

Zur besseren Unterscheidung der beiden Flächenträgheitsmomente nach Gleichung (4.37) und (4.39) wurden die Indizes „BF“, für den Einsatz als Deckschichtsteifigkeit, und „W“, für die Verwendung als Widerstandsmoment, eingeführt. Mit dieser eingeführten Unterscheidung kann die auf eine Einheitsbreite bezogene wirksame Querschnittsfläche direkt aus dem wirksamen Querschnitt bestimmt werden:

$$A_{F,eff,W} = t \cdot \frac{b_e + b_c}{b_a + b_b + b_c} \quad (4.40)$$

Der Index „W“ wurde auch hier hinzugefügt, da die spätere Verwendung ausschließlich auf Widerstandsseite erfolgt. Auf Steifigkeitsseite ist hingegen die volle Querschnittsfläche anzusetzen. Dies ist anhand von Gleichung 4.2 ersichtlich. Die Deckschichtdicke t – wegen der Betrachtung als Einheitsbreite das Maß für die Querschnittsfläche – bleibt dort unverändert. Die Abminderung wird vollständig $B_{F,eff}$ zugeordnet. Abschließend sei erwähnt, dass die Bezeichnungen der Breiten in den Gleichungen (4.36), (4.37), (4.39) und (4.40) für linierte Deckschichten gelten. Bei gesickten Deckschichten entfällt b_b .

Auswertung In Abbildung 4.5 ist eine Auswertung der so bestimmten, ideellen Knitterspannung für verschiedene Linierungstiefen in Abhängigkeit von der Teilfeldbreite dargestellt. Für die graphische Auswertung wurde die wirksame Breite durch die tatsächlich vorhandene Teilfeldbreite nach oben begrenzt. Damit geht durch Gleichung (4.29) automatisch eine Begrenzung der ideellen Knitterspannung auf f_y einher. Diese Ergänzung war für kurze Teilfeldbreiten notwendig, deren Beulspannung über der ideellen Knickspannung des wirksamen Ersatzstabes $\sigma_{cr,s}$ lag. Von Baehre (1989) und Kech (1991) ist dieser Fall nicht vorgesehen, da sie voraussetzen, dass die Teilfelder als erstes ausbeulen. Die dargestellten Kurven weisen mehrere Charakteristika auf. In vielen Fällen sinkt die ideelle Knitterspannung für kurze Teilfeldbreiten, was direkt auf den Abfall des Flächenträgheitsmoments zurückzuführen ist. Ebenfalls im Flächenträgheitsmoment liegt bei gesickten Deckschichten der Abfall (ohne Knick) nach dem Erreichen des Maximums begründet. Bei konstanter ideeller Knitterspannung bei kurzen Teilfeldbreiten wird die Obergrenze f_y erreicht. Der Abknickpunkt in den Kurven⁶ markiert den Übergang, ab dem die Beulspannung des Teilfeldes $\sigma_{cr,p}$, die ideelle Knickspannung des wirksamen Ersatzstabes $\sigma_{cr,s}$ (begrenzt auf f_y) unterschreitet. Damit wird der Abminderungsfaktor ρ kleiner als eins und der Querschnitt ist nicht mehr vollständig wirksam. Auffällig ist, dass die ideelle Knitterspannung in vielen Bereichen für die dünnere Deckschichtdicke höher liegt. Dieses Phänomen spiegelt sich auch in Versuchsergebnissen wider. Bauaufsichtliche Zulassungen sehen normalerweise vor, dass die Knitterspannungen für größere Deckschichtdicken herabgesetzt werden. Im Berechnungsverfahren von Baehre und Kech liegt die Ursache dafür in der Auswirkung des Flächenträgheitsmoments und der Deckschichtdicke auf die ideelle Knitterspannung.

⁶Bzw. der letzte Abknickpunkt bei Kurven mit mehr als einem solcher Punkte.

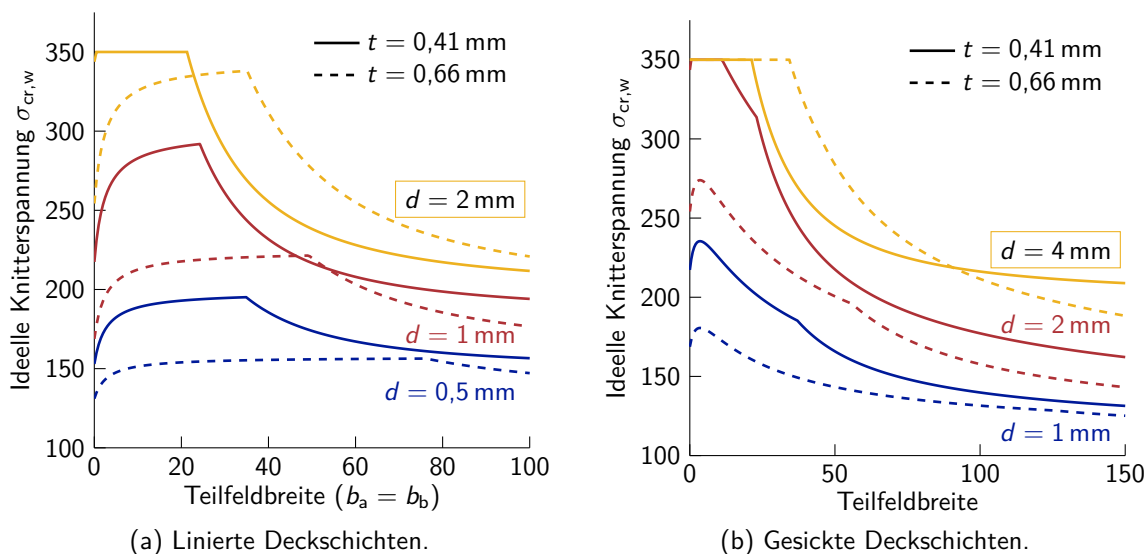


Abbildung 4.5: Ideelle Knitterspannung nach Baehre (1989) und Kech (1991) unter der Annahme unendlicher Kerndicke. Der Faktor K wurde nach Gleichung (3.14) unter Berücksichtigung des Schubmoduls des Kerns bestimmt. Für alle Kurven gilt: $\nu_C = 0,25$, $G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 350 \text{ N/mm}^2$ und $b_c = 7 \text{ mm}$.

Exemplarisch wird dies für linierte Deckschichten verdeutlicht. Unter Vernachlässigung der Steganteile kann das Flächenträgheitsmoment mit Bezug auf eine Einheitsbreite nach Zhao (1993, Gleichung (152)) mit

$$I_F = \frac{t^3}{12} \left(1 + 3 \left(\frac{d}{t} \right)^2 \right) \quad (4.41)$$

angegeben werden. Eingesetzt in die ideale Knitterspannung (unter Vernachlässigung der wirksamen Breite)

$$\sigma_{cr,w} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K^2 B_F} \quad (4.2)$$

ergibt sich folgende Proportionalität:

$$\sigma_{cr,w} \sim \sqrt[3]{1 + 3 \left(\frac{d}{t} \right)^2} \quad (4.42)$$

Durch Einsetzen kann gezeigt werden, dass im für Sandwichelemente relevanten Parameterbereich eine dünnere Deckschichtdicke immer zu einer größeren idealen Knitterspannungen nach Gleichung (4.2) führt. Allein die Berücksichtigung der wirksamen Breite – genau genommen das günstigere Beulverhalten der ebenen Teilfelder – führt dazu, dass es in Abbildung 4.5 Bereiche gibt, in denen die größere Deckschichtdicke zu größeren idealen Knitterspannungen der wirksamen linierten Deckschicht nach Gleichung (4.36) führt.

Erweiterung zur Bestimmung der Knitterspannung Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass Kurpiela aufbauend auf dem vorgestellten Ansatz ein Modell zur Bestimmung der Knitterspannung entwickelte (Kurpiela 2013, Abschnitte 4.2.4 und 4.4). Sie bestimmt unter Einbezug gemessener Vorverformungen und eines empirisch bestimmten Korrekturbeiwerts in Abhängigkeit von der auf die Deckschichtdicke bezogenen Halbwellenlänge die Knitterspannung. Eine Überprüfung mittels der Versuche aus Kapitel 7 zeigte, dass der

Korrekturbeiwert die ideale Knitterspannung nur geringfügig beeinflusst. Daher wurde sowohl auf eine ausführlichere Darstellung als auch auf eine weitere Verwendung im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Für weitere Angaben wird auf die genannte Literaturquelle verwiesen.

4.2.2 Der Ansatz von Misiek und Hassinen

Das Modell von Misiek und Hassinen (2010) baut auf den gleichen Grundgedanken wie das von Baehre und Kech auf. Der Querschnitt setzt sich aus den Steifen, die sich durch die Stege der Linierung bzw. Sicking ergeben, und den dazwischen liegenden Teilfeldern zusammen. Zuerst werden die wirksamen Breiten der Teilfelder berechnet. Anschließend wird ein Ersatzquerschnitt aus den wirksamen Breiten und den Steifen betrachtet. Die weitere Vorgehensweise an diesem Ersatzquerschnitt unterscheidet sich. Baehre und Kech ermitteln für ihn die ideale Knitterspannung. Dagegen verfolgen Misiek und Hassinen (2010), noch deutlicher wird es in Misiek, Frank et al. (2011b), das Ziel, die ungestörte Knitterspannung zu ermitteln. Daraus folgt, dass sie für diesen Ersatzquerschnitt eine weitere Abminderung bestimmen: Sie berücksichtigen die Forminstabilität, indem sie das Vorgehen bei kaltgeformten Bauteilen auf die Deckschichten von Sandwichelementen übertragen. Dabei orientiert sich die Vorgehensweise an derjenigen in DIN EN 1993-1-3 und DIN EN 1993-1-5. Im Gegensatz zu Baehre und Kech sowie DIN EN 1993-1-3 verzichten Misiek und Hassinen (2010) auf eine iterative Berechnung der wirksamen Breite. Auf einen reinen Verweis auf die Normung wurde bewusst verzichtet, stattdessen wird der Ansatz von Misiek und Hassinen (2010) vollständig vorgestellt. Erst der vertiefte Blick in die Herkunft der verwendeten Formeln ermöglichte, die Gemeinsamkeiten mit der Herleitung von Stamm und Witte (1974) herauszuarbeiten.

Schritt 1: Berechnung der wirksamen Breiten am ebenen Teilfeld Als erstes ist die Schlankheit des elastisch gebetteten, ebenen Teilfelds zu berechnen. Diese ergibt sich nach DIN EN 1993-1-5, Absatz 4.4.(2), bzw. Misiek, Frank et al. (2011b, Gleichung (3)) zu:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (4.43)$$

Die kritische Beulspannung unter elastischer Bettung wird mit

$$\sigma_{cr,p} = \frac{\pi^2 E_F t^2}{12(1 - \nu_F^2)} \left(\frac{a}{m} \right)^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b_p} \right)^2 \right)^2 + \frac{K}{\pi t} \left(\frac{a}{m} \right)^2 \sqrt{\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b_p} \right)^2} \quad (4.44)$$

angegeben (Misiek, Frank et al. 2011, Gleichung (2)⁷). Darin stehen, wie allgemein üblich, a für die Länge des Beulfelds in Längsrichtung und m bzw. n für die Anzahl der Beulen in Längs- bzw. Querrichtung. Gleichung (4.44) entspricht damit exakt der kritischen Beulspannung aus dem Ansatz von Baehre und Kech für unendliche Kerndicken, sofern in den Gleichungen (4.27) und (4.28) $a_x = a/m$, $a_y = b_p/n$ und $B_F = E_F t^3 / (12(1 - \nu_F^2))$ gesetzt werden. Für die Bestimmung von a_x gilt das dort Geschriebene. Zur näherungsweise Berücksichtigung der Orthotropie wird entsprechend (Misiek, Frank et al. 2011b, Gleichung (1)) K nach Gleichung (3.14) unter Einbezug von G_C bestimmt. Alternativ kann dem

⁷Die dortige Gleichung enthält einen Druckfehler. An einer Stelle wurde α statt a gesetzt.

Vorschlag aus Hassinen und Misiak (2012) gefolgt und K durch K_{orth} nach Gleichung (3.37) ersetzt werden, um den Einfluss des orthotropen Kernmaterials exakt einzubeziehen. In den meisten Fällen wird dies nicht notwendig sein. Wie aus den Gleichungen (3.34) und (4.28) hergeleitet werden kann, nimmt K auf $\sigma_{\text{cr,p}}$ ähnlichen Einfluss wie auf die ideelle Knitterspannung. Für sie wurde in Abschnitt 4.1.2 gezeigt, dass K für isotropes Kernmaterial nach Gleichung (3.14) unter Einbezug von G_C eine ausreichend gute Näherung darstellt. Zur Berücksichtigung der Inhomogenität des Kernmaterials empfehlen dieselben Autoren, k_w nach Gleichung (3.53) zu verwenden (Hassinen und Misiak 2012, Gleichung (3)). Anstelle dieser Empfehlung sollte hierbei G_C besser berücksichtigt werden, was k_w nach Gleichung (3.54) bzw. (3.55) entspricht. Gleich welches k_w gewählt wurde, lässt es sich in Gleichung (4.28) einsetzen, um die kritische Beulspannung zu berechnen. Der sich aus $\bar{\lambda}_p$ ergebende Abminderungsfaktor ist aus DIN EN 1993-1-5, Absatz 4.4.(2), für konstante Spannungsverhältnisse ($\psi = 1$) übernommen:

$$\rho = \begin{cases} 1 & \text{für } \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_p} - \frac{0,22}{\bar{\lambda}_p^2} & \text{für } \bar{\lambda}_p > 0,673 \end{cases} \quad (4.45)$$

Für diese Reduktion ist in der Literatur häufig der Begriff Winter-Formel bzw. Winter-Kurve anzutreffen.

Schritt 2: Berücksichtigung von knickstabähnlichem Verhalten für das ebene Teilfeld

Bedingt durch die elastische Bettung ist das Beulwellenverhältnis α_p immer kleiner als eins (siehe Gleichung (3.34)). Aus diesem Grund berücksichtigen Misiak, Frank et al. (2011b) die Interaktion mit knickstabähnlichem Verhalten, das dem Verfahren aus DIN EN 1993-1-5, Abschnitte 4.5.3 und 4.5.4, entspricht. Der einzige Unterschied zur Norm besteht in der Knickspannung des Knickstabs, für die die elastische Bettung ergänzt wird. Misiak, Frank et al. geben die Überführung von Gleichung (4.44) für ein unendlich großes b_p an (Misiak, Frank et al. 2011b, Gleichung (5)):

$$\sigma_{\text{cr,c}} = \frac{\pi^2 E_F t^2}{12(1 - \nu_F^2)} \cdot \left(\frac{m}{a}\right)^2 + \frac{K}{\pi t} \cdot \frac{a}{m} \quad (4.47)$$

Die sich daraus ergebende Spannung kann ebenso aus den Gleichungen (4.27) und (4.28) durch Setzen von $a_x = a/m$, $a_y = \infty$ und $B_F = E_F t^2 / (12(1 - \nu_F^2))$ gewonnen werden, wenn k_w für unendliche Kerndicken angenommen wird. Damit ergibt sich die elastische kritische Knickspannung des elastisch gebetteten Teilfelds zwischen den Steifen zu:

$$\sigma_{\text{cr,c}} = \frac{\pi^2 E_F t^2}{12(1 - \nu_F^2) a_x^2} + \frac{a_x K}{\pi t} \quad (4.48)$$

Der Minimalwert für $\sigma_{\text{cr,c}}$ folgt aus der Minimierung bezüglich a_x , woraus a_x nach Gleichung (3.27) folgt. Durch Umformen kann gezeigt werden, dass Gleichung (4.48) exakt der ideellen Knitterspannung der ebenen Deckschicht entspricht:

$$\sigma_{\text{cr,w}} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K^2 B_F} \quad (4.2)$$

Zur näherungsweisen Erfassung der Orthotropie sollte, den Erkenntnissen aus Abschnitt 4.1.2 bzw. der Empfehlung von Misiak, Frank et al. (2011b, S. 651 f.) folgend, K mit

Einfluss von G_C nach Gleichung (3.14) bestimmt werden. Dies ist gleichbedeutend für $\sigma_{cr,c}$, die verbreitete Formel für die ideelle Knitterspannung

$$\sigma_{cr,w} = 0,82 \sqrt[3]{G_C E_C E_F} \quad (4.3)$$

zu verwenden. Es ergibt sich die Besonderheit, dass beim knickstabähnlichen Verhalten eine andere Beulwellenhalblänge in Längsrichtung als beim zugehörigen Beulen der elastisch gebetteten Platte auftritt. Zur genauen Berücksichtigung der Orthotropie bzw. zum näherungsweise Einbezug der Inhomogenität sind dieselben Ersetzungen für K bzw. k_w wie zur Bestimmung von $\sigma_{cr,p}$ möglich. Eine Berücksichtigung der endlichen Kerndicke ist den Erkenntnissen aus Abschnitt 4.1.2 folgend nicht notwendig.

Das weitere Vorgehen zur Bestimmung des Abminderungsfaktors ρ_c ist mit Misiak, Frank et al. (2011b, Gleichungen (6) bis (11)) gegeben. Es kann ebenso DIN EN 1993-1-5, Abschnitte 4.5.3 und 4.5.4, die wiederum in Teilen auf DIN EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.1.2, verweisen, entnommen werden. Die benötigten Gleichungen werden nachfolgend aufgeführt. Der Einfachheit halber wird auf einen expliziten Verweis für jede Gleichung verzichtet. Mit den Gleichungen (4.2), (4.3), (4.47) oder (4.48) kann die Schlankheit des Knickstabs bestimmt werden:

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (4.49)$$

Damit ergibt sich der Abminderungsfaktor für Biegeknicken des Knickstabs für die Knicklinie a zu:

$$\chi_c = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_c^2}} \quad \text{aber} \quad \chi_c \leq 1 \quad (4.50)$$

$$\text{mit} \quad \Phi = 0,5 \left(1 + 0,21(\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2 \right) \quad (4.51)$$

Die Interaktion zwischen plattenartigem und knickstabähnlichem Verhalten führt auf folgenden Abminderungsfaktor:

$$\rho_c = (\rho - \chi_c) \xi (2 - \xi) + \chi_c \quad (4.52)$$

$$\text{mit} \quad \xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{jedoch} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.53)$$

Der Faktor ρ_c ersetzt somit den Faktor ρ nach Gleichung (4.45). Die effektive Breite wird analog zum Verfahren nach Baehre und Kech bestimmt:

$$b_{i,ej} = \rho_c \cdot b_{pi} \quad (4.54)$$

Die dort aufgeführten Bezeichnungen gelten unverändert.

Schritt 3: Berücksichtigung von Forminstabilität für den Ersatzquerschnitt Wie eingangs erwähnt, wird an dem so bestimmten, elastisch gebetteten Ersatzquerschnitt eine Abminderung analog zu DIN EN 1993-1-3 infolge von Forminstabilität berücksichtigt. Dazu wird zunächst die Knickspannung der elastisch gebetteten Steife einschließlich der wirksamen Teilfeldbreiten benötigt. Die Knicklast eines elastisch gebetteten Stabes lässt sich aus der Literatur entnehmen. Beispielsweise wird

$$N_{cr,s} = \frac{n^2 \pi^2 E_F I_s}{L_{cr}^2} + \frac{k_s L_{cr}^2}{n^2 \pi^2} \quad (4.55)$$

in Hetényi (1958, Abschnitt 41.) für einen gelenkig gelagerten Stab endlicher Länge hergeleitet. Auf Spannungsbasis ist der gleiche Ausdruck in Form von Gleichung (4.1) als Sonderfall der allgemeinen Herleitung von Stamm und Witte (1974) enthalten. Die Bettungskonstante k_s ergibt sich aus Multiplikation des Winkler'schen Bettungsmoduls mit der Bezugsbreite⁸:

$$k_s = k_w (b_s + b_e) \quad (4.56)$$

Wie in Hetényi (1958, S. 145) ausgeführt bzw. durch eigene Rechnung nachzuvollziehen, ergibt sich die kritische Halbwellenzahl n durch Minimierung der Knicklast ($dN_{cr,s}/dn = 0$), woraus folgt:

$$n = \frac{L_{cr}}{\pi} \sqrt[4]{\frac{k_s}{E_F I_s}} \quad (4.57)$$

Entspricht die Anzahl tatsächlich auftretender Halbwellen genau Gleichung (4.57), dann geht die Lösung für den Stab endlicher Länge in diejenige für den Stab unendlicher Länge über (Hetényi 1958, Gleichung (123)):

$$N_{cr,s} = 2 \sqrt{E_F I_s k_s} \quad (4.58)$$

Die gleiche Lösung wurde bereits auf Spannungsbasis mit Gleichung (4.9) gewonnen. Die beiden Gleichungen (4.55) und (4.58) werden ebenfalls von Misiek, Frank et al. (2011b, Gleichungen (12) und (13)) angegeben. Gleichung (4.58) lässt sich durch Division mit der wirksamen Sickenfläche

$$A_s = (b_s + b_e) t \quad (4.59)$$

– anschaulich die ausgefüllte Fläche in Abbildung 4.4 – in die Form

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2 \sqrt{E_F I_s k_s}}{A_s} \quad (4.60)$$

bringen. Dadurch ergibt sich die elastische Knickspannung nach DIN EN 1993-1-3, Gleichung (5.19), die ebenfalls von Misiek, Frank et al. (2011b, Gleichung (22)) verwendet wird. Die in DIN EN 1993-1-3, Gleichung (5.19), verwendete Bettungskonstante bestimmt sich aus der Nachgiebigkeit der Steife und hat damit eine andere Herkunft. Misiek, Frank et al. greifen für den Bettungsmodul bei Sandwichelementen auf die von Stamm und Witte (1974) entwickelte Lösung für unendlich dicke Kerne zurück:

$$k_w = \frac{\pi}{a_x} K \quad (3.25)$$

Entsprechend der Herleitung gilt die Knickspannung nach Gleichung (4.60) nur dann, wenn der Bettungsmodul von der Wellenzahl n unabhängig ist. Im Allgemeinen ist, wie in Abschnitt 3.3 ausgeführt und anhand von Gleichung (3.25) ersichtlich, der Bettungsmodul jedoch abhängig von der Halbwellenlänge und damit der Wellenzahl. In Abschnitt 4.1.1 wurde gezeigt, dass die Vernachlässigung dieser Abhängigkeit zu einem Fehler von $1,5/\sqrt{2} \approx 6\%$ im Vergleich zur allgemeinen Lösung mit k_w als Funktion von α führt. Wird in dieser allgemeinen Lösung B_F mit dem reduzierten E-Modul der Deckschicht E'_F berechnet, erhöht

⁸In Misiek, Frank et al. (2011b, Gleichung (25)) ist irrtümlich die volle Breite des betrachteten Ausschnitts, also $b_a + b_b + b_c$ bei linierten bzw. $b_a + b_c$ bei gesickten Deckschichten, als Bezugsbreite angegeben. Herr Dr. Misiek bestätigte dem Autor dieser Arbeit auf Nachfrage, dass es sich um einen Druckfehler handelt. In Misiek, Frank et al. (2011a, S. 620) ist der richtige Bezug angegeben. Baehre und Kech beziehen sich dagegen auf die projizierte Breite (siehe Gleichung (4.30)). Der Unterschied zwischen projizierter und abgewickelter Breite ist bei den baupraktisch vorliegenden Geometrien vernachlässigbar klein.

sich der Fehler auf 11 %. Somit gibt es selbst bei identischer wirksamer Breite zwischen der von Misiek und Hassinen angesetzten Knickspannung $\sigma_{cr,s}$, Gleichung (4.60), und der von Baehre und Kech, Gleichung (4.29), angesetzten Knickspannung des elastisch gebetteten Ersatzquerschnitts einen geringen Unterschied. Die Auswirkung auf die Schlankheit fällt weniger ins Gewicht, da die Knickspannung mit ihrer Wurzel eingeht. Für die Bestimmung von K und die Möglichkeiten zur Berücksichtigung von Orthotropie und Inhomogenität gilt dasselbe, was in den Erläuterung zu Gleichung (4.44) geschrieben steht. Wie bereits beim Ansatz von Baehre und Kech in den Anmerkungen zu Gleichung (4.29) erwähnt, ist eine Berücksichtigung der endlichen Kerndicke im Regelfall nicht notwendig.

Mit der ideellen Knickspannung des Ersatzquerschnitts nach Gleichung (4.60) schlagen Misiek, Frank et al. (2011b, Gleichungen (22) und (23)) vor, das weitere Vorgehen nach DIN EN 1993-1-3, Abschnitt 5.5.3.3, zu übernehmen. Die Forminstabilität der Steife (einschließlich der anschließenden wirksamen Teilfeldbreiten) führt demnach zu einem weiteren Abminderungsfaktor χ_d . Dafür ist zunächst nach DIN EN 1993-1-3, Gleichung (5.12d), die Schlankheit des Ersatzstabes zu bestimmen:

$$\bar{\lambda}_d = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,s}}} \quad (4.61)$$

Mit ihr kann anschließend der gesuchte Abminderungsfaktor nach DIN EN 1993-1-3, Gleichung (5.12a-c), berechnet werden:

$$\chi_d = \begin{cases} 1,0 & \text{für } \bar{\lambda}_d \leq 0,65 \\ 1,47 - 0,723 \bar{\lambda}_d & \text{für } 0,65 < \bar{\lambda}_d < 1,38 \\ \frac{0,66}{\bar{\lambda}_d} & \text{für } \bar{\lambda}_d \geq 1,38 \end{cases} \quad (4.62)$$

Die Ausführungen in Misiek, Frank et al. (2011b) enden mit der Bestimmung von χ_d . In der Folge führen sie lediglich einen Vergleich zwischen dem nach ihrem Verfahren berechneten χ_d und dem aus einer FE-Berechnung zurückgerechneten Wert auf. Für den beim Knitterversagen vorliegenden Fall des zentrischen Drucks entspricht die einwirkende Spannung σ_{com} der Fließspannung. Damit vereinfacht sich die wirksame Querschnittsfläche des Ersatzquerschnitts nach DIN EN 1993-1-3, Gleichung (5.21), zu:

$$A_{s,red} = \chi_d A_s \frac{f_y}{\sigma_{com}} = \chi_d A_s \quad (4.63)$$

Dies ist die wirksame Fläche nach dem Modell von Misiek und Hassinen für das Knitterversagen einer leicht profilierten Deckschicht. Bezogen auf eine Einheitsbreite ergibt sich:

$$A_{F,eff,W} = \frac{A_{s,red}}{(b_a + b_b + b_c)} \quad (4.64)$$

Mit $A_{s,red}$ lässt sich die Knitterspannung durch Multiplikation mit der Fließspannung und Division durch die angesetzte Bezugsfläche bestimmen:

$$\sigma_{w,eff} = \frac{A_{s,red} f_y}{t (b_a + b_b + b_s)} \stackrel{b_s \ll b_a + b_b}{\approx} \rho_c \chi_d f_y \quad (4.65)$$

Die Vereinfachung am Ende von Gleichung (4.65) ist nur dann zutreffend, wenn die Fläche des Steganteils vernachlässigt werden kann. Zur Bestimmung des effektiven Flächenträgheitsmoments muss, wie beim Ansatz von Baehre und Kech, zwischen Steifigkeit und

Querschnittswiderstand unterschieden werden. Eine einfache Formel ist für das Flächenträgheitsmoment, das die Deckschichtsteifigkeit richtig abbildet, wegen der Fallunterscheidung für χ_d nicht möglich. Stattdessen kann es durch Gleichsetzen von Gleichung (4.65) – ohne die Vereinfachung – mit der allgemeinen Knitterspannung nach Gleichung (4.2) gewonnen werden:

$$I_{F,\text{eff,BF}} = \frac{4}{K^2 E_F'} \left(\frac{A_{s,\text{red}} f_y}{3(b_a + b_b + b_s)} \right)^3 \quad (4.66)$$

Das wirksame Flächenträgheitsmoment $I_{F,\text{eff,W}}$ für den Querschnittswiderstand sollte direkt für die wirksame Fläche $A_{s,\text{red}}$ bestimmt werden. Bei Bezug auf eine Einheitsbreite folgt daraus:

$$I_{F,\text{eff,W}} = \frac{I_{s,\text{red}}}{b_a + b_b + b_c} \quad (4.67)$$

Im Gegensatz zur Vorgehensweise nach DIN EN 1993-1-3, Absatz 5.5.3.3(11), wird zur Bestimmung von $I_{s,\text{red}}$ nicht empfohlen, den Abminderungsfaktor χ_d vollständig auf die Blechdicke zu beziehen, da der – wegen der geringen Sicken-tiefen zu berücksichtigende – Eigenanteil am Flächenträgheitsmoment des ebenen Teilfelds sonst unterschätzt wird. Stattdessen wird geraten, die Blechdickenabminderung nur für die schräg verlaufenden Stege anzuwenden und für die ebenen Teilfelder die Breite zu reduzieren.

Schritt 4: Iteration der wirksamen Breiten Entgegen dem Vorschlag von Misiak, Frank et al. (2011b) sieht DIN EN 1993-1-3 optional eine iterative Bestimmung der wirksamen Breiten vor. Die Iteration durchläuft dabei die vollständige Berechnung. Anstelle von Gleichung (4.43) tritt die reduzierte Schlankheit der Platte des Teilfelds (DIN EN 1993-1-3, Gleichung (5.20)):

$$\bar{\lambda}_{p,\text{red}} = \bar{\lambda}_p \sqrt{\chi_d} \quad (4.68)$$

Auf Grundlage der reduzierten Plattenschlankheit $\bar{\lambda}_{p,\text{red}}$ kann somit ein neuer Wert für χ_d bestimmt werden. Dabei ist zu beachten, dass sich in Gleichung (4.68) auch in nachfolgenden Iterationen auf den ursprünglichen Wert $\bar{\lambda}_p$ bezogen wird. Genau genommen wird nämlich eine neue Schlankheit berechnet, bei der die maximal einwirkende Spannung nicht mehr f_y , sondern $\chi_d f_y$ ist. Die Iteration wird solange wiederholt, bis sich der Abminderungsfaktor χ_d nicht mehr ändert. Anschließend erfolgt die weitere Berechnung mit den Gleichungen (4.63) bis (4.67). Ändert sich durch die bestimmten wirksamen Breiten die Schwerlinie der Deckschicht, ist das Zusatzmoment nach DIN EN 1993-1-3, Absatz 6.1.9(2), zu berücksichtigen. Für Sandwichelemente hat diese Änderung der Schwerlinie in Bezug auf den Deckschichtabstand so geringe Auswirkungen, dass sie vernachlässigt werden kann.

Auswertung In Abbildung 4.6 ist eine Auswertung des Verfahrens von Misiak und Hassinen (2010) gegeben. Zur besseren visuellen Vergleichbarkeit mit dem Ansatz von Baehre und Kech aus dem vorhergehenden Abschnitt wurde derselbe Achsenmaßstab wie in Abbildung 4.5 gewählt. Im Vergleich dazu fällt in Abbildung 4.6 auf, dass zwischen den verschiedenen Linierungstiefen und Deckschichtdicken ein deutlich geringerer Unterschied besteht. Die Betrachtung der Grenzen der untersuchten Teilfeldbreiten offenbart zwei Besonderheiten. Bei kurzen Teilfeldbreiten sinkt die Knitterspannung mit abnehmender Teilfeldbreite. Dieses Phänomen wurde bereits beim Ansatz von Baehre und Kech festgestellt und begründet

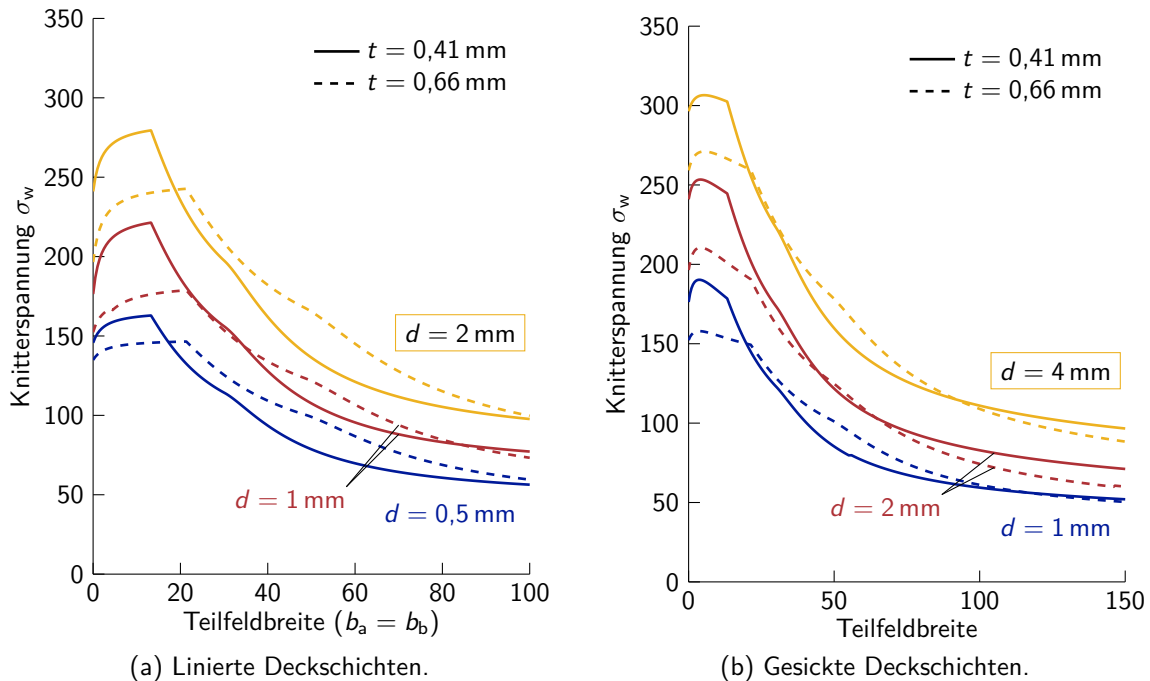


Abbildung 4.6: Knitterspannung nach Misiak und Hassinen (2010) unter der Annahme unendlicher Kerndicke. Der Faktor K wurde nach Gleichung (3.14) unter Berücksichtigung des Schubmoduls des Kerns bestimmt. Für alle Kurven gilt: $\nu_C = 0,25$, $G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 350 \text{ N/mm}^2$ und $b_c = 7 \text{ mm}$.

sich im abnehmenden Flächenträgheitsmoment der Deckschicht. Bei großen Teilfeldbreiten ist mit

$$\sigma_w = 0,50 \sqrt[3]{G_C E_C E_F} \quad (4.8)$$

eine allgemein anerkannte Untergrenze für die Knitterspannung gegeben. Für die in Abbildung 4.6 angesetzten Materialien ergibt sich damit $\sigma_w = 69 \text{ N/mm}^2$. Dieser Wert wird für beide Linierungsarten in Teilen unterschritten. Der geringste dargestellte Wert beträgt für die linierten Deckschichten 56 N/mm^2 und für die gesickten Deckschichten 50 N/mm^2 . In allen Kurven fallen mehrere Bereiche auf, die durch Abknickungen oder Krümmungsänderungen gekennzeichnet sind. Bis zum ersten Abknickpunkt bei ca. 20 mm Teilfeldbreite ist der Querschnitt voll wirksam ($\rho = \rho_c = 1$). Wird die Teilfeldbreite größer als dieser Grenzwert, dann tritt Teilfeldbeulen ein ($\rho = \rho_c < 1$). Optisch weniger auffällig ist die Krümmungsänderung infolge knickstabähnlichem Verhalten. Sie tritt in etwa zwischen 30 mm und 50 mm Teilfeldbreite ein. Ab diesem Punkt gilt $\rho < 1$ und $\rho_c < \rho$. Wird von vereinzelt Randfällen mit $b_p < 5 \text{ mm}$ bzw. $b_p > 145 \text{ mm}$ einmal abgesehen, existiert nur bei einer Kurve ein dritter Punkt mit einer Änderung des Kurvenverlaufs. Für die gesickten Deckschichten mit $d = 1 \text{ mm}$ und $t = 0,41 \text{ mm}$ knickt die Kurve bei $b_p = 56 \text{ mm}$ ab. Der Grund hierfür ist ein Wechsel in der Einstufung nach Gleichung (4.62) infolge von Forminstabilität. Für alle anderen Kurven bleibt (abgesehen von den erwähnten Ausnahmen an den Randwerten) im betrachteten Parameterbereich die Einstufung je Kurve erhalten. Dies ist darin begründet, dass sich $\sigma_{cr,s}$ infolge b_p nur schwach verändert. Der Fall, dass keine Abminderung infolge von Forminstabilität erfolgt ($\chi_d = 1$), tritt für die gewählten Parameter nie ein.

Mit dem Wissen um die Einteilung in verschiedene Bereiche kann ein weiteres wichtiges

Charakteristikum der Kurven besprochen werden. Im Gegensatz zur ideellen Knitterspannung nach Baehre und Kech gilt für die Mehrheit der betrachteten Parameter folgendes: Der Unterschied zwischen den beiden Deckschichtdicken ist bei Weitem nicht so ausgeprägt und die größere Deckschichtdicke liefert die höhere Knitterspannung. Einzige Ausnahme zum zweiten Punkt bildet die Sickentiefe $d = 2$ mm für gesickte Deckschichten. Ansonsten führen dünnere Deckschichten nur bei geringen und zu Teilen bei sehr großen Teilfeldbreiten zu einer größeren Knitterspannung. Der Grund hierfür ist mithilfe der in Gleichung (4.65) angegebenen Näherung ersichtlich. Bei kurzen Teilfeldbreiten beulen die Teilfelder nicht aus, sodass $\rho_c = 1$ gilt. Demnach entscheidet allein χ_d über die Höhe der Knitterspannung, was für dünne Deckschichten wegen des größeren $\sigma_{cr,s}$ immer höher ausfällt. Bei ansteigender Teilfeldbreite kommt es recht bald zum Beulen der Teilfelder. In diesem Fall dominiert das günstigere Beulverhalten dickerer Deckschichten über den Effekt aus χ_d , woraus die höhere Knitterspannung für dickere Deckschichten resultiert. Nur bei sehr großen Teilfeldbreiten kann diese Dominanz verloren gehen.

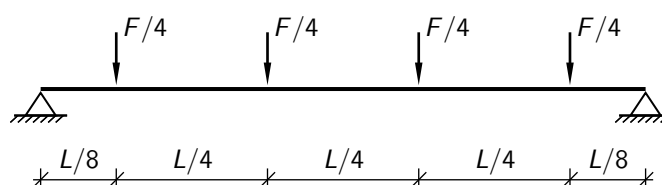
4.3 Bestimmung der Knitterspannung durch Versuche

Die versuchstechnische Bestimmung der Knitterspannung erfolgt aktuell nach DIN EN 14509, Abschnitt A.5. Dazu werden Sandwichelemente voller Breite mit Spannweiten zwischen 3 m und 6 m (selten auch bis zu 8 m) getestet, sodass Biegeversagen in Form von Knittern auftritt. Die aus DIN EN 14509 übernommene Tabelle 4.1 gibt einen Überblick, für welche Kerndicken welche Stützweiten empfohlen werden. Das Maß d_C steht nach DIN EN 14509 in diesem Zusammenhang für die dominierende Kerndicke. Aufgrund der Verringerung der Knitterspannung durch Lunker sind die Versuche für beide Deckschichten, auch wenn diese identisch sind, durchzuführen. Am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt werden die Elemente mit einem 6-Punkt-Biegeversuch getestet (siehe Abbildung 4.7). Die Lasteinleitung der vier Linienlasten erfolgt durch jeweils 100 mm breite Hohlprofile, die mit einer Gummischicht unterfüttert sind.

DIN EN 14509, Abschnitt A.5.2.1, erlaubt ebenfalls eine leicht veränderte Anordnung der Einzellasten bzw. die Aufbringung einer Gleichlast mittels Luftdruck. Die letztere Methode hat den Vorteil, dass der Luftdruck gleichmäßig auf das Element wirkt, ohne ungewollte Zusatzbeanspruchungen an der Lasteinleitung hervorzurufen. Nachteilig ist der deutlich aufwändigere Versuchsaufbau. In der Literatur sind ebenfalls Knitterspannungsversuche an kleinteiligen Probekörpern zu finden (z. B. Pokharel 2003; Pokharel und Mahendran 2003; Pfeiffer 2005), bei denen in eine Deckschicht direkt eine Druckbeanspruchung aufgebracht wird. Bei Pokharel (2003) und Pokharel und Mahendran (2003) wurden sie an Teil-Sandwichelementen mit nur einseitiger Deckschicht durchgeführt. Pfeiffer (2005) wählte Versuche an knochenförmigen Proben, bei denen nur eine der beiden Deckschichten belastet wurde. Im Rahmen dieser Arbeit werden die letztgenannten Versuchsarten nicht weiter betrachtet. Stattdessen wird die Knitterspannung ausschließlich am ganzen Element mit der Lastanordnung nach Abbildung 4.7 ermittelt.

Tabelle 4.1: Zusammenhang zwischen dominierender Kerndicke und Stützweite zur versuchstechnischen Bestimmung der Knitterspannung. (Nach DIN EN 14509, Tabelle A.1.)

Kerndicke d_c	Stützweite L
$d_c < 40 \text{ mm}$	3,0 m
$40 \text{ mm} \leq d_c < 60 \text{ mm}$	4,0 m
$60 \text{ mm} \leq d_c < 100 \text{ mm}$	5,0 m
$d_c \geq 100 \text{ mm}$	$\geq 6,0 \text{ m}$

**Abbildung 4.7:** Mögliche Laststellung im 6-Punkt-Biegeversuch. (Nach DIN EN 14509, Bild A.8.)

4.4 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Nachfolgend werden die wesentlichen Erkenntnisse dieses Kapitels aufgelistet. Wie auch am Ende des vorangegangenen Kapitels beziehen sich alle Aussagen auf den betrachteten Parameterbereich, der die üblichen Sandwichelemente mit ebenen und quasi-ebenen Deckschichten aus Stahl und PUR- bzw. PIR-Kern einschließt.

- Auf der Basis von Stamm und Witte (1974) lassen sich die ideellen Knitterspannungen für a) homogenes, isotropes, b) homogenes, orthotropes und c) inhomogenes, isotropes Kernmaterial bestimmen. Im Vergleich zur homogenen, orthotropen Lösung zeigt
 - die homogene, isotrope Lösung unter ausschließlicher Berücksichtigung des E-Moduls und der Querdehnzahl sehr große Abweichungen,
 - die homogene, isotrope Lösung unter Berücksichtigung des Schubmoduls und E-Moduls sowie daraus zurückberechneter Querdehnzahl in den meisten Fällen große bis sehr große Abweichungen,
 - die homogene, isotrope Lösung unter näherungsweise Berücksichtigung der Orthotropie, indem der Schubmodul, der E-Modul und die Querdehnzahl Einfluss nehmen – entspricht Gleichung (4.2) mit K nach Gleichung (3.14), nur geringe Abweichungen,
 - eine Berücksichtigung der endlichen Kerndicke bei gleichzeitig orthotropem Kernmaterial in den meisten Fällen vernachlässigbar kleine Abweichungen und
 - die inhomogene Näherungslösung bei ausreichend großer Randschichtdicke (10 mm bis 20 mm) und -steifigkeit sowie abhängig von der Deckschichtsteifigkeit deutliche Abweichungen (bis zu 20 % und mehr).

Daraus folgt, dass unter der Voraussetzung eines homogenen Kernmaterials, die näherungsweise Berücksichtigung der Orthotropie nach Gleichung (4.2) mit K nach Gleichung (3.14) verwendet werden kann. Für ebene Deckschichten entspricht dies der verbreiteten Näherung nach Gleichung (4.3).

- Die von Thermann (1989) adaptierte Näherungslösung für das inhomogene Kernmaterial bedarf aus mehreren Gründen (Anpassung an Orthotropie, Verwendung für Verringerung der Randsteifigkeit, unendliche Dicke der Restschicht) einer Überprüfung. Die Richtigkeit der Ergebnisse vorausgesetzt, kann ein randnaher Steifigkeitsanstieg bzw. -abfall großen

Einfluss nehmen. Dabei besteht das Problem, dass die Steifigkeit i. d. R. nahe der Randzonen nicht ermittelt, sondern ein Durchschnittswert über die gesamte Kernhöhe bestimmt wird.

- Der positive Einfluss liniierter oder gesickter Deckschicht auf das Knittern kann nach einem Ansatz auf Basis der wirksamen Breiten bestimmt werden. Dazu wurden zwei verschiedene Ansätze aus Baehre (1989) bzw. Kech (1991) und Misiek und Hassinen (2010) vorgestellt.
 - Das Ziel von Baehre (1989) und Kech (1991) ist die Bestimmung der ideellen Knitterspannung. Eine Auswertung für verschiedene Linierungstiefen und Deckschichtdicken zeigte, dass für einen großen Bereich an Teilfeldbreiten dünnere Deckschichten zu größeren ideellen Knitterspannungen führen. Bei großen Linierungstiefen liefert dagegen die dickere Deckschicht die höhere ideelle Knitterspannung.
 - Misiek und Hassinen (2010) entwickeln einen an die Vorgehensweise von Kaltprofilen angelehnten Ansatz zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung. Eine Auswertung für verschiedene Linierungstiefen und Deckschichtdicken ergab, dass im Gegensatz zum Ansatz nach Baehre (1989) und Kech (1991) häufig nur geringe Unterschiede zwischen der Knitterspannung für dünne und dicken Deckschichten bestehen. Dabei führen dickere Deckschichten in vielen Fällen zu größeren Knitterspannungen.

Inwieweit beide Ansätze als realistisch für ihr jeweiliges Ziel eingestuft werden können und, ob eine Übertragung auf die Berechnung der gestörten Knitterspannung möglich ist, bleibt zu klären.

- Nach aktuellem Normungsstand, also entsprechend DIN EN 14509, wird die Knitterspannung im Versuch ermittelt. Eine analytische Bestimmung auf der Basis von Stamm und Witte (1974) (ebene Deckschichten, näherungsweise orthotroper, homogener Kern unendlicher Ausdehnung) ist erlaubt, jedoch in den meisten Fällen unwirtschaftlich.

5 Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck – Analyse des Stands der Forschung und Normung

Die folgenden Abschnitte geben einen Überblick über bisherige Forschungsarbeiten und den aktuellen Stand der Normung zur Tragfähigkeit unter Biegung bei gleichzeitiger Einleitung andrückender Lasten. Die verschiedenen Ansätze werden alle nach dem gleichen Schema besprochen. An die Vorstellung des Verfahrens schließt sich jeweils eine kritische Analyse an. Besondere Aufmerksamkeit wird in den Forschungsarbeiten dem betrachteten Versuchsrahmen gegeben, da dieser die Qualität der darauf aufbauenden Aussagen stark beeinflusst. Zudem bieten die Versuche die Möglichkeit zu überprüfen, welchen Einfluss ein Wechsel in entscheidenden Parametern, wie Lasteinleitungslänge und Spannweite, auf die Traglast nehmen. Allen vorgestellten Arbeiten¹ haben gemeinsam, dass zunächst davon ausgegangen wird, dass die globale und lokale Beanspruchung überlagert werden können. Die globalen Beanspruchungen werden nach der klassischen Sandwichtheorie ermittelt. Für die lokalen Beanspruchungen wird ein separates Modell entworfen, das den Kern des Ansatzes bildet. Als wiederkehrendes Element tritt die Annahme auf, dass die lokale Situation durch eine elastisch gebettete Deckschicht beschrieben wird. Aus diesem Grund wird die analytische Lösung des elastisch gebetteten Balkens den Modellvorstellungen vorangestellt. Im Gegensatz zu den Modellen aus den verschiedenen Forschungsarbeiten sieht die Vorgehensweise nach der Normung ein versuchsgestützte Bestimmung der gestörten Knitterspannung vor. Lediglich die reine Druckauflagertragfähigkeit wird an einem mechanischem Modell betrachtet. Auf sie wird in den vorgestellten Ansätzen an mehreren Stellen Bezug genommen. Aus diesem Grund wird die Vorstellung der Normung – entgegen der Reihenfolge im vorigen Kapitel – den anderen Ausführungen vorangestellt.

5.1 Analytische Lösung des elastisch gebetteten Balkens unter Normalkraftbeanspruchung und Querlast

Ausgangspunkt ist die bereits in Abschnitt 3.1 aufgeführte Differentialgleichung unter Ansatz der Winkler'schen bzw. Zwei-Parameter-Bettung, welche nachfolgend nochmals wiedergegeben wird:

$$B_F w(x)^{IV} + N_F w(x)'' + p(x) = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{mit } p(x) = k_w w(x) \quad (3.3)$$

$$p(x) = k_w w(x) - k_1 w(x)'' \quad (3.4)$$

¹Eine frühe Arbeit von Schulz (1993) wird dabei aufgrund ihres stark vereinfachten Ansatzes und ihrer zum Teil unzureichenden Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen bewusst außen vor gelassen.

Unter einer Querlast steht auf der rechten Seite der Differentialgleichung (3.2) anstelle von null der Term $q(x)$. Sofern die Bettungsparameter k_w und k_1 bekannt sind, lässt sich die mathematische Beschreibung des 2-Parameter-Ansatzes nach Gleichung (3.4) in den der Winkler'schen Bettung nach Gleichung (3.3) überführen. Dazu muss in der Differentialgleichung (3.2) N_F durch $N_F - k_1$ ersetzt werden. Somit kann für beide Bettungsansätze auf die verbreiterten Lösungen der Winkler'schen Bettung zurückgegriffen werden (z. B. Hetényi 1958, Kapitel VI; Hassinen 2001, Abschnitt 10.4).

Die Differentialgleichung (3.3) lässt sich mit folgendem gemischtem Ansatz lösen (z. B. Hetényi 1958, Gleichung (115a)):

$$w(x) = (C_1 e^{\beta_0 x} + C_2 e^{-\beta_0 x}) \cos(\alpha_0 x) + (C_3 e^{\beta_0 x} + C_4 e^{-\beta_0 x}) \sin(\alpha_0 x) \quad (5.1)$$

$$\text{mit } \alpha_0 = \sqrt{\sqrt{\frac{k_w}{4B_F}} + \frac{N_F - k_1}{4B_F}} \quad \text{und} \quad \beta_0 = \sqrt{\sqrt{\frac{k_w}{4B_F}} - \frac{N_F - k_1}{4B_F}} \quad (5.2)$$

Durch den Einbezug der e-Funktionen wird im Gegensatz zur Annahme von Stamm und Witte (1974) für das Knitterversagen – reiner Sinus-Ansatz, Gleichung (3.7) – ein Abklingen der Verformung mit Entfernung zur einwirkenden Last möglich. Exemplarisch wird die Lösung für eine Belastung durch eine konzentrierte Einzellast F , die quer zur Deckschicht wirkt, angegeben.

$$w(x) = \frac{F}{4\sqrt{k_w B_F}} \frac{e^{-\beta_0 x}}{\alpha_0 \beta_0} (\alpha_0 \cos(\alpha_0 x) + \beta_0 \sin(\alpha_0 x)) \quad (5.3)$$

$$M_F(x) = \frac{F}{4} \frac{e^{-\beta_0 x}}{\alpha_0 \beta_0} (\alpha_0 \cos(\alpha_0 x) - \beta_0 \sin(\alpha_0 x)) \quad (5.4)$$

Die angegebene Lösung ist beispielsweise in Hassinen (2001, Abschnitt 10.4) oder Hetényi (1958, Kapitel VI) zu finden und ist ausschließlich gültig, sofern die Knicklast der Deckschicht nicht erreicht ist. Diese lässt sich aus der Bedingung $\alpha_0 \beta_0 = 0$ herleiten (Hetényi 1958, S. 141 f.) und wird somit zu:

$$N_{cr,w} = 2\sqrt{k_w B_F} + k_1 \quad (5.5)$$

Sofern $N_F < N_{cr,w}$ gilt, ist automatisch sicher gestellt, dass β_0 reell bleibt. Lösungen für andere Lastbilder sind der Literatur zu entnehmen (z. B. Hassinen 2001, Abschnitt 10.4). Die Knicklast aus Gleichung (5.5) wurde von Misiak, Frank et al. (2011b) für die Knicklast des Ersatzstabes, Gleichung (4.58), verwendet, sofern $k_w B_F = k_s E_F I_s$ und $k_1 = 0$ gesetzt werden. Wie in Abschnitt 4.2.2 ausgeführt, wird in Gleichung (5.5) die Unabhängigkeit der Winkler'schen Bettung von der Halbwellenlänge vorausgesetzt. Dadurch ergibt sich unter der Annahme einer unendlichen Kerndicke eine zu der Herleitung von Stamm und Witte (1974) etwas niedrigere ideelle Knitterspannung. Der dort vorgenommene Vergleich setzt k_w nach den Ausführungen von Stamm und Witte (1974), Gleichung (3.24), voraus. Im allgemeinen Fall von Gleichung (5.5) ist k_w unbekannt und muss noch bestimmt werden.

Eine weitere Erkenntnis aus Gleichung (5.4) verdient besondere Beachtung. Das lokale Deckschichtmoment ist direkt proportional zur einwirkenden Querlast. Überschreitet die Deckschichtnormalkraft die Knicklast nicht, setzt sich die Deckschichtbelastung aus der globalen Normalkraft und dem lokalen Biegemoment zusammen. Die Querlast beeinflusst demnach die Traglast der Deckschicht unabhängig davon, welches Nachweisverfahren für sie gewählt wird. Aus mechanischer Sicht bedeutet dies, dass bei gleichbleibender Deckschichtnormalkraft allein die Querlast über den Grad der Ausnutzung der Deckschicht entscheidet.

Wie im darauffolgenden Abschnitt gezeigt werden wird, missachtet das Nachweisverfahren nach DIN EN 14509 diese Erkenntnis weitgehend.

Neben der Verformung und dem Biegemoment ist häufig die Vertikalspannung zwischen Deckschicht und Kern von Interesse. Sie ergibt sich für die Winkler'sche Bettung aus den Gleichungen (3.3) und (5.3). Für die 2-Parameter-Bettung sind, wie in Abschnitt 3.1 ausgeführt, zwei Interpretationen möglich: Entweder wird der Bettungsdruck unter Zuhilfenahme beider Bettungsparameter nach Gleichung (3.4) herangezogen. Oder es wird der Bettungsdruck der Winkler'schen Bettung für die Vertikalspannungen übernommen, wobei dann zusätzlich die einwirkende Normalkraft um die Höhe des zweiten Bettungsparameters k_1 reduziert werden muss. Unabhängig von der Wahl der Bettung und den angegebenen Interpretationsmöglichkeiten nimmt die Querlast direkten Einfluss auf den Bettungsdruck, während die Deckschichtnormalkraft nur indirekt über die Beiwerte α_0 und β_0 einget.

5.2 Tragfähigkeit in der Normung

DIN EN 14509 sieht vor, die gestörte Biegetragfähigkeit versuchsgestützt zu ermitteln. Der Höhe der Störlast wird indirekt über die Begrenzung der Spannweite im Versuch Rechnung getragen. Dennoch fand in früheren bauaufsichtlichen Zulassungen eine zusätzliche Betrachtung der Druckauflagertragfähigkeit statt, die aktuell nach DIN EN 14509:2013-12 nur noch den Grenzzustand der Tragfähigkeit betrifft. Die dazu angesetzten Modelle entsprechend der Zulassung bzw. der Norm sind sich einander ähnlich und werden daher gemeinsam vorgestellt. Der nach DIN EN 14509 vorgesehene Ersatzträgerversuch wird anschließend besprochen, bevor abschließend das normative Vorgehen kritisch hinterfragt und bewertet wird.

5.2.1 Druckauflagertragfähigkeit

Der Nachweis der Druckauflagertragfähigkeit wird bei Sandwichelementen üblicherweise auf Kraftebene geführt (z. B. DIN EN 14509, Abschnitt E.4.3.2; Berner und Lange 2000, S. 696). Für das Verständnis der verschiedenen Lastausbreitungsmodelle ist es jedoch sinnvoller, den Nachweis auf Spannungsebene zu betrachten. Dann enthält die einwirkende Spannung die Lastausbreitung bzw. Spannungsverteilung, während die aufnehmbare Druckspannung den Widerstand darstellt. Sofern – wie bei PUR oder PIR als Kernmaterial üblich – kein eindeutiger Maximalwert aus der Druckspannungsprüfung vorliegt, darf die Druckspannung f_{Cc} bei 10 % Stauchung als Widerstand angesetzt werden (DIN EN 14509, Abschnitt A.2.5.1). Die Festlegung auf 10 % Stauchung erscheint willkürlich, da die verwendeten PUR-Schäume üblicherweise ein bi-lineares Materialverhalten zeigen und sowohl die Linearitätsgrenze als auch die Steifigkeit nach Überschreiten dieser Grenze stark vom verwendeten Sandwichelement abhängen.

Die einfachste Möglichkeit ist, die einwirkende Kraft auf die anliegende Kontaktfläche zu beziehen, und somit nur die Kontaktpressung anzusetzen:

$$\sigma_{Cc} = \frac{F}{L_S B} \quad (5.6)$$

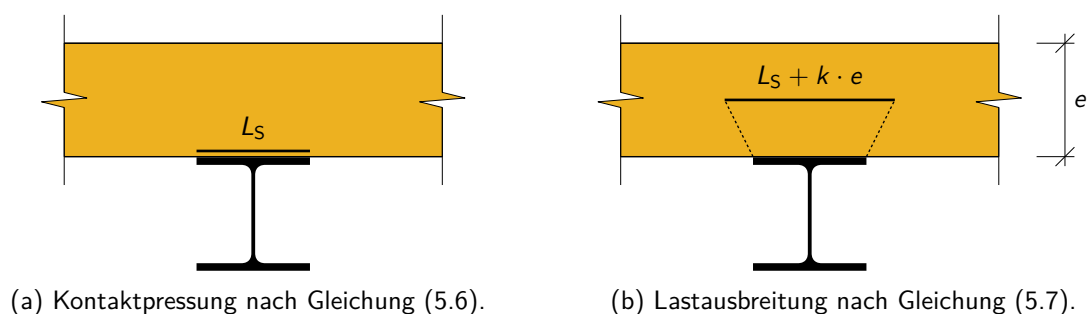


Abbildung 5.1: Lastverteilung im Kern an Zwischenauflägern.

Dieses Vorgehen war in früheren bauaufsichtlichen Zulassungen (z. B. Z-10.4-540:2012-05-22) und in vielen Berechnungsbeispielen (z. B. Berner 1998; Berner und Raabe 2006; Lange und Berner 2010) vorgesehen. In diesen Quellen ist die Druckauflagertragfähigkeit sowohl im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit jeweils unterschiedlichen Sicherheitsbeiwerten nachzuweisen. Unabhängig vom Grenzzustand ist als Widerstand die 10 % Stauchung f_{Cc} anzusetzen. Der CIB Report 257, DIN EN 14509:2007-02 und DIN EN 14509:2013-12 begrenzen die Druckspannung ebenfalls auf f_{Cc} . Sie erlauben jedoch eine lineare Lastausbreitung bis zur Kernmitte:

$$\sigma_{Cc} = \frac{F}{(L_S + k \cdot e) B} \quad (5.7)$$

Die wirksame Kerndicke e ist auf 100 mm begrenzt. Der Faktor k kann nach DIN EN 14509, Abschnitt A.15, bestimmt werden. Liegen keine experimentellen Ergebnisse vor, darf für Kunststoff-Hartschäume, wie z. B. PUR oder PIR, $k = 0,5$ angenommen werden. Abbildung 5.1 zeigt die beiden Lastverteilungen im Vergleich. DIN EN 14509:2013-12 sieht die Einwirkung nach Gleichung (5.7) ausdrücklich für den Grenzzustand der Tragfähigkeit vor. Für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird die Kontaktpressung, Gleichung (5.6), über die Anforderungen an die Versuche zur Bestimmung der Interaktion zwischen Biegemoment und Auflagerkraft als Obergrenze festgelegt. DIN EN 14509:2007-02 erlaubte bei diesen Versuchen noch den Ansatz von Gleichung (5.7) als Obergrenze. Aktuelle bauaufsichtliche Zulassungen (z. B. Z-10.4-540:2015-10-01) lehnen sich an DIN EN 14509:2013-12 an, womit einhergeht, dass auch sie den Nachweis der Auflagerpressung im Grenzzustand der Tragfähigkeit vorsehen. Zwei Punkte sind dazu bemerkenswert: Erstens weisen die Zulassungen dennoch einen Sicherheitsbeiwert für Druckversagen des Kerns im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit aus. Zweitens schließen sie die Anwendung von Gleichung (5.7) explizit aus, ohne eine alternative Bestimmung der Kernspannung vorzugeben. Es ist anzunehmen, dass die eigentliche Intention der aktuellen bauaufsichtlichen Zulassungen ist, die Druckauflagertragfähigkeit sowohl im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch in dem der Tragfähigkeit mit der Kontaktpressung nach Gleichung (5.6) nachzuweisen.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass weitere Ansätze auf Basis der Winkler'schen Bettung existieren. Vom Grundprinzip her basieren sie auf der in Abschnitt 5.1 vorgestellten Differentialgleichung. Für detaillierte Ausführungen wird auf die Literatur verwiesen (z. B. Hassinen 2001, Abschnitte 10.2.2 und 10.4).

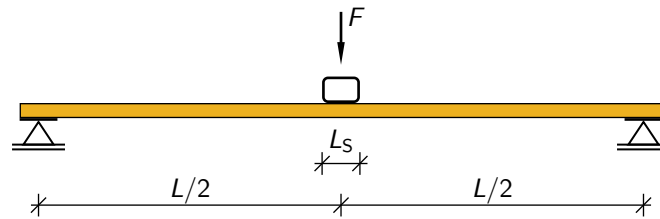


Abbildung 5.2: Ersatzträgerversuch unter andrückender Last. (Nach DIN EN 14509, Bild A.14.)

5.2.2 Bestimmung der gestörten Knitterspannung durch Versuche

Die Interaktion zwischen Biegung und Auflagerkraft wird aktuell nach DIN EN 14509, Abschnitt A.7, bestimmt. Dazu werden Sandwichelemente voller Breite im Drei-Punkt-Biegeversuch getestet (siehe Abbildungen 1.3 und 5.2). DIN EN 14509 gibt in Bild A.14 die Lasteinleitungslänge mit „etwa 60 mm“ vor. Die praktische Umsetzung am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt sieht ein Rechteckhohlprofil der Größe $60 \times 40 \times 4 \text{ mm}^3$ ($b \times h \times t$) vor, das eine ebene Aufstandsfläche von 52 mm aufweist. Der Versuchsaufbau soll die realen Bedingungen an einem Durchlaufträger simulieren. Unter Temperatur- und Wind- bzw. Schneelasten stellt sich an einem Durchlaufsystem ein Verhältnis zwischen Stützmoment und Zwischenauflegerkraft ein, das bei richtiger Wahl der Stützweite ebenfalls im Ersatzträgerversuch erreicht wird (siehe Abbildung 5.3). In Abschnitt A.7 in DIN EN 14509 werden keine direkten Angaben zur erforderlichen Stützweite gemacht. Stattdessen wird für das simulierte Zwischenaufleger gefordert, dass die Kontaktpressung nach Gleichung (5.6) kleiner als die charakteristische Druckfestigkeit f_{Cc} des Kerns ist (DIN EN 14509:2013-12, Abschnitt A.7.4²). Wie auch an dieser Stelle der Norm beschrieben, kommt diese Forderung einer Mindeststützweite gleich, da bei kurzen Spannweiten die Kontaktpressung die Druckfestigkeit erreicht, bevor Knitterversagen eingetreten ist. Die Begründung ist in DIN EN 14509, Abschnitt A.7.4, Anmerkung 1 gegeben: „Dadurch wird sichergestellt, dass sämtliche Versagensarten (Knittern der Deckschicht, Druckversagen des Kerns [...]) für annähernd die gleichen Sicherheitsstufen ausgelegt sind.“ Für die praktische Durchführung von Zulassungsversuchen werden die Stützweiten üblicherweise von den Knitterspannungsversuchen übernommen und liegen damit i. d. R. zwischen 3 m und 6 m. Bei sehr dicken Bauteilen werden auch 7 m oder in Ausnahmefällen 8 m gewählt. Tabelle 4.1 bietet Orientierungswerte. Beispiele tatsächlich zur Anwendung gekommener Ersatzträgerlängen sind als Teil der in Abschnitt 7.3 vorgestellten Zulassungsversuche im Anhang in Tabelle B.1, S. 238 ff., unter L_{EST} zu finden.

Alternativ zu Ersatzträgerversuchen werden im CIB Report 257, Abschnitt 5.2.9 Zweifeldträgerversuche vorgeschlagen. Die Lastaufbringung darf entweder mittels Luftdruck bzw. Vakuum oder mit vier Linienlasten je Feld erfolgen. Die Anordnung der Lasten in den Feldern entspricht der aus dem Knitterspannungsversuch (siehe Abbildung 4.7). Von Vorteil ist, dass der Versuchsaufbau den realen Einbaubedingungen besser entspricht. Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn die Stützweiten ausreichend groß sind, um ein realistisches Verhältnis zwischen Stützmoment und Mittelauflegerkraft abzubilden. Als großer Nachteil ist der unter anderem durch die großen Elementlängen aufwändige Versuchsaufbau zu nennen. Ein alternativer Versuchsaufbau für Zweifeldträger, der die Simulation von

²DIN EN 14509:2007-02, A.7.4 sah anstelle der Kontaktpressung die Lastausbreitung bis zur Kernmitte nach Gleichung (5.7) vor.

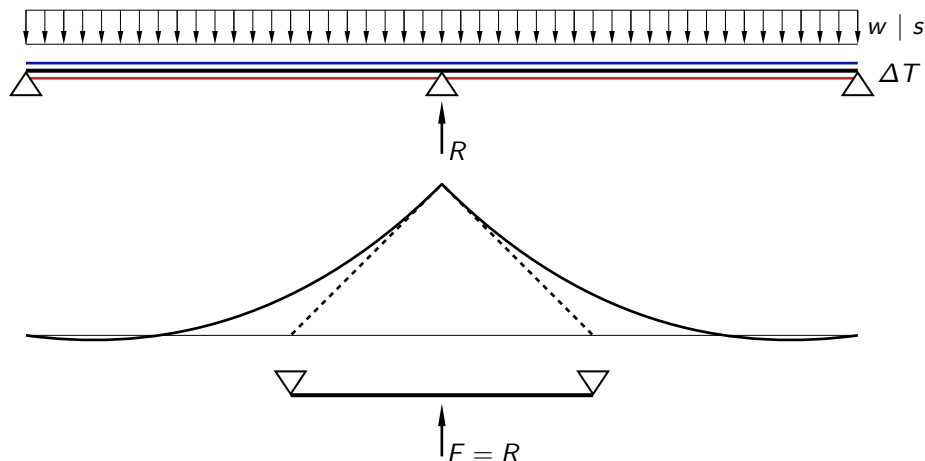


Abbildung 5.3: Reale Belastung eines Zweifeldträgers und äquivalenter Ersatzträger, jeweils mit dazugehöriger Momentenlinie.

Temperaturlasten berücksichtigt, wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und wird in Abschnitt 7.2.3 vorgestellt.

5.2.3 Diskussion und Bewertung des Verfahrens

Da das Vorgehen nach DIN EN 14509 weitgehend auf Versuchen beruht, werden mit dem jeweiligen Sandwichelement verbundene Imperfektionen automatisch erfasst. Vorausgesetzt ein Durchlaufsystem kann prinzipiell durch einen Ersatzträgerversuch abgebildet werden, bergen lediglich die externen Einflüsse, wie die Spannweite und die Lasteinleitung, offene Punkte. Neben der Höhe der Störlast, die indirekt mit der Spannweite zusammenhängt und nachfolgend separat diskutiert wird, ist die Breite der Lasteinleitungslänge ein entscheidender Parameter. Sie wird mit 60 mm als Untergrenze für reale Auflager durch den Versuchsaufbau vorgegeben. Hierbei ist zu beachten, dass im Versuch nur die starre Lasteinleitung untersucht wird und die Nachgiebigkeit, wie sie beispielsweise bei dünnwandigen Kaltprofilen typisch ist, unberücksichtigt bleibt. Umgekehrt findet der positive Einfluss breiterer Auflager ebenfalls keine Berücksichtigung. Zusätzlich zu diesen Nachteilen ist die sehr aufwändige und teure Ermittlung der Widerstandswerte zu nennen. Ihnen steht der Vorteil der Erfassung aller Imperfektionen auf Sandwichelementseite gegenüber.

Die Nachweisführung nach DIN EN 14509 ist zweigeteilt: In den Grenzzustand der Tragfähigkeit und in den der Gebrauchstauglichkeit. Es ist schlüssig, den Nachweis der Druckauflagertragfähigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu führen, da hierfür ein Knitterversagen am Zwischenaufleger vorausgesetzt wird. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit besteht ein Unterschied zwischen dem System früherer bauaufsichtlicher Zulassungen und dem der Norm bzw. aktueller bauaufsichtlicher Zulassungen. Die frühere Zulassungspraxis sah einerseits eine Trennung der Versagensmechanismen vor, da die Druckauflagertragfähigkeit und die gestörte Biegetragfähigkeit separat nachgewiesen werden mussten. Andererseits wurde für den Aufbau der Ersatzträgerversuche eine kombinierte Tragfähigkeit über die Begrenzung der Spannweite vorausgesetzt. Im Gegensatz zu früheren Zulassungen sehen DIN EN 14509 und aktuelle Zulassungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nur den Ersatzträgerversuch und damit automatisch eine kombinierte Tragfähigkeit vor.

Diese Vorgehensweise in früheren und aktuellen Zulassungen und in der Norm kann so gedeutet werden, dass die Druckauflagertragfähigkeit zwar unabhängig von einer gleichzeitig vorherrschenden Biegebeanspruchung ist,³ umgekehrt die Biegetragfähigkeit jedoch von der Beanspruchung auf Querdruck abhängt.

Wie in der zuvor zitierten Anmerkung 1 aus DIN EN 14509, Abschnitt A.7.4, aufgeführt, beansprucht DIN EN 14509 durch ihre Vorgehensweise eine Gleichheit der Sicherheitsstufen für die verschiedenen Versagensarten. Diese angestrebte Gleichheit muss in Frage gestellt werden. Über die Spannweite im Ersatzträgerversuch sind letztlich Störlast und Normalkraft in der Deckschicht gekoppelt. Größere Spannweiten führen zu größeren Normalkräften bei gleichzeitig geringerer Störlast und damit zu höheren Knitterspannungen. Umgekehrt heißt dies, dass je höher die Kontaktpressung, desto größer die Störlast wird, womit automatisch die Knitterspannung abfällt. Da nur eine Begrenzung des Maximalwerts der Kontaktpressung vorgesehen ist, wird die Knitterspannung nur nach unten begrenzt. Dadurch ist die Knitterspannung nicht eindeutig festgelegt, was gleichbedeutend mit einer variablen Sicherheit ist. Die Sicherheitsstufe wird im Ersatzträgerversuch erst dann unveränderlich, wenn die Kontaktpressung als fester Wert und nicht als Grenze vorgegeben wird. Sofern für die Kontaktpressung ihr Maximalwert angenommen wird, ergibt sich der ungünstigste Fall, in dem die Knitterspannung mit der höchst möglichen Störlast bestimmt wird. Doch auch in diesem Fall bleibt – wie bei jedem anderen Festwert für die Kontaktpressung – fraglich, warum dadurch annähernd die gleiche Sicherheitsstufe wie für Druckversagen des Kerns erreicht werden soll. Denn im Gegensatz zur gestörten Knitterspannung, ist der Nachweis auf Druckversagen des Kerns nach DIN EN 14509 kein Interaktionsnachweis. Der in Wirklichkeit durch Kombination von Deckschichtnormalkraft und Störlast entstehende Spannungszustand wird für die Betrachtung des Druckauflagers künstlich von der Deckschichtnormalkraft entkoppelt. Dies muss bei einer rein mechanischen Betrachtung Einfluss auf die Höhe der Sicherheit nehmen. In diesem Zusammenhang bleibt zudem offen, was in Anmerkung 1 aus DIN EN 14509, Abschnitt A.7.4, mit „Druckversagen des Kerns“ gemeint ist: Ist es die im Ersatzträgerversuch indirekt enthaltene Begrenzung der Kontaktpressung, also der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, oder der Nachweis über die Lastausbreitung nach Gleichung (5.7), also der Grenzzustand der Tragfähigkeit?

5.3 Tragfähigkeit nach Berner

5.3.1 Vorstellung des Verfahrens

Berner (1995) stellt ein Bemessungsmodell für die gestörte Knitterspannung vor. Die wichtigsten Ergebnisse seiner Arbeit sind auch in Hassinen (2001, Abschnitt 10.2.2.3) veröffentlicht. In der ursprünglichen Form entwickelt Berner sein Modell in mehreren Stufen, wobei er zunächst von einer elastischen Bettung der Deckschicht gemäß der Differentialgleichung (3.2) ausgeht. Dazu setzt er die vereinfachte Winkler'sche Bettung nach Gleichung (3.5) an und nimmt an den Rändern der Lasteinleitung zwei Einzellasten an. Aus den Dehnungsmessungen an den Deckschichten von Bauteilversuchen schließt er, dass sich direkt neben der Lasteinleitung ein plastisches Gelenk bildet. Das dadurch geänderte

³Weder für den Druckauflagnachweis in früheren Zulassungen noch für die Kontaktpressungen im Ersatzträgerversuch entscheidet die Höhe der Biegebeanspruchung über die Druckauflagertragfähigkeit.

statische System löst er nicht analytisch, sondern numerisch. Über den dabei verwendeten Bettungsmodul schreibt er, dass „[d]ie Federsteifigkeit [...] aus den E-Moduli des Kerns bestimmt“ (Berner 1995, S. 34) wurde. Aufgrund dieser unpräzisen Angabe wurden die angegebenen Beispiele seitens des Autors dieser Arbeit nachgerechnet. Daraus ergab sich, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Federsteifigkeit und dem Quotienten aus dem E-Modul des Kerns und der Kerndicke angesetzt wurde. Die Abbildung der Lasteinleitung belässt Berner im numerischen Modell bei zwei Einzellasten an den Rändern. Der dazwischen liegenden Deckschicht wird eine unendlich große Biegesteifigkeit zugewiesen. Die Größe der angesetzten plastischen Momente an den Rändern der Lasteinleitung wird auf das plastische Moment der ebenen Deckschicht reduziert. Berner geht davon aus, dass die lokale Auflast die leicht profilierte Deckschicht flachdrückt. Der restlichen Deckschicht weist er die volle Biegesteifigkeit, die sich aus der leichten Profilierung ergibt, zu.

Als Versagensmechanismus sieht er eine Fließgelenkkette, die sich mit dem Entstehen eines weiteren Fließgelenkes ausbildet. Dabei nimmt er eine lineare Interaktion zwischen Normalkraft und Biegung an:

$$\frac{N_{w,\text{red}}}{N_w} + \frac{M_F}{M_{F,\text{pl}}} \leq 1 \quad (5.8)$$

Der Normalkraftwiderstand N_w wird aus der versuchstechnisch bestimmten ungestörten Knitterspannung bestimmt. Als Biegewiderstand $M_{F,\text{pl}}$ wird das plastische Moment der leicht profilierten Deckschicht angesetzt. Die bei der Interaktion einwirkende Normalkraft $N_{w,\text{red}}$ in der Deckschicht wird aus dem Ersatzträgerversuch übernommen. Damit bleibt als einzige Unbekannte das lokal einwirkende Deckschichtbiegemoment M_F übrig. Es lässt sich über die Interaktionsbeziehung nach Gleichung (5.8) bestimmen. Aufgrund der Wirkung auf die identische Deckschicht lässt sich das Normalkraftverhältnis auch als Spannungsverhältnis darstellen. In graphischer Form ist nun jeder Versuch durch einen Punkt eindeutig gekennzeichnet (siehe Abbildung 5.4). Datenbasis für die Punkte bildeten insgesamt 92 Ersatzträgerversuche an Wandelementen, von denen 90 aus Zulassungsversuchen stammen. Betrachtet wurden jedoch nur 69 davon, da bei den übrigen eine höhere Kontaktpressung als die Druckfestigkeit vorlag. Aufbauend auf dieser Punktwolke stellt Berner als arithmetisches Mittel eine Interaktionsgerade für die Bestimmung der gestörten Knitterspannung auf. Der Funktionswert der Geraden für ein vorgegebenes Momentenverhältnis entspricht dem Verhältnis von ungestörter zu gestörter Knitterspannung. Die Interaktionsgerade ist an beiden Achsen dadurch begrenzt, dass Werte größer eins theoretisch nicht möglich sind. Wird das lokale Biegemoment M_F , wie oben beschrieben, numerisch ermittelt und durch das plastische Deckschichtmoment $M_{F,\text{pl}}$ geteilt, kann aus dem Diagramm bei bekannter ungestörter Knitterspannung die gestörte Knitterspannung abgelesen werden.

Da Berner die für seinen Ansatz notwendige Momentenbestimmung für nicht praxisnah hält, schlägt er einen Bemessungsansatz vor, der von einer Abminderung der ungestörten Knitterspannung in Abhängigkeit von der lokalen Auflagerpressung ausgeht. Dafür unterstellt er, dass sich das Momentenverhältnis proportional zur bezogenen Auflagerpressung verhält. Die in Abbildung 5.5 dargestellte Interaktionsgerade ist durch Bildung des arithmetischen Mittels aller Einzelpunkte bestimmt worden und wird erneut dadurch begrenzt, dass Werte größer eins auf beiden Achsen nicht zugelassen werden. Die Datenpunkte ergeben sich aus denselben 92 Ersatzversuchen wie zuvor, ohne jedoch Versuche auszuschließen. Mit diesen Versuchen werden Kerndicken zwischen 35 mm und 120 mm abgedeckt. Die Lasteinleitungslänge variiert in der Mehrzahl von 60 mm bis 120 mm. In einem Versuch beträgt sie 240 mm. Die Stützweite reicht von 1100 mm bis 2730 mm. Bis auf fünf Versuche

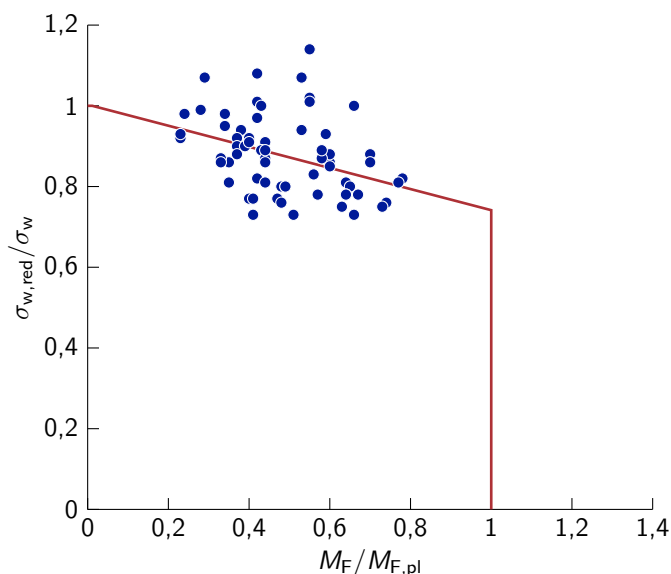


Abbildung 5.4: Interaktionsbeziehung (rot) und Versuchswerte (blau) für die gestörte Knitterspannung nach Berner (1995). Darstellung in Form der auf die ungestörte Knitterspannung bezogenen gestörten Knitterspannung über dem auf das plastische Moment der Deckschicht bezogenen lokalen Deckschichtmoment. Die Daten der Abbildung wurden Berner (1995, Tabelle 3) entnommen. Die Interaktionsgerade wurde mit diesen Daten neu bestimmt und stimmt mit der Originalgeraden optisch überein. Einzelne Punkte sind im Vergleich zur Originalabbildung nach visueller Prüfung leicht verschoben. (Nach Berner 1995, Abb. 7)

unterschreiten alle restlichen eine Spannweite von 2 m. Für eine eindeutige Aussage über den Einfluss von Stützweite und Lasteinleitungslänge auf die Traglast im Ersatzträgerversuch ist es notwendig, dass Sandwichelemente aus derselben Charge verwendet wurden, um andere Einflussfaktoren auszuschließen. Bezüglich der Stützweite ist in den Versuchen keine Variation unter dieser Voraussetzung vorhanden, für die Lasteinleitungslänge dagegen schon. Der Anstieg in der Traglast lag bei einer Erhöhung von 60 mm auf 100 mm bis 120 mm bei mehrheitlich ca. 25 % bis 30 %. Zusätzlich zu den Ersatzträgerversuchen ist in Berner (1995, S. 11 ff.) ein Zweifeldträgerversuch durchgeführt worden. Inwieweit die Traglast aus diesem Versuch mit einem Ersatzträgerversuch übereinstimmt, kann nicht gesagt werden, da kein passender Ersatzträgerversuch mit demselben Verhältnis zwischen Stützmoment und simulierter Mittelauflegerkraft durchgeführt werden konnte (Berner 1995, S. 14 f.). Weitere Angaben zu den Versuchen sind Berner (1995, Tabelle 1,I und 1,II) zu entnehmen.

5.3.2 Diskussion und Bewertung des Verfahrens

Die von Berner angesetzte Bettung zur Bestimmung des lokalen Deckschichtmoments setzt einen linearen Zusammenhang zwischen E-Modul des Kerns und Kerndicke voraus. Aufgrund der Mitte der 1990er Jahre verfügbaren Software ist anzunehmen, dass die numerischen Berechnungen den Einfluss der Schubsteifigkeit des Kerns nicht gesondert berücksichtigen. Diese Annahme wird dadurch gestützt, dass die umfangreichen Tabellen über die Versuchsdaten den Schubmodul nicht enthalten. Ob die lokalen Verformungen nach Theorie II. Ordnung bestimmt wurden ist nicht dokumentiert. Eine inhomogene

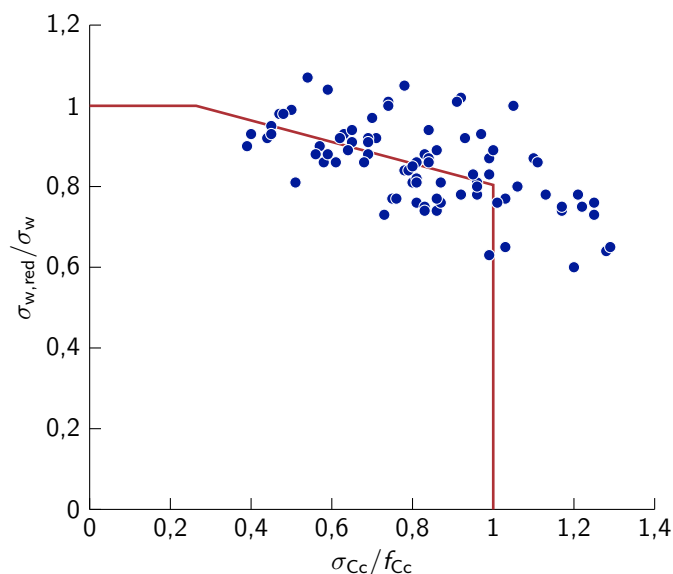


Abbildung 5.5: Interaktionsbeziehung (rot) und Versuchswerte (blau) für die gestörte Knitterspannung nach Berner (1995). Darstellung in Form der auf die ungestörte Knitterspannung bezogenen gestörten Knitterspannung über der auf die Druckfestigkeit bezogenen Kontaktpressung (Druckspannung im Kern nach Gleichung (5.6)). Die Daten der Abbildung wurden Berner (1995, Tabelle 4,I und 4,II) entnommen. Die Interaktionsgerade wurde mit diesen Daten neu bestimmt und stimmt mit der Originalgeraden optisch überein. Einzelne Punkte sind im Vergleich zur Originalabbildung nach visueller Prüfung leicht verschoben. (Nach Berner 1995, Abb. 10)

Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke wird ebenso wenig wie die Orthotropie des Kernmaterials einbezogen. Das Modell wird über Einzellasten an den Rändern der Lasteinleitung belastet und berücksichtigt somit den Einfluss der Lasteinleitungsbreite. Die angesetzte Biegesteifigkeit der Deckschicht vernachlässigt einen Teilausfall des Querschnitts infolge örtlichen Beulens. Umgekehrt wird für die Größe der sich zuerst bildenden, plastischen Momente eine ebene Deckschicht angenommen, wodurch die lokale Biegetragfähigkeit bei Linierung stark reduziert ist. Die Interaktion für den endgültigen Versagensmechanismus geht für den Normalkraftwiderstand erstaunlicherweise von der Deckschichtnormalkraft bei ungestörtem Knittern aus. Normalerweise wird für eine Momenten-Normalkraft-Interaktion die plastische Normalkraft angesetzt. Berner liefert keine mechanische Begründung für diese ungewöhnliche Annahme. Von Vorteil ist, dass dadurch vorhandene Imperfektionen und alle sonstigen nicht erfassten Einflüsse auf die Normalkrafttragfähigkeit indirekt berücksichtigt werden und somit der herstellerbedingten Streuung entgegengewirkt wird.

Die Ergebnisse seiner beiden Bemessungsmodelle (auf Basis des bezogenen Deckschichtmoments und auf Basis der bezogenen Druckspannung) unterscheiden sich kaum. Die unterstellte Proportionalität zwischen bezogenem Deckschichtmoment und bezogener Druckspannung ist zwar mechanisch eine starke Vereinfachung, wirkt sich jedoch nicht nennenswert auf die Ergebnisse aus. Die angestrebte Übereinstimmung der vorgeschlagenen Interaktionsgeraden mit den Versuchsergebnissen wird für beide Bemessungsmodelle nur bedingt erreicht. Bei beiden Varianten fällt die hohe Streuung der Versuchsergebnisse auf, die sich in teilweise deutlichen Über- und Unterschreitungen der Interaktionsgeraden äußert. Aus mechanischer Sicht ist der Bezug auf die Festigkeit als Eingangswert für die Interaktionsbeziehung kritisch zu hinterfragen. Lokale Verformungen und damit das lokale Störmoment werden in

erster Linie durch die Steifigkeit beeinflusst. Erst bei Überschreiten der Linearitätsgrenze spielt die Festigkeit eine Rolle. Insofern wäre als Eingangswert eine von der Kernsteifigkeit abhängige Größe besser nachvollziehbar. Als positiver Aspekt ist die einfache Handhabbarkeit des Verfahrens mit der bezogenen Druckspannung als Eingangsparameter zu nennen. Bemerkenswert ist, dass die Stützweite in den Ersatzträgerversuchen mehrheitlich sehr kurz ist. Die praktische Bedeutung dieser Längenwahl wird in Kapitel 6 diskutiert werden. Zudem werden ausschließlich Wandelemente betrachtet. Die restlichen Parameter sind in großer Breite abgedeckt. Bemerkenswert ist der große Anstieg in der Traglast um 25 % bis 30 % bei Erhöhung der Lasteinleitungslänge im Ersatzträgerversuch. In der Betrachtung der tatsächlich vorhandenen Lasteinleitungslänge liegt offensichtlich ein großes Potential zur Erhöhung der Tragfähigkeit.

5.4 Tragfähigkeit nach Martikainen und Hassinen

5.4.1 Vorstellung des Verfahrens

Martikainen und Hassinen (1996) entwickeln über mehrere Schritte ein zu Berner (1995) sehr ähnliches Modell zur Bestimmung der gestörten Knitterspannung. Dessen wesentliche Ergebnisse sind ebenfalls in Hassinen und Martikainen (1996a), Hassinen, Martikainen und Berner (1997), Hassinen (1999) und Hassinen (2001, Abschnitt 10.2.2.3) dokumentiert. Das Modell wird in Martikainen und Hassinen (1996) zunächst durch Versuchsergebnisse an Mineralwollelementen ermittelt und später in Hassinen (1999) und Hassinen (2001) durch zusätzliche Versuche an PUR-Elementen validiert.

Martikainen und Hassinen beginnen ihre Herleitung auf Basis der Differentialgleichung (3.2) des elastisch gebetteten Balkens. Für den Bettungsdruck legen sie den 2-Parameter-Ansatz, Gleichung (3.4), zugrunde. Die Bettungsparameter werden entsprechend den Ausführungen in Abschnitt 3.8 wie folgt angenommen:

$$k_w = \frac{\gamma G_C}{2} \left(\frac{G_C}{2B_F} \cdot \left(\frac{\xi - 4}{\xi - 3} \right)^4 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.71)$$

$$k_1 = \frac{G_C}{2\gamma} \left(\frac{2B_F}{G_C} \cdot \frac{\xi - 3}{\xi - 4} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.72)$$

Dabei gilt $\xi = E_C/G_C$. Der Parameter γ beschreibt die Schnelligkeit des Abklingverhaltens mit zunehmender Kerndicke.

Aufbauend auf der in Abschnitt 3.8 vorgestellten 2-Parameter-Bettung und dem Lösungsansatz nach Abschnitt 5.1 bestimmen Martikainen und Hassinen die lokale Verformung und das lokale Moment der Deckschicht. Die Störlast wird von ihnen als zwei an den Rändern der Lasteinleitung wirkende Einzellasten angesetzt. Aus den sich ergebenden Formeln schließen sie, dass sich die beiden Einzellasten näherungsweise nicht gegenseitig beeinflussen. Aus diesem Grund betrachten sie ausschließlich die Maximalwerte von Verformung und Moment, die sich bei Belastung durch eine Einzellast von der Höhe der halben Auflagerlast ergeben. Dies führt zwangsläufig dazu, dass die Lasteinleitungsbreite im Modell keine Berücksichtigung findet. Für das Versagen werden zwei Kriterien definiert.

Zum einen eine lineare Interaktion zwischen Normalkraft und Moment auf Basis elastischer Widerstände (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichung (33)):

$$\frac{N_F}{A_F} + \frac{M_{F,\max}}{W_{F,\text{el}}} \leq f_y \quad (5.9)$$

Zum anderen eine Begrenzung der Druckspannungen zwischen Deckschicht und Kern (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichungen (32) und (34)):

$$\sigma_{C_c} = k_w \cdot w_{\max} \leq f_{C_c} \quad (5.10)$$

Die einwirkende Größen für das Deckschichtmoment $M_{F,\max}$ und die Druckspannung σ_{C_c} sind die oben beschriebenen Maximalwerte, die sich ebenfalls aus den Gleichungen (5.4) und (5.3) gewinnen lassen, sofern F durch $R/2$ ersetzt wird. Einsetzen der exakten Größen in die Gleichungen (5.9) und (5.10) und einige Umformungen führen auf die beiden folgenden Bedingungen (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichungen (42) und (43)):

$$\alpha \frac{\sigma_F}{\sigma_{\text{cr},w}} + \frac{R}{R_R} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_{\text{cr},w}}}} \leq 1 \quad (5.11)$$

$$\delta \frac{R}{R_R} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_{\text{cr},w}}}} \leq 1 \quad (5.12)$$

Dabei gelten folgende Abkürzungen (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichungen (37) bis (41)):

$$R_R = 8\bar{\beta}_0 f_y W_{F,\text{el}} \quad R_C = 4\bar{\beta}_0 f_{C_c} \Lambda^2 \quad (5.13)$$

$$\alpha = \frac{N_F}{A_F f_y} \quad \delta = \frac{R_R}{R_C} \quad (5.14)$$

$$\bar{\beta}_0 = \sqrt{\sqrt{\frac{k_w}{4B_F} + \frac{k_1}{4B_F}}} \quad \Lambda = \sqrt[4]{\frac{4B_F}{k_w}} \quad (5.15)$$

Die ideelle Knitterspannung wird entsprechend der Herleitung aus Gleichung (5.5) bestimmt (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichung (24)):

$$\sigma_{\text{cr},w} = \frac{N_{\text{cr},w}}{A_F} = \frac{2\sqrt{k_w B_F + k_1}}{A_F} \quad (5.16)$$

Bis auf den Parameter γ zur Bestimmung von k_1 sind alle Beiwerte bekannt. Martikainen und Hassinen wählen keinen expliziten Wert für γ , sondern verwerfen ihren rein analytischen Ansatz mit folgender Begründung: Die Annahmen der Isotropie und Kontinuität für die von ihnen untersuchte Mineralwolle trafe nicht zu und es sei sehr kompliziert, repräsentative Werte für den Schub- und E-Modul des Kerns zu finden (Martikainen und Hassinen 1996, S. 129).

Stattdessen schlagen sie vor, für den Winkler'schen Bettungsmodul den vereinfachten Ansatz nach Gleichung (3.5) praktisch zu übernehmen (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichung (63)):

$$k_w = \frac{E_C}{e} \quad (5.17)$$

Statt der Kerndicke haben sie lediglich den Deckschichtabstand e verwendet. Den Bettungsparameter k_1 bestimmen sie, indem sie die ideale Knitterspannung $\sigma_{cr,w}$ aus Gleichung (5.16) mit der im Versuch bestimmten ungestörten Knitterspannung σ_w gleichsetzen. Daraus resultiert (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichung (64)):

$$k_1 = \sigma_w A_F - 2\sqrt{k_w B_F} \quad (5.18)$$

Die so ermittelten Grenzkurven liefern deutlich zu konservative Ergebnisse und keine akzeptable Übereinstimmung mit den Versuchen. Martikainen und Hassinen führen dies auf zwei Gründe zurück: Zum einen wird die Unabhängigkeit des Ansatzes von der Lasteinleitungslänge herangezogen. Zum anderen stimmt die Annahme der elastischen Momenten-Normalkraftinteraktion nach Gleichung (5.9) nicht mit ihren Versuchsergebnissen überein. In den Versuchen wurden lange vor dem Versagenszeitpunkt Spannungen über der Fließspannung beobachtet (Martikainen und Hassinen 1996, S. 130 f.). Hassinen zweifelt später in Hassinen (2001, S. 241 f.) generell an, dass sich die Interaktion zwischen Biegemoment und Druckauflagerkraft mittels eines theoretischen Berechnungsmodells⁴ bestimmen lässt. Er begründet dies mit der Vielzahl schwer zu erfassender Einflüsse des Kerns (Steifigkeit, Festigkeit), der Deckschicht (Imperfektionen, unregelmäßige Linierungsarten), der Verbindung zwischen beiden sowie der Art und Weise der Lasteinleitung.

Aufgrund der ungenügenden Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen überarbeiten Martikainen und Hassinen ihren Ansatz nochmals. Aus dem vorigen Schritt behalten sie bei, dass $\sigma_{cr,w} = \sigma_w$ gesetzt werden darf. Zudem ersetzen sie die analytischen Mittelauflegertragfähigkeiten R_R und R_C nach Gleichung (5.13) durch F_{R2} . Die Tragfähigkeit F_{R2} hat inzwischen in DIN EN 14509, Gleichung (E.6), Einzug gefunden und ergibt sich durch Begrenzung von Gleichung (5.7) auf f_{Cc} . Mit dieser Ersetzung folgt:

$$R_R = R_C = F_{R2} = f_{Cc} (L_S + k \cdot e) B \quad (5.19)$$

Damit vereinfachen sich die beiden Versagenskriterien zu (Martikainen und Hassinen 1996, Gleichungen (66) und (67)):

$$\alpha \frac{\sigma_F}{\sigma_w} + \frac{R}{F_{R2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_w}}} \leq 1 \quad (5.20)$$

$$\frac{R}{F_{R2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_w}}} \leq 1 \quad (5.21)$$

Da der Term $\alpha \sigma_F / \sigma_w$ in der ersten Gleichung immer positiv ist, wird durch die gemachten Vereinfachungen die zweite der beiden Gleichungen, und damit ursprünglich das Druckversagen des Kerns, maßgebend. Aufgrund der besseren Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen wird in Hassinen, Martikainen und Berner (1997), Hassinen (1999) und Hassinen (2001) auch nur Gleichung (5.21) als Versagenskriterium genannt. In Martikainen und Hassinen (1996) sowie Hassinen, Martikainen und Berner (1997) ist für die Lastausbreitung der untersuchten Mineralwollelemente noch $k = 0,5$ angesetzt worden. Dieser Wert wurde in den später erschienenen Veröffentlichungen Hassinen (1999) und Hassinen (2001) auf $k = 0,4$ herabgesetzt. Gleichzeitig wurden dort die Ergebnisse der in Berner (1995) untersuchten Zulassungsversuche – vorgestellt in Abschnitt 5.3 – eingebunden. Abbildung

⁴Wortlaut: „theoretical analysis“ (Hassinen 2001, S. 242)

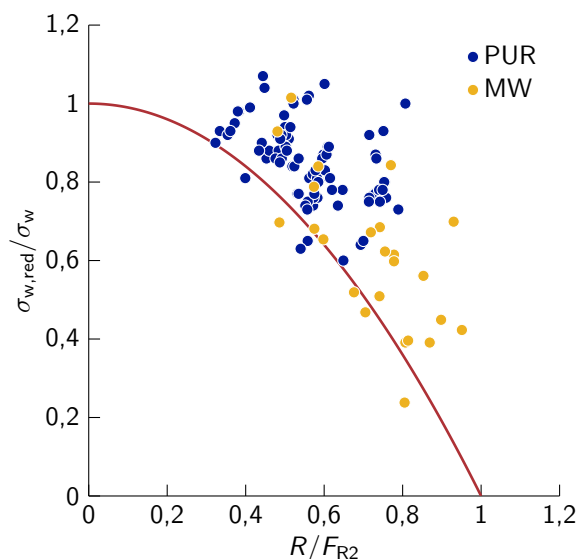


Abbildung 5.6: Interaktionsbeziehung (rot) und Versuchswerte (blau und orange) für die gestörte Knitterspannung nach Martikainen und Hassinen (1996). Darstellung in Form der auf die ungestörte Knitterspannung bezogenen gestörten Knitterspannung über der auf die Druckauflagertragfähigkeit nach DIN EN 14509, Gleichung (E.6), bezogenen Zwischenauflegerkraft mit Lastausbreitung (entspricht der Berechnung mit Hilfe von Gleichung (5.7)). Die Daten der Abbildung wurden Berner (1995, Tabelle 4,I und 4,II) sowie Martikainen und Hassinen (1996, S. 79, D/1, Table 25 und 26) entnommen bzw. daraus berechnet. Die Datenbasis entspricht bis auf vier Versuche, für die dem Autor keine Daten vorlagen, der der Originalabbildung. Einzelne Punkte sind im Vergleich zur Originalabbildung nach visueller Prüfung leicht verschoben. (Nach Hassinen 2001, Abb. 10.12)

5.6 zeigt Gleichung (5.21) im Vergleich mit den Versuchsergebnissen von 24 Versuchen an Mineralwollelementen aus Martikainen und Hassinen (1996) sowie von 92 PUR-Elementen aus Berner (1995). Die Wahl der Lastausbreitungsbeiwerte wurde für Mineralwollelemente mit $k = 0,4$, für PUR-Elemente mit $k = 0,5$ angesetzt. Es ist anzumerken, dass die Auswertung der Ersatz- und Zweifeldträgerversuche an Mineralwollelementen mit der Momentenspitze über der Auflagermitte vorgenommen wurde. Im Gegensatz dazu, wurde in Martikainen und Hassinen (1996) für die Ersatzträgerversuche noch das Anschnittmoment am Auflagertrand betrachtet. Wie für die PUR-Elemente verfahren wurde, ist weder in Berner (1995) noch in Hassinen (1999) oder Hassinen (2001) dokumentiert.

Die 24 Versuche an Mineralwollelementen setzten sich aus elf Zweifeldträger- und 13 Ersatzträgerversuchen an Wandelementen zusammen. Für alle Versuche betrug die Kerndicke einheitlich 100 mm. Die Lasteinleitungslänge wurde zwischen 50 mm und 300 mm variiert. Die Stützweite der Ersatzträgerversuche reichte von knapp 900 mm bis etwas mehr als 2200 mm. Die Stützweite von drei Ersatzträgerversuchen wurde so gewählt, dass im Versuch das gleiche Verhältnis zwischen Stützmoment und Mittelauflegerkraft wie im Zweifeldträgerversuch erreicht wurde. Für die Berechnung wurde das (simulierte) Zwischenaufleger jeweils als Einzellast angesetzt. Zwei der drei Versuche stimmten gut mit den Ergebnissen aus den Zweifeldträgerversuchen⁵ überein. Die Traglast im dritten Ersatzträgerversuch lag deutlich unter dem Zweifeldträgerversuch⁶. Weitere Daten zu den betrachteten Versuchen

⁵Spannweite: 2×5250 mm, $L_S = 50$ mm bzw. 200 mm, jeweils doppelte Durchführung

⁶Spannweite: 2×2500 mm, $L_S = 200$ mm, doppelte Durchführung

sind Martikainen und Hassinen (1996, Fig. 10, Kapitel 4 – dort insbesondere Table 4, 5 und 17, Appendix D) zu entnehmen.

5.4.2 Diskussion und Bewertung des Verfahrens

Der analytische Teil des Ansatzes geht von isotropem Materialverhalten aus und vernachlässigt die Inhomogenität über die Kerndicke. Trotz dieser Vereinfachungen bleibt die Schwierigkeit, die Bettungsparameter k_w und k_1 bzw. den Parameter γ richtig zu bestimmen. Der von Martikainen und Hassinen (1996) vorgeschlagene Lösungsansatz umgeht die Bestimmung von γ und ermöglicht damit eine einfache Ermittlung der Parameter. Jedoch erkennen sie selbst, dass die getroffenen Annahmen zu keinen zufriedenstellenden Ergebnissen führen. In der letztlich vorgeschlagenen Interaktionsbeziehung (5.21) findet sich so lediglich von der Struktur der Formel der analytische Ansatz nach Gleichung (5.12) wieder. Durch den Einbezug der Druckauflagertragfähigkeit nach DIN EN 14509 und der ungestörten Knitterspannung erzielen sie zum einen eine Abhängigkeit von der Lasteinleitungsbreite und erfassen zum anderen indirekt alle nicht näher erfassten Größen, die Einfluss auf die Biegetragfähigkeit nehmen. Von mechanischer Seite ist wie bei Berner (1995) zu hinterfragen, warum ein von der Festigkeit abhängiger Parameter einer steifigkeitsabhängigen Größe als Eingangswert vorgezogen wurde. Die Nachweisführung bedeutet vergleichbar wenig Aufwand wie bei Berner (1995). Bis auf den Einbezug der Lastausbreitung für die Druckauflagertragfähigkeit und die anders verlaufende Interaktionskurve sind beide Ansätze identisch. Entsprechend hoch fällt die Streuung der Versuchsergebnisse aus. Der Hauptunterschied äußert sich darin, dass die Interaktionskurve nach Martikainen und Hassinen (1996) eine Untergrenze bildet, wohingegen die Kurve nach Berner (1995) im Mittel aller Versuchsergebnisse gilt. Die zusätzlich in Martikainen und Hassinen (1996) betrachteten Versuchskörper bewegen sich bis auf das Kernmaterial im selben Variationsbereich wie bei Berner (1995). So sind auch hier die mehrheitlich sehr kurzen Ersatzträgerlängen auffällig, wohingegen die restlichen Parameter sehr gut abgedeckt sind. Dachelemente werden auch hier nicht betrachtet. Im Ersatzträgerversuch werden sowohl Spannweite als auch Lasteinleitungslänge aus derselben Charge betrachtet. Dabei konnten durch eine Erhöhung beider Größen jeweils deutliche Traglaststeigerungen beobachtet werden. Der Vergleich zwischen Ersatzträger- und Zweifeldträgerversuchen beschränkt sich auf wenige Versuche. Für die großen Spannweiten konnte im Gegensatz zu den kurzen Spannweiten eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Aufgrund der geringen Versuchsanzahl fällt eine allgemein gültige Aussage schwer. Da der Ersatzträgerversuch bei der kurzen Spannweite auf der sicheren Seite lag, stellt der beobachtete Unterschied zumindest nur ein wirtschaftliches, jedoch kein sicherheitsrelevantes Defizit dar.

In der Auswertung der Ersatzträgerversuche wurde – wie erläutert – die Bestimmung des Moments von der Annahme einer Doppellast auf eine Einzellast geändert. Diese Änderung wurde nicht explizit erwähnt und begründet, sondern zeigt sich lediglich in den Ergebnissen. Der Ansatz einer Doppellast bzw. des Anschnittmoments im Vergleich zur Momentenspitze über den Mittellinien hat einen deutlichen Einfluss bei kurzen Stützweiten und großen Auflagerbreiten. Wird bei der Auswertung von Ersatzträgerversuchen eine Einzellast angenommen, wird die einwirkende Spannung und damit der für eine Bemessung zugrunde gelegte Widerstand überschätzt. Diese Vorgehensweise liefert dennoch keine relevante Änderung der vorhandenen Sicherheit, wenn bei einer statischen Berechnung der Einwirkungen die Momentenspitze angesetzt wird und diese in ähnlichem Maße über dem

Anschnittmoment liegt wie im Ersatzträgerversuch. Das Ansetzen der Momentenspitze ist nach DIN EN 14509, Abschnitt E.7.3, gefordert und somit sichergestellt. Der Unterschied zwischen Momentenspitze und Anschnittmoment hängt vom statischen System und der Belastungsart ab. Unter Temperaturbeanspruchung wird dieser Unterschied bei Systemen mit drei und mehr Feldern immer geringer, sodass theoretisch ein Sicherheitsdefizit entstehen kann. Da aber umgekehrt bei diesen Konstellationen die Zwischenauflagerkräfte im Vergleich zum Stützmoment eher gering ausfallen, reduziert sich automatisch die Sensibilität in Bezug auf die Reduktion der Knitterspannung durch die Störlast. Hinzu kommt, dass die größten Unterschiede zwischen Anschnittmoment und Momentenspitze bei Versuchen auftraten, für die mit etwa 1 m Spannweite und 300 mm Lasteinleitungsbreite sehr ungewöhnliche Abmessungen gewählt wurden. In Kapitel 6 wird sich zeigen, dass Ersatzträgerversuche unter 2 m Länge nur im Ausnahmefall für Wandelemente realistisch sind. Werden beispielsweise 2 m als Spannweite und 200 mm als Lasteinleitungsbreite im Ersatzträgerversuch angesetzt, beträgt bei Wandelementen der Unterschied zwischen einer Einzellast und einer Doppellast für das Stützmoment lediglich 10 %. Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass die von Hassinen vorgenommene Änderung in der Auswertung von Martikainen und Hassinen (1996) auf Hassinen (1999) bzw. Hassinen (2001) bei realistischen Randbedingungen und im Rahmen des aktuellen Nachweiskonzeptes gerechtfertigt ist.

5.5 Tragfähigkeit nach Meyer

5.5.1 Vorstellung des Verfahrens

Das von Meyer (2000) entwickelte Verfahren baut auf den in Abschnitt 3.6 vorgestellten Modellen zur elastischen Bettung auf. Mit ihrer Hilfe bestimmt er die maßgebende Versagensspannung. Dabei unterscheidet er zwischen zwei verschiedenen Versagensmodi. Zum einen das Beulen der ebenen Teilfelder zwischen den Stegen der Linierung bzw. Sicking. Zum anderen das Knittern des gesamten Querschnitts. Sind die Deckschichten eben, entfällt der erste Versagensmodus. Ansonsten ist die kleinere der beiden Spannungen maßgebend. Nachfolgend werden die beiden Versagensmodi getrennt voneinander vorgestellt und anschließend der von Meyer vorgenommene Vergleich mit den Versuchsergebnissen aufgeführt.

Beulen der Teilfelder Für die Versagensspannung setzt Meyer die ideale Beulspannung des ebenen Teilfelds an. Die Breite des Teilfelds reicht vom Ende eines Linierungs- bzw. Sickingstegs bis zum Beginn des nächsten Stegs ($a_y = b_p$). Die angesetzte Bettung und die dazugehörige Halbwellenlänge in Längsrichtung wurden bereits in Abschnitt 3.6.1 vorgestellt. Für die Bettung gilt:

$$k_w = \alpha \sqrt{G_C E_C} + \frac{E_C}{d_C} \quad (3.58)$$

Aus der allgemeinen Lösung der Differentialgleichung der elastisch gebetteten Platte unter Normalkraft, Gleichung (3.8), bestimmt Meyer die ideale Beulspannung:

$$\sigma_{\text{cr,p}} = \frac{B_{\text{F}}(\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^2}{t \alpha_x^2} + \frac{\sqrt{E_{\text{C}} G_{\text{C}} \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}}}{t \alpha_x^2} + \frac{E_{\text{C}}}{t d_{\text{C}} \alpha_x^2} \quad (5.22)$$

Knittern der Deckschicht Das Knittern der Deckschicht umfasst bei Meyer den gesamten Querschnitt. Als Versagenskriterium definiert er ein Spannungsversagen nach Theorie II. Ordnung durch Erreichen der Fließgrenze in der Randfaser der Deckschicht (Meyer 2000, Gleichung (4-6)):

$$\underbrace{\frac{N_{\text{F}}}{A_{\text{F}}}}_{=\sigma_{\text{F}}} + \frac{N_{\text{F}} \cdot w_0}{W_{\text{F,el}}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\sigma_{\text{F}}}{\sigma_{\text{cr,w}}}} = f_y \quad (5.23)$$

Alternativ lässt sich Gleichung (5.23) als Nachweis auf Kräfteebene führen:

$$\frac{N_{\text{F}}}{N_{\text{F,pl}}} + \frac{N_{\text{F}} \cdot w_0}{M_{\text{F,el}}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_{\text{F}}}{N_{\text{cr,w}}}} \leq 1,0 \quad (5.24)$$

Einflüsse nach Theorie II. Ordnung werden durch den Erhöhungsfaktor $1/(1 - \sigma_{\text{F}}/\sigma_{\text{cr,w}})$ berücksichtigt, der aus der Differentialgleichung des elastisch gebetteten Balkens unter Normalkraftbeanspruchung, Gleichung (3.2), von Meyer hergeleitet wurde (Meyer 2000, Abschnitt 4.2). Diese Erhöhung ist auch als Dischinger-Faktor bekannt. Die dafür benötigte, ideale Knitterspannung bei unendlicher Breite entspricht der ideellen Beulspannung aus Gleichung (5.22) unter folgenden Bedingungen: Die Beulwellenhalblänge in Querrichtung wird als unendlich angenommen und anstelle der Steifigkeit der ebenen Platte wird für B_{F} die Deckschichtsteifigkeit eines Balkens ($B_{\text{F}} = E_{\text{F}} I_{\text{F}}$) angesetzt. Die Auflösung von Gleichung (5.23) nach σ_{F} liefert die gesuchte Knitterspannung der Deckschicht.

Die noch unbekannte Anfangsverformung w_0 berechnet Meyer aus der lokalen Lasteinleitung. Er nimmt an, dass die aus der Lasteinleitung folgende Imperfektion so groß ist, dass alle anderen Imperfektionen vernachlässigt werden können. Die lokale Verformung unter der Lasteinleitung setzt er als konstant voraus, was dazu führt, dass die Spannungsverteilung im Kern direkt unter der Last konstant ist. Zusätzlich zu diesem direkten Anteil setzt sich der gesamte Lastabtrag aus den beiden Lastanteilen links und rechts des Auflagers zusammen. Diese beiden Anteile werden über die Deckschicht übertragen. Die Herleitung dafür nimmt Meyer am elastisch gebetteten Balken ohne Normalkraft vor. Der dabei verwendete Bettungsmodul wurde bereits in Abschnitt 3.6.3 vorgestellt:

$$k_{\text{w}} = f_{\text{B}} \frac{E_{\text{C}c}}{d_{\text{C}}} \quad (3.62)$$

mit f_{B} nach Tabelle 3.3

Für die Bestimmung des Formfaktors f_{B} wird nicht die tatsächliche, sondern eine vergrößerte Lasteinleitungslänge betrachtet (Meyer 2000, S. 78):

$$L_{\text{S,eff}} = L_{\text{S}} + \sqrt[4]{4 \frac{B_{\text{F}}}{k_{\text{w}}}} \quad (5.25)$$

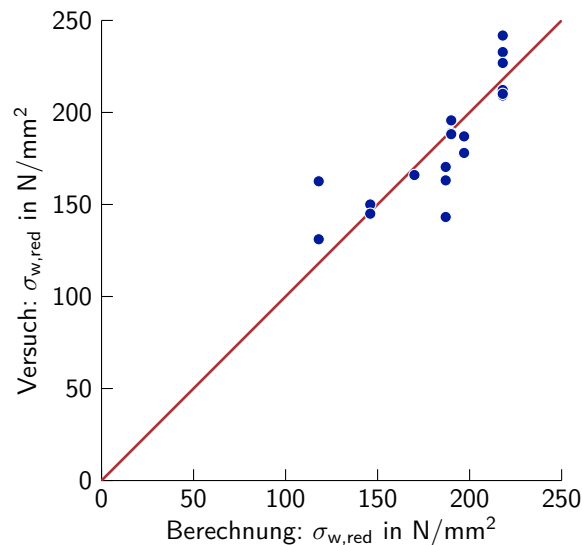


Abbildung 5.7: Vergleich zwischen im Versuch bestimmter und berechneter, gestörter Knitterspannung nach Meyer (2000). Die Daten der Abbildung wurden Meyer (2000, Abschnitt 9.4) entnommen. (Nach Meyer 2000, Abbildung 27).

Dabei gilt $B_F = E_F I_F$. Der Vergrößerungssummand wird damit begründet, „daß die Biegesteifigkeit des Deckblechs die Eindrückung in den Kern etwas verbreitert“ (Meyer 2000, S. 78). Der Summand taucht bei Meyer an anderer Stelle als Eindringtiefe der lokalen Lasteinleitung auf. Die Eindringtiefe definiert er als einen Abfall der lokalen Verformung auf den Kehrwert des natürlichen Logarithmus, also auf 37 % (Meyer 2000, S. 60). Für k_w in Gleichung (5.25) setzt Meyer einen anderen Bettungsmodul an:

$$k_w = \frac{E_C c}{d_C} \quad (5.26)$$

Die so bestimmte Anfangsverformung gilt sowohl für die lokale Lasteinleitung beim Ersatzträgerversuch als auch für diejenige beim Versuch zur Ermittlung der Knitterspannung mit vier Einzellasten.

Vergleich mit Versuchsergebnissen Meyer (2000) überprüfte sein Berechnungsmodell an acht verschiedenen Versuchsreihen, wobei die Ersatzträgerversuche jeweils ein bis drei Mal durchgeführt wurden. Insgesamt wurden 19 Einzelversuche einbezogen, die ausschließlich Wandelemente enthielten. Die Kerndicke variierte von 40 mm bis 200 mm. Die Spannweiten zeigten eine Abhängigkeit von der Kerndicke, die in einem ähnlichen Umfang lag, wie es gegenwärtig gebräuchlich ist. So wurden von Meyer Spannweiten zwischen 3600 mm und 6900 mm betrachtet. Die Deckschichten aller Elemente waren liniert. Die Lasteinleitungslänge betrug in zwei Reihen 96 mm, in den restlichen einheitlich 80 mm. Weitere Daten sind Meyer (2000, Abschnitt 9.4) zu entnehmen. Der Vergleich zwischen Versuchs- und Berechnungsergebnissen ist in Abbildung 5.7 dargestellt. In der Gesamtbetrachtung mit den an dieser Stelle nicht dargestellten Ergebnissen zur ungestörten Knitterspannung schließt Meyer, dass „[...] sich die Versuchsergebnisse recht gut vorhersagen [lassen]“ (Meyer 2000, S. 141).

5.5.2 Diskussion und Bewertung des Verfahrens

Das Verfahren nach Meyer berücksichtigt wesentliche Einflussfaktoren auf die Versagensspannung, wie

- Normalkraft in der Deckschicht,
- Größe der Störlast,
- Lasteinleitungsbreite,
- Deckschichtsteifigkeit,
- Schub- und E-Modul des Kerns und
- Einflüsse nach Theorie II. Ordnung.

Wie bei den meisten Herleitungen setzt auch Meyer weitgehend ein isotropes Materialverhalten an. Eine inhomogene Verteilung der Steifigkeit über die Kerndicke findet keine Berücksichtigung. Der Vernachlässigung struktureller und geometrischer Imperfektionen steht entgegen, dass die Tragfähigkeit von Sandwichelementen eine starke Herstellerabhängigkeit aufweist. Die Annahme für die Lasteinleitung als Kombination aus konstanter Kernspannung und Randlasten wurde von Meyer nicht überprüft. Sie kann also weder als allgemein gültig bestätigt noch widerlegt werden. Ein wesentlicher Punkt im Ansatz von Meyer ist die Bestimmung der Bettungsmoduln. In den Abschnitten 3.6.1 und 3.6.2 wurden die Unterschiede zum Ansatz nach Stamm und Witte (1974) aufgezeigt. Die Unterschiede sind kritisch zu beurteilen, da die Herleitung von Stamm und Witte im Vergleich zu der von Meyer weniger Vereinfachungen enthalten und die wahren Gegebenheiten somit exakter berücksichtigt. Der Bettungsmodul für die lokale Lasteinleitung wurde von Meyer numerisch bestimmt. Ein wesentlicher Eingangswert ist dabei die Lasteinleitungslänge. Ihre Erhöhung gemäß Gleichung (5.25) ist nicht schlüssig. Der aufgeführte Einfluss der Deckschichtsteifigkeit ist mechanisch bereits bei der Bestimmung von w_0 berücksichtigt. Als letzter Kritikpunkt ist der Ansatz des Beulens der ebenen Teilfelder als Versagenskriterium zu nennen. Dieses Kriterium erscheint im Rahmen des Ansatzes von Meyer notwendig, da er für sein zweites Versagenskriterium (Knittern der gesamten Deckschicht) immer die volle Deckschichtsteifigkeit ansetzt und somit ein Beulen der Teilfelder ausschließen muss. Jedoch werden bei der Ermittlung der Beulspannung Imperfektionen vernachlässigt, was auf der unsicheren Seite liegt. Umgekehrt wird überkritisches Tragverhalten ausgeschlossen (siehe Abschnitt 4.2), was normalerweise zu konservativen Ergebnissen führt. Inwieweit sich diese Einflüsse aufheben oder ob einer von ihnen dominiert, lässt sich pauschal nicht beantworten.

Die betrachteten Versuchsergebnisse weisen eine gute Übereinstimmung mit den Berechnungsergebnissen auf. Lediglich einzelne Versuche zeigen eine etwas größere Abweichung, wobei kein Trend bezüglich einer Über- bzw. Unterschätzung der Tragfähigkeit festgestellt werden kann. Die betrachtete Versuchsbasis ist deutlich geringer als die der zuvor vorgestellten Ansätze. Im Gegensatz dazu wurden deutlich größere Spannweiten betrachtet, die – wie sich in Kapitel 6 zeigen wird – näher an der Realität liegen. Die Lasteinleitungslänge wurde nur geringfügig variiert, wobei breite Auflager ausgespart wurden. So besteht eine Unsicherheit, ob sich das Berechnungsmodell bei großen Lasteinleitungslängen ebenfalls bewährt. Über Dachelemente kann keine Aussage gemacht werden, da sie in den Versuchen nicht enthalten sind. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass ein Vergleich mit weiteren Versuchen notwendig ist, um eine gesicherte Aussage über die Anwendungsgrenzen zu treffen. Dafür die Versuche von Berner (1995) heranzuziehen ist nicht möglich, da für 90

von 92 Versuchen der Schubmodul des Kerns nicht dokumentiert ist. Auf einen Vergleich mit den Versuchen von Martikainen und Hassinen (1996) wird aufgrund des abweichenden Kernmaterials ebenfalls verzichtet, zumal Meyer die Anwendung seines Modells für Mineralwolle ausschließt (Meyer 2000, S. 141).

5.6 Tragfähigkeit nach Lübke

5.6.1 Vorstellung des Verfahrens

In seiner Dissertation stellt Lübke (2014) ein Berechnungsverfahren für die linienförmige Lasteinleitung an Druckauflagern von Sandwichelementen vor. Die nachfolgende Zusammenfassung beschränkt sich auf das Hauptverfahren. Die in Lübke (2014, Kapitel 8) enthaltene Vereinfachung und eine alternative Darstellung über Knickspannungslinien (Lübke 2014, Abschnitt 7.6) werden nicht aufgeführt. Diese Auswahl entspricht der Vorgehensweise in Lübke und Ungermann (2015), die sich ebenfalls auf eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse beschränken. Das Verfahren über die Knickspannungslinien wird dort „für die Baupraxis [als] zu unhandlich“ (Lübke und Ungermann 2015, S. 847) bezeichnet.

Lübke (2014) entwickelt sein Verfahren an ebenen Sandwichelementen und erweitert es durch eine spätere Modifikation auf quasi-ebene Sandwichelemente. In der Herleitung seines Verfahrens überführt er das Knitterversagen in ein Spannungsversagen nach Theorie II. Ordnung. Als Bestimmungsgleichung für die gestörte Knitterspannung bedient er sich einer linearen Interaktion zwischen Normalkraft und Biegemoment nach Theorie II. Ordnung und setzt plastische Widerstandswerte an (Lübke 2014, Gleichung (7.23)):

$$\frac{N_F}{N_{F,pl}} + \frac{N_F \cdot e_0}{M_{F,pl}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_F}{N_{cr,w}}} \leq 1,0 \quad (5.27)$$

Einflüsse nach Theorie II. Ordnung werden analog zu Meyer (2000) vereinfachend über den Erhöhungsfaktor $1/(1 - N_F/N_{cr,w})$ erfasst. Aus der einwirkenden Normalkraft N_F , die im Grenzfall mit der gestörten Knitterlast $N_{w,red}$ gleichgesetzt werden kann, bestimmt er die gesuchte gestörte Knitterspannung. Die auftretende Biegebeanspruchung wird vollständig mit der Ersatzimperfektion e_0 abgedeckt, welche sich aus einem kombinierten strukturellen und geometrischen sowie einem lastabhängigen Anteil additiv zusammensetzt.

Der strukturelle und geometrische Anteil der Ersatzimperfektion wird gemeinsam aus Gleichung (5.27) für den Fall der ungestörten Knitterspannung ($N_F = \sigma_w \cdot A_F$) bestimmt. Dafür wird in Gleichung (5.27) das Verhältnis zwischen ideeller und ungestörter Knitterlast durch das entsprechende Spannungsverhältnis ausgetauscht und nach e_0 aufgelöst. Dadurch wird e_0 automatisch in eine geometrische Ersatzimperfektion überführt und von Lübke mit $e_{0,w}$ bezeichnet. Als ideale Knitterspannung wird dabei die von Stamm und Witte (1974) hergeleitete und in Abschnitt 4.1 vorgestellte Spannung für ebene Deckschichten angesetzt:

$$\sigma_{cr,w} = 0,82 \sqrt[3]{G_C E_C E_F} \quad (4.3)$$

Für die Bestimmung der ungestörten Knitterspannung greift Lübke ebenfalls auf die Herleitung von Stamm und Witte (1974), die in verkürzter Form in Abschnitt 4.1 wiedergegeben

wurde, zurück:

$$\sigma_w = 0,50 \sqrt[3]{G_C E_C E_F} \quad (4.8)$$

Aus den beiden Gleichungen (4.3) und (4.8) ergibt sich mit $M_{F,pl} = N_{F,pl} \cdot t/4$ die geometrische Ersatzimperfektion wie folgt (Lübke 2014, Gleichung (7.23)):

$$e_{0,w} = \left(\frac{N_{F,pl}}{N_{cr,w}} - 0,61 \right) \frac{t}{6,26} \quad (5.28)$$

Der lastabhängige Anteil der Ersatzimperfektion wird aus der Verformung, genauer gesagt aus dem verdrängten Volumen, unter der einwirkenden Auflagerlast bestimmt. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die einwirkende Kraft infolge der Auflagerlast R proportional zum verdrängten Volumen verhält. Als Proportionalitätsfaktor wird der E-Modul des Kerns E_C und die pauschale Schaumkerndicke von 100 mm gewählt (Lübke 2014, Gleichung (5.10)):

$$R = \frac{E_C}{100 \text{ mm}} \cdot \Delta V \quad (5.29)$$

Gleichung (5.29) kann auch so gedeutet werden, dass sich die Kraft aus dem E-Modul des Kerns und der verformten Fläche in Elementebene (A) multipliziert mit der dazugehörigen Stauchung (ε_z) berechnen lässt. Die Stauchung bestimmt sich dabei aus dem Bezug der Verformung in Elementdickenrichtung auf den festen Wert von 100 mm:

$$R = \frac{E_C}{100 \text{ mm}} \cdot \Delta V = \frac{E_C}{100 \text{ mm}} \cdot A \cdot w(x) = E_C \cdot A \cdot \frac{w(x)}{100 \text{ mm}} = E_C \cdot A \cdot \varepsilon_z(x) \quad (5.30)$$

Das angesetzte verdrängte Volumen setzt sich aus zwei Anteilen zusammen (siehe Abbildung 5.8): Der erste Anteil ist das verdrängte Volumen direkt über dem Auflager. Der zweite Anteil besteht aus dem verdrängten Volumen neben dem Auflager. Die Verformung über dem Auflager wird als konstant betrachtet und mit w_0 bezeichnet. Die Verformung neben dem Auflager wurde von Lübke analog zu der von ihm empirisch bestimmten Verformung an Punktauflagern gewählt. Sie setzt eine exponentielle Abnahme mit zunehmenden Auflagerabstand voraus (Lübke 2014, Gleichung (6.1)):

$$w(x) = w_0 \cdot e^{-0,01 \sqrt{E_C/t} \cdot x} \quad (5.31)$$

Hierbei wird x ab Auflagerende gezählt. t und x sind in mm einzusetzen, E_C in N/mm^2 . Wird diese Verformung integriert und mit der Elementbreite B multipliziert, ergibt sich das verdrängte Volumen neben beiden Auflagern.

Die Addition der Volumenanteile (1) und (2) aus Abbildung 5.8 ergibt das gesamte verdrängte Volumen ΔV aus Gleichung (5.29). Bei bekannter Kraft R , also bekannter Mittelauflegerkraft, enthält diese Gleichung als einzige Unbekannte nur die gesuchte Verformung w_0 . Aus dieser Verformung wird, über einen von Lübke empirisch bestimmten Formbeiwert ξ , die gesuchte lastabhängige Ersatzimperfektion bestimmt (Lübke 2014, Gleichung (7.35)):

$$e_{0,L} = \frac{w_0}{\xi} = \frac{w_0}{e^{0,007 L_S \cdot E_C/t}} \quad (5.32)$$

Hierbei sind L_S und t in mm einzusetzen, E_C in N/mm^2 .

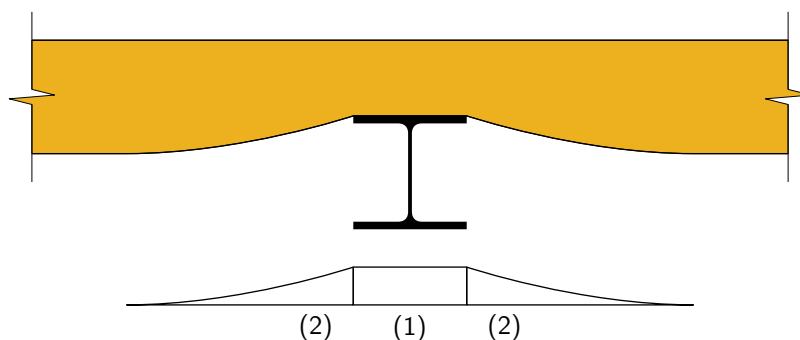


Abbildung 5.8: Aufteilung des verdrängten Volumens unter einer einwirkenden Auflagerlast.

Die gesamte Ersatzimperfektion lässt sich durch Addition der strukturellen und geometrischen ($e_{0,w}$) sowie der lastabhängigen ($e_{0,L}$) Ersatzimperfektion berechnen. Als e_0 in Gleichung (5.27) eingesetzt, lässt sich nach der maximal möglichen Einwirkung $N_F = N_{w,red}$ umstellen. Daraus kann die gestörte Knitterspannung berechnet werden. Es sei angemerkt, dass Lübke auf diese Weise seine Versuchsergebnisse nachrechnet, für die Bemessung jedoch – wie eingangs erwähnt – ein vereinfachtes, leicht modifiziertes Verfahren vorschlägt (Lübke 2014, Kapitel 8).

Die Herleitung des vorgestellten Verfahrens beruht auf ebenen Deckschichten. Lübke überprüft die Gültigkeit seines Verfahrens über seine ursprünglichen Anwendungsgrenzen hinaus, indem er es auf quasi-ebene Deckschichten erweitert. Dies geschieht anhand der in Abschnitt 5.3 vorgestellten Versuchsergebnisse aus Berner (1995). Für die Lösung von Gleichung (5.27) wird die ideelle Knitterspannung in diesem Fall von linierten und gesickten Deckschichten als Ersatz für Gleichung (4.3) benötigt. Für die Versuchsreihe von Berner (1995) liegt die ungestörte Knitterspannung aus Versuchen vor. Mit dem Verweis auf Ewert, Banke et al. (2001) erhöht Lübke diese Werte pauschal um den Faktor 1,38 (Lübke 2014, S. 237). Er nimmt die sich daraus ergebende Spannung als ideelle Knitterspannung an. Für die Bestimmung der Ersatzimperfektion $e_{0,w}$ wird zusätzlich das Verhältnis zwischen ideeller Knitterspannung und ungestörter Knitterspannung benötigt. Das aus den Gleichungen (4.3) und (4.8) gebildete Verhältnis für ebene Deckschichten wird ohne Modifikation verwendet.

Abbildung 5.9 zeigt den Vergleich zwischen Versuchs- und Berechnungsergebnissen. Die Versuchsergebnisse enthalten, neben den in Abschnitt 5.3 vorgestellten Ersatzträgerversuchen, vier weitere Versuche an Sandwichelementen mit ebenen Deckschichten. Diese Versuche wurden im Rahmen von Lübke (2014) durchgeführt. Sie weisen jeweils eine Spannweite von 960 mm auf. Die Lasteinleitungsbreite variiert zwischen 10 mm und 60 mm. Weitere Daten sind Lübke (2014, Tabelle 3.19) zu entnehmen. Es gelingt Lübke mit dem beschriebenen Ansatz, die Versuche im Mittel sehr gut abzubilden. Werden die Berechnungs- auf die Versuchsergebnisse bezogen beträgt die mittlere Abweichung 97 %. Jedoch fällt der hohe Variationskoeffizient von 22 % auf (Lübke 2014, Tabelle 7.6). Es ist anzumerken, dass die Versuche mit großer Abweichung von den berechneten Werten die größten Linierungstiefen (bis 3,6 mm) aufweisen. Knapp die Hälfte der Versuche von Berner (1995) weist Linierungstiefen mit maximal 0,5 mm auf. Diese Versuche zeigen eine deutlich geringere Abweichung von den Berechnungsergebnissen.

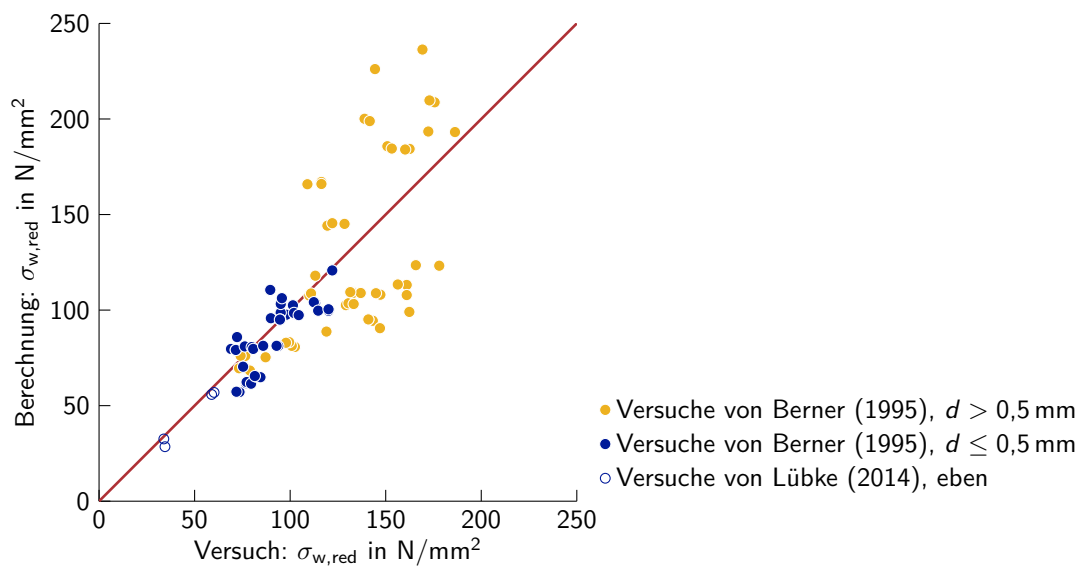


Abbildung 5.9: Vergleich zwischen im Versuch bestimmter und berechneter, gestörter Knitterspannung nach Lübke (2014). Die Daten der Abbildung wurden Lübke (2014, Tabelle 7.6) entnommen. (Nach Lübke und Ungermann 2015, Bild 8)

5.6.2 Diskussion und Bewertung des Verfahrens

Versuchstechnische Basis Die Basis zur Validierung des kompletten Berechnungsmodells entspricht im Wesentlichen den Versuchen von Berner (1995), die in Abschnitt 5.3 vorgestellt wurden. Auch in diesem Zusammenhang gilt das dort Geschriebene, nämlich, dass die Versuche alle Parameter von Wandelementen bis auf die Ersatzträgerlänge in großer Breite abdecken und Dachelemente außen vor lassen. Es ist anzumerken, dass in Berner (1995) – bis auf in zwei Versuchen – der Schubmodul nicht dokumentiert ist. Die damit zwangsläufig einhergehende Vernachlässigung im Berechnungsmodell von Lübke (2014) könnte ein Grund für die große Streuung der Versuchsergebnisse von Berner (1995) sein. Die in Lübke (2014) durchgeführte Versuchsanzahl ist mit vier Ersatzträgerversuchen vergleichsweise gering und die Versuche weisen mit 960 mm ebenfalls eine sehr geringe Spannweite auf.

Aufgrund unzureichender Angaben in Berner (1995) musste Lübke einzelne Größen rechnerisch bestimmen. Bei einer stichpunktartigen Nachrechnung⁷ der Versuche von Berner (1995) mit dem Verfahren von Lübke fiel auf, dass die rechnerisch bestimmte Fließspannung in einem der Versuche einen unrealistisch hohen Wert von über 500 N/mm² gehabt haben müsste.

Imperfektionen, Knitterspannung und Linierung Die strukturellen und geometrischen Imperfektionen werden durch die Anwendung der Momenten-Normalkraft-Interaktionsbeziehung, Gleichung (5.27), in eine äquivalente Ersatzimperfektion, Gleichung (5.28), umgerechnet. Sie werden somit auf einem Weg erfasst, der eine einfache Weiterrechnung ermöglicht. Die Qualität der Ersatzimperfektion hängt jedoch – darin besteht die größte

⁷ An dieser Stelle möchte der Autor dieser Arbeit Herrn Dr. Lübke seinen ausdrücklichen Dank aussprechen. Durch die ausführliche Erläuterung von Zwischenschritten seitens Herrn Dr. Lübke gelang es die Ergebnisse zahlenmäßig nachzuvollziehen.

Schwierigkeit – davon ab, die ideale Knitterspannung und die gestörte Knitterspannung korrekt zu ermitteln. Bei ebenen Deckschichten berücksichtigt die ideale Knitterspannung nach Gleichung (4.3) das orthotrope Kernmaterial näherungsweise. Sofern das Kernmaterial homogen ist, stellt die verwendete Formel eine empfehlenswerte Näherung dar (siehe Abschnitt 4.1.2). Die ungestörte Knitterspannung nach Gleichung (4.8) zu ermitteln, ergibt sehr konservative Werte, was bereits in Abschnitt 4.1 angesprochen wurde. Dies führt zu einer Überschätzung der strukturellen und geometrischen Imperfektion und führt bei ebenen Deckschichten dazu, dass die gestörte Knitterspannung nach oben durch Gleichung (4.8) begrenzt ist.

Im Fall von quasi-ebenen Deckschichten müssen die Gleichungen für die ideale Knitterspannung (4.3) und die ungestörte Knitterspannung (4.8) sinnvoll ersetzt werden, da beide für ebene Deckschichten hergeleitet wurden. Die ungestörte Knitterspannung nach Gleichung (4.8) wird von Lübke jedoch nicht modifiziert. Für die ideale Knitterspannung nimmt er die Versuchswerte von Berner (1994) als Basis. Er schlägt vor, die jeweils im Versuch bestimmte ungestörte Knitterspannung pauschal um den Faktor 1,38 zu erhöhen (Lübke 2014, S. 237). Er bezieht sich dabei auf Ewert, Banke et al. (2001). Ewert, Banke et al. (2001) geben lediglich einen geometrieabhängigen Erhöhungsfaktor an, der den Anstieg der ideellen Knitterspannung gesickter bzw. liniertes im Vergleich zu ebenen Deckschichten beschreibt. Aus diesem Grund muss die allgemeingültige Übertragbarkeit des Vorgehens von Lübke in Frage gestellt werden. Durch die Anpassung der ideellen Knitterspannung bei gleichzeitiger Beibehaltung der ungestörten Knitterspannung ändert sich zwangsläufig das Verhältnis zwischen beiden Spannungen. Eigentlich müsste demnach Gleichung (5.28) zur Bestimmung der strukturellen und geometrischen Imperfektionen $e_{0,w}$ geändert werden, zumal die darin enthaltene Berechnung von $M_{F,pl}$ ebenfalls nicht mehr zutrifft. Lübke (2014) passt Gleichung (5.28) jedoch nicht an, wodurch die gestörte Knitterspannung ihre obere Grenze in Form der ungestörten Knitterspannung verliert.

Einfluss des Schubmoduls auf die lokale Verformung Ein weiterer Punkt, der aufgrund seiner entscheidenden Bedeutung einer näheren Betrachtung bedarf, stellt die Bestimmung der lokalen Deckschichtverformung dar. Sie wird als Beziehung zwischen Volumenänderung und Auflagerkraft nach Gleichung (5.29) berechnet. Die Herleitung dieser Gleichung stammt aus einem Würfeldruckversuch mit 100 mm Würfelhöhe. Ihre Übertragbarkeit auf die Last-Verformungssituation am gesamten Element ist zweifelhaft, da der reine Bezug auf den Elastizitätsmodul des Kerns den Lastabtrag über Schubkräfte vernachlässigt. Lübke verifiziert sein Modell der lokalen Verformung, sowohl experimentell als auch numerisch (Lübke 2014, Bild 6.4 und 6.8). Da in der numerischen Untersuchung der Schubmodul nicht variiert wird (Lübke 2014, S. 146 und Anhang B.2), bleibt sein Einfluss unentdeckt und ist eine Erklärung für die sehr gute Übereinstimmung zwischen numerischer Berechnung und Modell (Lübke 2014, Bild 6.8). Die versuchstechnische Überprüfung der lokalen Eindrückung erfolgt anhand der Kraft-Verformungsbeziehungen von vier Versuchen mit ein bis zwei Wiederholungen und zeigt eine akzeptable Übereinstimmung (Lübke 2014, Bild 6.4). Aufgrund der relativ großen Streubreite der Versuchsergebnisse und der geringen Anzahl an Versuchen ist es fraglich, ob die so bestimmte lokale Verformung auf andere Sandwichelemente übertragbar ist.

Auswirkung größerer Auflagerbreiten Der Formbeiwert ξ in Gleichung (5.32) stellt einen weiteren wichtigen Punkt dar, da er direkt die lokale Lasteinleitung betrifft. Durch die e-Funktion wächst ξ bei steigender Lasteinleitungsbreite L_S rasch an. Wird beispielsweise der E-Modul des Kerns zu $E_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$ und die Deckschichtdicke zu $t = 0,5 \text{ mm}$ gewählt, ergibt sich bei $L_S = 150 \text{ mm}$ der Formbeiwert zu $\xi = 1556$. Dadurch reduziert sich die lastabhängige Ersatzimperfection auf unter ein Promille der Verformung am Zwischenauflager. Sie wird somit im Vergleich zur strukturellen und geometrischen Imperfection vernachlässigbar klein. Dies bedeutet, dass bei großen Auflagerbreiten die Lasteinleitung keinen Einfluss mehr auf die gestörte Knitterspannung nimmt. Prinzipiell ist es mechanisch richtig, dass der Einfluss der Lasteinleitungslänge verschwindet, sofern die Auflagerbreite gegen unendlich strebt. Jedoch beobachteten Martikainen und Hassinen (1996, S. 120 f.), dass selbst bei Lasteinleitungslängen von 200 mm und mehr die gestörte Knitterspannung keine feste Größe ist. Zudem lag sie unter der ungestörten Knitterspannung. Letztere Beobachtung stimmt ebenfalls mit den Versuchsergebnissen von Berner (1995, S. 22a) überein. Die von Lübke (2014) angenommene Grenze für den Einfluss der Lasteinleitungslänge ist demnach als zu gering einzustufen. Lübke selbst hat maximal 60 bzw. 100 mm Auflagerbreite in seinen Interaktionsversuchen bzw. FE-Berechnungen untersucht (Lübke 2014, Tabelle 3.19, S. 146 und Anhang B.2). Die von Berner herangezogenen Versuchsergebnisse weisen in 77 von 92 Fällen eine Lasteinleitungsbreite von kleiner oder gleich 80 mm auf (Berner 1995, Tabelle 1).

5.7 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Nachfolgend werden die wesentlichen Erkenntnisse dieses Kapitels und die daraus resultierenden Schlussfolgerungen aufgelistet.

- Mechanisch lässt sich das Mittelaufleger eines Sandwichelementes als elastisch gebetteter Balken und einer quer zur Deckschicht wirkenden Störlast beschreiben. Unter der Voraussetzung, dass die Deckschichtnormalkraft die Knicklast nicht überschreitet, gilt für die Einwirkungsseite: Die Höhe der Deckschichtnormalkraft und die Art und Größe der Störlast bestimmen die Traglast des Systems.
- DIN EN 14509 macht im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit den Biegewiderstand von der Druckeinwirkung abhängig, nicht jedoch umgekehrt. Das erlaubte Vorgehen führt entgegen der Intention zu variablen Sicherheitsstufen. Die im Versuch beobachteten Einflüsse auf die Traglast bei sich verändernder Lasteinleitungslänge und Spannweite werden nicht erfasst.
- DIN EN 14509 führt zu Spannweiten im Ersatzträgerversuch, die mehrheitlich zwischen 3 m und 6 m liegen. Der Großteil der vorgestellten Versuche wurde mit Spannweiten von ca. 2 m und weniger durchgeführt. Aufgrund dieser deutlichen Diskrepanz und der damit verbundenen Wirkung auf die Traglast ist zu untersuchen, welche Ersatzträgerlängen unter realen Verhältnissen realistisch sind.
- In DIN EN 14509 wird implizit vorausgesetzt, dass der Ersatzträgerversuch in der Lage ist, die realen Verhältnisse richtig abzubilden. Nur wenige Zweifeldträgerversuche unterstützen diese grundlegende Annahme. Weitere Zweifeldträgerversuche mit dazugehörigen Ersatzträgerversuchen erscheinen daher notwendig, um die prinzipielle Eignung des Ersatzträgerversuchs zu untermauern.

- Für das Nachweisverfahren entsprechend aktueller bauaufsichtlicher Zulassungen gilt prinzipiell das Gleiche wie für DIN EN 14509. Der entscheidende Unterschied zwischen Zulassung und Norm ist der Druckauflagnachweis. DIN EN 14509 lässt hier entgegen den Zulassungen eine Lastausbreitung bis zur Kernmitte zu. Allerdings dokumentieren aktuelle Zulassungen nicht vollständig, wie und in welchem Grenzzustand dieser Nachweis zu führen ist.
- In den aufgeführten Bemessungsansätzen wird der positive Einfluss großer Auflagerbreiten auf die Biegetragfähigkeit sehr unterschiedlich berücksichtigt. Es ist daher zu klären, wie große Auflagerbreiten angesetzt werden können.
- Berner (1995) schlägt eine empirische Interaktion zwischen Biegemoment und Druckeinwirkung vor, die ursprünglich eine mechanische Basis hatte. Die Versuchsergebnisse weisen eine starke Streuung auf. Zudem werden nur Ersatzträgerversuche mit kurzer Spannweite betrachtet. Dachelemente wurden nicht untersucht.
- Auch Martikainen und Hassinen – exemplarisch wird auf Martikainen und Hassinen (1996) verwiesen – schlagen eine zu Berner (1995) sehr ähnliche empirische Interaktion zwischen Biegemoment und Druckeinwirkung vor. Sie verwerfen ihre mechanischen Vorversionen selbst. Die Versuchsergebnisse liegen zum Teil stark auf der sicheren Seite. Ein Großteil der Versuche ist aus Berner (1995) übernommen. Dachelemente wurden ebenfalls nicht untersucht.
- Meyer (2000) schlägt ein mechanisches Verfahren zur Bestimmung der gestörten Knitterspannung vor. In der theoretischen Herleitung wurden einige kritische Punkte identifiziert. Dennoch zeigen die Versuchsergebnisse eine gute Übereinstimmung. Es werden jedoch nur wenige Versuche mit vornehmlich geringer Lasteinleitungslänge betrachtet. Dachelemente wurden nicht untersucht.
- Lübke (2014) schlägt ein mechanisches Verfahren zur Bestimmung der gestörten Knitterspannung vor. Es stützt sich für die Berechnung der lokalen Verformung auf empirische Daten. In der theoretischen Herleitung wurden einige kritische Punkte identifiziert. Dennoch zeigen die Versuchsergebnisse eine gute Übereinstimmung. Es fällt jedoch – insbesondere bei den Deckschichten mit hoher Linierung – die große Streubreite der Versuchsergebnisse auf. Alle Versuche mit linierten Deckschichten sind aus Berner (1995) übernommen. Somit sind Dachelemente ebenfalls nicht enthalten.
- Keine der genannten empirischen bzw. mechanischen Ansätze berücksichtigt die Orthotropie des Kerns. Zwar lässt sich, wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt wurde, die ideale Knitterspannung mittels der isotropen Lösung unter Berücksichtigung des Schubmoduls sehr gut bestimmen. Jedoch kann die isotrope Lösung auch zu völlig falschen Ergebnissen führen. Die Auswirkung dieser Vereinfachung in Bezug auf die gestörte Knitterspannung ist ungewiss.
- Eine einheitliche Versuchsbasis großen Umfangs ist zum übergeordneten Vergleich aller Modelle notwendig. Es ist nicht möglich, die vorhandenen Versuche zu ergänzen, da Eingangsparameter teilweise nicht vollständig dokumentiert sind. Insbesondere fehlen in der großen Serie von Berner (1995) die Angabe der genauen Deckschichtgeometrien und in 90 von 92 Versuchen die des Schubmoduls.

6 Biegung und Querdruck in realen Systemen

Aus mechanischer Sicht konnte im vorangegangenen Kapitel gezeigt werden, dass die Größe der Störlast entscheidenden Einfluss auf die Traglast nimmt. Die dort vorgestellten Modelle berücksichtigen diese Tatsache allesamt, jedoch jedes Modell auf unterschiedliche Art und Weise. Im Ersatzträgerversuch lässt sich die Größe der Störlast durch die Spannweite beeinflussen. In der Wahl ebenjener Spannweite bestehen deutliche Unterschiede, wenn sie zum einen auf DIN EN 14509 zurückgeführt wird und zum anderen Forschungsarbeiten entnommen wird. Daher besteht ein Interesse herauszufinden, welche Verhältnisse von Biegung und Querdruck unter realen Bedingungen auftreten und zu welchen Spannweiten sie im Ersatzträgerversuch führen. Hierzu wird eine Parameterstudie durchgeführt, die durchlaufende Systeme unter typischen Einwirkungen – wie Wind, Schnee und Temperatur – betrachtet. Systeme mit Punktlasten aus externen Einflüssen, wie z. B. Vorhangfassaden oder Solarzellen, werden nicht gesondert berücksichtigt. Basis der Parameterstudie bildet das Nachweiskonzept nach DIN EN 14509, da es den aktuellen Stand der Normung widerspiegelt. Mit dieser Entscheidung geht einher, dass der Einfluss hoher Querlasten auf die gestörte Knitterspannung nur unzureichend berücksichtigt wird. Um diesen Mismatch auszugleichen, wird einerseits eine Anpassung des Nachweiskonzepts bei hohem Querdruck vorgenommen. Andererseits wird abschließend eine Grenzbetrachtung anhand ausgewählter Sandwichelemente aus bauaufsichtlichen Zulassungen geführt, wodurch der Druckauflagernachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit Berücksichtigung findet. Durch die exemplarische Überprüfung mittels Werten aus bauaufsichtlichen Zulassungen wird zudem die Richtigkeit der Parameterstudie sichergestellt. Dies geschieht, da sie zwar auf realistisch gewählten, letztlich jedoch fiktiven Sandwichelementen beruht.

6.1 Parameterstudie

6.1.1 Betrachtete Parameter und Nachweisführung

Durch die Vielzahl an Eigenschaften (Deckschichtausbildung und -dicke, Elementdicke und Kerneigenschaften), Verlegungsarten und Belastungen bedarf es einer Abgrenzung der zu untersuchenden Parameter. Dennoch soll die Parameterstudie in der Praxis vorkommende Kombinationen möglichst vollständig und realitätsnah erfassen. Als erste Vereinfachung wird festgelegt, dass als Lasteinleitungslänge an den Zwischenauflagern ausschließlich 60 mm betrachtet werden. Dies entspricht der Vorgabe nach DIN EN 14509, womit der ungünstigste Fall der größten Kontaktpressung abgedeckt ist. Für die tatsächliche Verwendung von

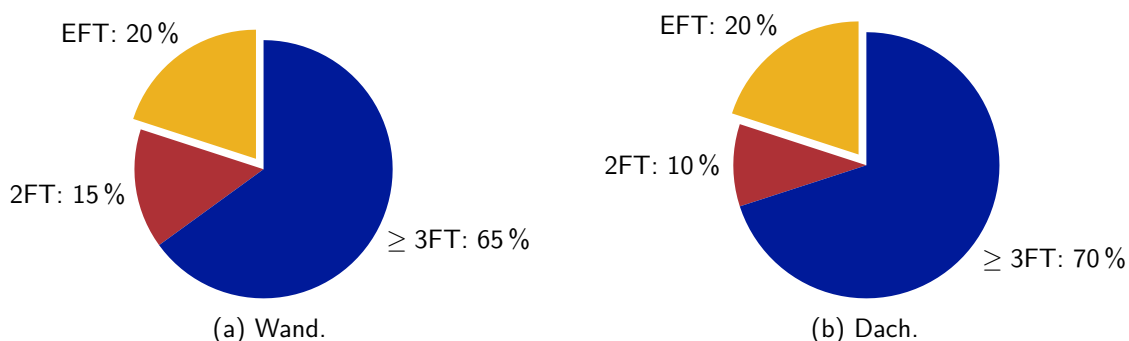


Abbildung 6.1: Verlegungsarten von Sandwichelementen in Deutschland nach statischem System. (Daten Wand: nach Kurpiela 2013, S. 100; Daten Dach: siehe Fußnote 1, S. 102)

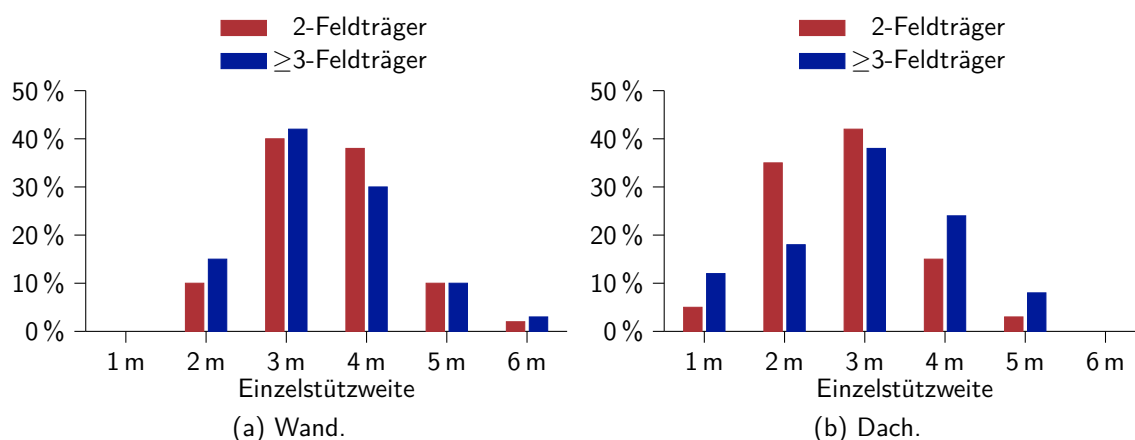


Abbildung 6.2: Verlegungsarten von Sandwichwandelementen in Deutschland nach Einzelstützweiten. (Daten: siehe Fußnote 1, S. 102)

Sandwichelementen wird auf eine in Kurpiela (2013, S. 99 ff.) durchgeführte Befragung¹ zurückgegriffen. An den dort ermittelten Zahlen orientieren sich die ausgewählten Parameter. Die Abbildungen 6.1 und 6.2 stellen die Verlegungsarten in Deutschland dar. Sie wurden unter den anderen Daten explizit herausgegriffen, da sie einen großen Einfluss auf das Verhältnis zwischen Stützmoment und zugehöriger Auflagerkraft nehmen und ihnen somit eine besondere Bedeutung in dieser Arbeit zukommt. Sowohl für Wand- als auch für Dachelemente sind 80 % der verlegten Sandwichelemente mehrfeldtrig, wobei Durchlaufträger mit drei oder mehr Feldern mit 65 % bzw. 70 % bei Wand bzw. Dach deutlich dominieren. Als statische Systeme wurden daher Zwei- und Dreifeldträger in der Parameterstudie betrachtet. Vereinfachend wurde von einer gleichen Stützweite in allen Feldern ausgegangen. Für Dachelemente liegen – mit der Einschränkung aus Fußnote 1 auf S. 102 – die praxisrelevanten Stützweiten zwischen 1 m und 5 m. Bei Wandelementen nehmen sie zwischen 2 m und 6 m ein. Diese Bandbreiten wurden jeweils in Ein-Meter-Abstufungen für die Parameterstudie übernommen. Im Allgemeinen ist eine Dominanz der Stützweiten zwischen 2 m und 4 m zu beobachten. Diese Tatsache wird in der Diskussion der Ergebnisse kurz aufgegriffen.

¹Im Rahmen der Befragung in Kurpiela (2013, S. 99 ff.) wurden zusätzliche, jedoch nicht publizierte Daten erhoben, die dem Autor dieser Arbeit freundlicherweise zugänglich gemacht wurden. Der Befragungsumfang der nicht publizierten Daten war zum Teil geringer als die in Kurpiela (2013) aufgeführten Zahlen. Für die Daten der Verlegungsarten nach Einzelstützweite für Dachelemente konnte lediglich auf die Angaben eines Befragten zurückgegriffen werden. Obgleich die Daten damit nicht repräsentativ sind, geben sie dennoch einen sinnvollen Anhaltspunkt für die Parameterstudie in dieser Arbeit.

Tabelle 6.1: Betrachtete Belastungen und Spannweiten in der Parameterstudie. Temperaturlasten als Differenz zwischen außen und innen.

Wand		Dach	
Andrückende Windlasten w_k in kN/m^2	Einzelspannweiten 2FT und 3FT in m	Schneelasten s_k in kN/m^2	Einzelspannweiten 2FT und 3FT in m
0,50	2	0,65	1
0,65	3	0,85	2
0,80	4	1,60	3
0,95	5	3,05	4
	6		5
Jeweils: $c_{pe,10} = 0,8$		Jeweils: $\mu_1 = 0,8$	
Temperaturlast in K		Temperaturlasten in K	
-40 (Winter)		-40 (Winter)	
		-20 (bei Schnee)	

Tabelle 6.2: Ausgewählte Eigenschaften der Sandwichelemente in der Parameterstudie.

	Wand	Dach	Erläuterung
D	40 mm 120 mm 200 mm	30 mm 80 mm 140 mm	durchgehende Elementdicke (gering) durchgehende Elementdicke (mittel) durchgehende Elementdicke (groß)
$t_{nom1/2}$	0,55 / 0,45 mm 0,75 / 0,70 mm	0,55 / 0,45 mm 0,75 / 0,70 mm	geringe Deckschichtdicke große Deckschichtdicke
σ_{w1}	180 MPa	350 MPa	Grundwert Feld
σ_{w1}	150 MPa	-	Grundwert Feld, $D \geq 200$ mm
$\sigma_{w2,red}$	135 MPa	135 MPa	Grundwert Stütze

Tabelle 6.1 gibt einen Überblick über die betrachteten statischen Systeme und Spannweiten. In ihr sind auch die ausgewählten Belastungen aufgeführt. Diese wurden so gewählt, dass ausschließlich andrückende Lasten an den Auflagern entstehen, da im Rahmen dieser Arbeit nur die Interaktion zwischen Biegung und Querdruck von Interesse ist.

Tabelle 6.2 gibt die wesentlichen Eigenschaften der betrachteten Sandwichelemente wieder. Die dort angegebenen gestörten Knitterspannungen der Innenseite ($\sigma_{w2,red}$) sind nicht als Festwerte, sondern als Obergrenze zu verstehen. Über die Auslastung der geführten Nachweise wird entschieden, welche Parameterkombinationen von den Ergebnissen ausgeschlossen werden. Die Nachweisführung wurde aus DIN EN 14509 übernommen. Spannweiten-Belastungs-Kombinationen, deren Nachweise nicht erfüllt sind, also deren Auslastung größer als eins ist, sind nicht möglich. Eine Auslastung von 1,0 stellt somit eine obere Grenze dar. Für die Untergrenze wurde der Nachweis der Biegung an der Innenseite über der Stütze im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (gestörte Knitterspannung) betrachtet, da er die maßgebende Größe² für die Fragestellung dieser Arbeit darstellt. Da

²Der Nachweis der Auflagerpressung ist nach DIN EN 14509 im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nicht zu führen.

gerade bei Sandwichelementen die Widerstände je nach Produktart und Herstellung starken Veränderungen unterliegen, ist die Abgrenzung nach unten daran anzupassen. Um der Bandbreite möglicher gestörter Knitterspannung gerecht zu werden, wurde eine Auslastung von einem Drittel als Untergrenze festgelegt. Mit ihr sind die teils erheblichen Unterschiede in der gestörten Knitterspannung zwischen ebenen und quasi-ebenen Deckschichten abgedeckt. Dies bedeutet, dass mit den gewählten Werten aus Tabelle 6.2 eine Spannweite für den Grundwert³ der gestörten Knitterspannung über der Stütze von 45 N/mm^2 bis 135 N/mm^2 berücksichtigt wird. Die in DIN EN 14509 nicht enthaltene zusätzliche Abminderung, die durch höhere Querlasten als im Zulassungsversuch entstehen kann, werden entsprechend der Erläuterung im nachfolgenden Abschnitt näherungsweise erfasst. In der abschließenden Diskussion der Ergebnisse wird zusätzlich die Auswirkung einer höher als zu einem Drittel gewählten Untergrenze aufgezeigt. Eine detaillierte Auflistung aller betrachteten Eigenschaften ist im Anhang in Tabelle A.1 zu finden. Im dazugehörigen Abschnitt A.1, S. 229 ff., werden die zugrunde gelegten Vereinfachungen und Annahmen erläutert.

6.1.2 Bestimmung der maßgebenden Leiteinwirkung

Für jedes System, d. h. jede Kombination zwischen Nennhöhe, Deckblechdicke, Spannweite und Belastung wurden die Nachweise wie zuvor beschrieben nach DIN EN 14509 geführt. Es wurden nur Kombinationen betrachtet, deren Auslastung in jedem geführten Nachweis eins nicht überschritt und deren gestörte Knitterspannung zu mindestens einem Drittel ausgenutzt war. Das Ergebnis der Parameterstudie sind Verhältnisse zwischen Stützmoment und dazugehöriger Zwischenauflegerkraft (kurz: M_S/R -Verhältnisse), die unter realen Randbedingungen tatsächlich eintreten können. Zu jeder verbleibenden Kombination wurden entsprechend der Anzahl der Leiteinwirkungen⁴ zwei M_S/R -Verhältnisse bestimmt. Für Wandelemente muss zwischen Temperatur und Wind als Leiteinwirkung, für Dachelementen zwischen Temperatur und Schnee als Leiteinwirkung unterschieden werden. Die Frage nach der maßgebenden Leiteinwirkung lässt verschiedene Entscheidungsmöglichkeiten zu:

- Streng nach DIN EN 14509 müsste die Leiteinwirkung herangezogen werden, die das höhere Sandwichstützmoment aufweist. Nur diese führt zur maximalen Deckschichtnormalspannung und damit bei einem nach DIN EN 14509 von der berechneten Zwischenauflegerkraft unabhängigen Widerstand zur maximalen Auslastung.
- Mit dem Wissen um die Abhängigkeit des Deckblechwiderstands von der Zwischenauflegerkraft bietet es sich als einfachste Lösung an, die M_S/R -Verhältnisse beider Leiteinwirkungen zu betrachten. Dies bietet den Vorteil, kein maßgebendes M_S/R -Verhältnis auszuschließen. Jedoch besteht der Nachteil, nicht maßgebende M_S/R -Verhältnisse unnötigerweise einzuschließen.
- Eine weitere Möglichkeit besteht darin, eine Abhängigkeit vom Verhältnis der Schnittgrößen der verschiedenen Leiteinwirkungen zueinander einzuführen.

Werden entsprechend der dritten Möglichkeit die Sandwichstützmomente und Zwischenauflegerkräfte der Leiteinwirkungen ins Verhältnis gesetzt, wird deutlich, unter welcher Leitein-

³Bezugsgröße ist der Grundwert, da die gestörte Knitterspannung bei großen Blechdicken nochmals abgemindert wird. Siehe Tabelle A.1, S. 230 für den Abminderungsfaktor.

⁴In Formeln, Tabellen und Abbildungen wird anstelle von Leiteinwirkung die Abkürzung LE verwendet.

wirkung das größere Sandwichstützmoment bzw. die größere Zwischenauflegerkraft erreicht wird. Eine eindeutige Entscheidung kann getroffen werden, sofern eine Leiteinwirkung sowohl zum größeren Sandwichstützmoment als auch zur größeren Zwischenauflegerkraft führt. Jedoch zeigt sich häufig das Bild, dass Temperatur als Leiteinwirkung zum größeren Sandwichstützmoment und Wind bzw. Schnee als Leiteinwirkung zur größeren Zwischenauflegerkraft führt. Oder anders ausgedrückt: Bei diesem nicht eindeutigen Ergebnis liegt bei Wind bzw. Schnee als Leiteinwirkung im Vergleich zu Temperatur als Leiteinwirkung eine Zwischenauflegerkraftherhöhung vor, die mit einem reduzierten Sandwichstützmoment einhergeht. In diesem Fall wird die Grundidee verfolgt, dass verhältnismäßig kleine Zwischenauflegerkraftherhöhungen die gestörte Knitterspannung nicht maßgeblich herabsetzen und demnach nicht weiter betrachtet werden. Umgekehrt wird angenommen, dass sehr große Zwischenauflegerkraftherhöhungen zu einer deutlichen Reduzierung der gestörten Knitterspannung führen und daher Einfluss nehmen sollten. Folglich wird die Auswahl abhängig von der Höhe des Zwischenaufleger-Verhältnisses in Relation zum Stützmoment-Verhältnis gemacht. Dazu werden folgende zwei Grenzen eingeführt:

$$\eta_3 = 1 + 3 \cdot \left(1 - \frac{M_{W/S}}{M_T}\right) \quad (6.1)$$

$$\eta_{10} = 1 + 10 \cdot \left(1 - \frac{M_{W/S}}{M_T}\right) \quad (6.2)$$

Dabei sind

$M_{W/S}$ Stützmoment (Sandwichwirkung) infolge LE Wind bzw. Schnee

M_T Stützmoment (Sandwichwirkung) infolge LE Temperatur

Ist das Sandwichstützmoment bei Wind bzw. Schnee kleiner als bei Temperatur, wird es dennoch als maßgebend betrachtet, sofern das dazugehörige Verhältnis zwischen den Zwischenauflegerkräften mindestens η_{10} ist. Umgekehrt wird bei einer nur geringfügigen höheren Zwischenauflegerkraft infolge von Wind bzw. Schnee ($R_{W/S}/R_T < \eta_3$) Temperatur als maßgebende Leiteinwirkung beibehalten. Für alle anderen Fälle dazwischen ($\eta_{10} < R_{W/S}/R_T \leq \eta_3$) werden sowohl Wind bzw. Schnee als auch Temperatur als Leiteinwirkung übernommen. Da letztlich unsicher ist, welche der beiden tatsächlich maßgebend ist, werden sie lediglich als „eventuell maßgebend“ bezeichnet. Abbildung 6.3 fasst das genaue Auswahlverfahren in Form eines Struktogrammes zusammen. Es findet nur für die M_S/R -Verhältnisse Anwendung, welche die im vorigen Abschnitt erläuterten Nachweisober- und Nachweisuntergrenzen einhalten. Die im Struktogramm aufgeführten Symbole für jede Zuordnung werden später bei der Ergebnisdarstellung verwendet. Es sei angemerkt, dass bei der Einstufung als „eventuell maßgebend“ einem System, also einer Kombination der Parameterstudie, zwei M_S/R -Verhältnisse zugeordnet werden. Daneben nehmen die Grenzen η_3 und η_{10} einen entscheidenden Einfluss bei der Zuordnung. Zum jetzigen Zeitpunkt wirken sie willkürlich gewählt. Im folgenden Kapitel werden bei der Diskussion der Versuchsergebnisse die gewählten Werte überprüft.

6.1.3 Umrechnung der M_S/R -Verhältnisse in äquivalente Ersatzträgerlängen

Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu erleichtern, werden alle M_S/R -Verhältnisse in äquivalente Ersatzträgerlängen umgerechnet. Das bedeutet, dass die Stützweite im Ersatzträgerversuch (nachfolgend kurz als Ersatzträgerlänge bezeichnet) bestimmt wird,

Für Dachelemente wird nur der Sandwichanteil des Gesamtmomentes⁵ betrachtet, da nur dieser Spannungen am inneren Deckblech hervorruft:

$$\begin{aligned}
 M_{S,EST} &= \frac{(F \cdot L)_{EST}}{4} \varepsilon_{EST} \Leftrightarrow L_{EST} = \frac{4}{\varepsilon_{EST}} \left(\frac{M_S}{F} \right)_{EST} \\
 &\quad \text{mit} \quad \left(\frac{M_S}{F} \right)_{EST} \stackrel{!}{=} \left(\frac{M_S}{R} \right)_{MFT} \\
 &\rightsquigarrow L_{EST} = \frac{4}{\varepsilon_{EST}} \left(\frac{M_S}{R} \right)_{MFT}, \quad \varepsilon_{EST} = f(L_{EST}) \tag{6.4}
 \end{aligned}$$

Durch die Abhängigkeit des Parameters ε_{EST} von der gesuchten Ersatzträgerlänge L_{EST} gestaltet sich das Auflösen nach L_{EST} schwierig, weswegen eine iterative Bestimmung der zugehörigen Ersatzträgerlänge bevorzugt wurde:

1. Wähle $\varepsilon_{EST}^{(i)}$ und setze $i = 0$.

$$2. L_{EST}^{(i+1)} = \frac{4}{\varepsilon_{EST}^{(i)}} \left(\frac{M_S}{R} \right)_{MFT}$$

$$3. \varepsilon_{EST}^{(i+1),temp} = f(L_{EST}^{(i+1)})$$

$$4. \varepsilon_{EST}^{(i+1)} = \frac{\varepsilon_{EST}^{(i+1),temp}}{2} + \frac{\varepsilon_{EST}^{(i)}}{2}$$

$$5. \left(\frac{M_S}{R} \right)^{(i+1)} = \frac{L_{EST}^{(i+1)}}{4} \varepsilon_{EST}^{(i+1)}$$

$$6. \left| \frac{\left(\frac{M_S}{R} \right)_{MFT}}{\left(\frac{M_S}{R} \right)^{(i+1)}} \right| \stackrel{?}{\leq} 1 \pm \text{Tol}$$

$$7. \text{ Wenn ja: } L_{EST} = \frac{4}{\varepsilon_{EST}^{(i+1)}} \left(\frac{M_S}{R} \right)^{(i+1)}$$

Wenn nein: Inkrementiere i und wiederhole ab 2.

Der zusätzliche Schritt 4 ist nicht zwingend notwendig. Eigens durchgeführte empirische Untersuchungen zeigten jedoch, dass er die Anzahl an Iterationen zum Erreichen der Konvergenz verringert. Als Startwert für ε_{EST} sollte dessen mechanische Obergrenze von eins nicht überschritten werden. Zuweilen wurden mit $\varepsilon_{EST}^{(0)} = 1 - B_F/B_S$ gute Erfahrungen gemacht. Als Toleranzgrenze (Tol) wird 0,01 als Maximum vorgeschlagen. Die daraus resultierende Abweichung für L_{EST} ist geringer, da durch das dazugehörige $\varepsilon_{EST}^{(i+1)}$ dem Fehler entgegengewirkt wird.

⁵Siehe Abschnitt A.2, S. 231 f., für eine Herleitung von M_S .

6.1.4 Ergebnisse der Parameterstudie

Entsprechend den Angaben in den vorangegangenen Abschnitten wurden die M_S/R -Verhältnisse berechnet, eingestuft und in äquivalente Ersatzträgerlängen umgerechnet. Bei Einhaltung der Nachweisgrenzen können jeder Parameterkombination somit eine maßgebende Ersatzträgerlänge oder zwei eventuell maßgebende Ersatzträgerlängen zugeordnet werden, die unter realistischen Randbedingungen bestimmt wurden. Eine Zusammenstellung aller Längen mit Zuordnung zu Spannweite und Belastung ist in Abschnitt A.3, S. 232 ff. aufgelistet. Die Visualisierung dieser Daten ist in Form von Abbildung 6.4 dargestellt. Die unterschiedlichen Belastungen und Stützweiten wurden je Elementtyp, d. h. je Kombination von durchgehender Elementdicke (nachfolgend als Nennhöhe bezeichnet) und Deckschichtdicke, gruppiert. Zur Unterscheidung wurden die Ergebnisse entsprechend des Struktogrammes in Abbildung 6.3 eingeordnet. Quadrate kennzeichnen die Leiteinwirkung Temperatur, Kreise die Leiteinwirkung Schnee bzw. Wind. Bei letzterer wurde unterschieden, ob sie infolge des Stützmoments (M_S) oder infolge der Zwischenauflagerkraft (R) auftraten. Maßgebende Leiteinwirkungen sind infolge des größeren Stützmoments blau und infolge der größeren Zwischenauflagerkraft rot gefärbt. Für alle eventuell maßgebenden Leiteinwirkungen wurde die Farbe orange gewählt. Zum Vergleich sind die im Rahmen von Zulassungsversuchen üblichen Ersatzträgerlängen als rote Linien abgebildet, deren Größe sich indirekt aus den Vorgaben nach DIN EN 14509 ergibt. Für weitere Angaben bezüglich der normativen Vorgaben wird auf Abschnitt 5.2 verwiesen.

Die wichtigsten Erkenntnisse der Parameterstudie werden nachfolgend erläutert und zusammengefasst:

- Als Leiteinwirkung führen Temperaturlasten im Vergleich zu Wind bzw. Schnee zu höheren Ersatzträgerlängen. Werden nur Temperaturlasten als Leiteinwirkungen betrachtet, sind die größten auftretenden Ersatzträgerlängen von Dreifeldträgern deutlich höher als die von Zweifeldträgern. Beide Phänomene sind direkt auf die unterschiedlichen Momentenverläufe und zugehörigen Zwischenauflagerkräfte zwischen Temperatur- und Gleichlasten zurückzuführen.
- Mit zunehmender Sandwichsteifigkeit reduziert sich für Wandelemente die Anzahl an Kombinationen, bei denen Wind bzw. Schnee als Leiteinwirkung maßgebend bzw. eventuell maßgebend wird. Dieser Effekt tritt auf, da die Temperaturlasten in den meisten Fällen ohnehin zum höheren Stützmoment führen und sich das Stützmoment bei steigender Elementsteifigkeit unter Temperaturbeanspruchung stärker als unter Windbeanspruchung erhöht. Bei Dachelementen ist dieser Effekt nicht vorhanden, da zum einen die Schneelasten im Vergleich zu den Windlasten deutlich höher sind und bei Temperatur als Leiteinwirkung die Schneelasten zu null werden. Letzteres ist auch der Grund, warum bei Dachelementen deutlich weniger Punkte für Temperatur als Leiteinwirkung auftreten. Da die Höhe der Schneelast für die Leiteinwirkung Temperatur ohne Belang ist, stellen entsprechend der gewählten fünf Stützweiten fünf verschiedene äquivalente Ersatzträgerlängen die Obergrenze je Elementtyp dar.
- Bei Betrachtung der Bandbreite an Ersatzträgerlängen eines Elementtyps fällt auf, dass es bei Dachelementen vermehrt zu größeren Lücken innerhalb der Bandbreite möglicher Längen kommt. Die Größe der Lücken verringert sich deutlich, wenn sich die Ergebnisse für Zwei- und Dreifeldträger in einem Diagramm vorgestellt werden. Würden zudem feinere Abstufungen der Stützweiten und Lasten sowie andere statische Systeme (z. B.

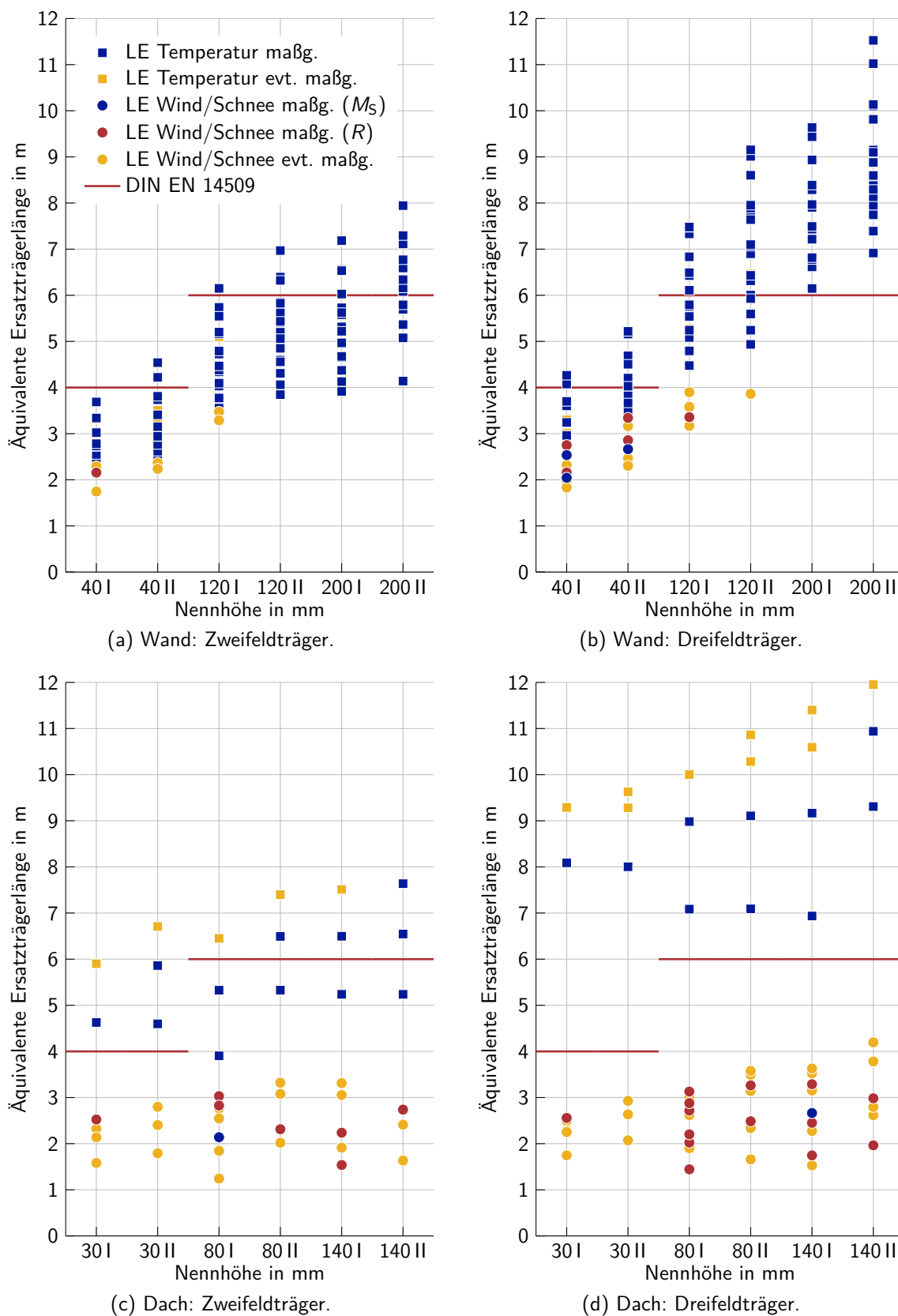


Abbildung 6.4: Äquivalente Ersatzträgerlängen in Abhängigkeit von der Nennhöhe (angegeben als durchgehende Elementdicke). Elemente I mit $t_{\text{nom}1/2} = 0,55 / 0,45$ mm und Elemente II mit $t_{\text{nom}1/2} = 0,75 / 0,70$ mm.

Systeme mit ungleichen Stützweiten oder Systeme mit mehr als drei Feldern) gewählt, reduzierten sich die Abstände zwischen den Punkten abermals.

- Werden die Ergebnisse für Zwei- und Dreifeldträger je Nennhöhe zusammengefasst, ergeben sich auf Dezimeter gerundet folgende Bandbreiten möglicher Ersatzträgerlängen:

Wandelemente	Dachelemente
40 mm: 1,70 m bis 5,20 m	30 mm: 1,60 m bis 9,60 m
120 mm: 3,20 m bis 9,20 m	80 mm: 1,20 m bis 10,90 m
200 mm: 3,90 m bis 11,50 m	140 mm: 1,50 m bis 12,00 m

Es ist zu erkennen, dass die Spanne der Ersatzträgerlängen mit der Nennhöhe ansteigt. Bei Wandelementen steigen sowohl Unter- als auch Obergrenze der Bandbreite an. Bei Dachelementen ist die Untergrenze etwa konstant, während die Obergrenze zunimmt. Die Vergrößerung der Grenzen ist, wie bereits erwähnt, direkt auf die Schnittgrößen infolge von Temperaturbeanspruchung zurückzuführen. Die annähernd konstant bleibende Untergrenze für Dachelemente liegt in den Schneelasten begründet, die im Vergleich zu den Windlasten deutlich höhere Werte annehmen. Zusätzlich sorgt die Kombinationsregel, dass Schneelasten als Leiteinwirkung nur mit dem halben Temperaturunterschied überlagert werden müssen, zu einer größeren Anzahl von Fällen, in denen Schnee als Leiteinwirkung maßgebend bzw. eventuell maßgebend wird.

- Im Gegensatz zu DIN EN 14509 wurden Werte aufgrund ihrer hohen Zwischenauflegerkraft als maßgebend bzw. eventuell maßgebend klassifiziert. Die Darstellung der Ergebnisse streng nach DIN EN 14509 ergibt sich näherungsweise, wenn alle gelben Kreise (●) und alle roten Kreise (●) weggelassen werden. Damit entfallen alle Punkte, für welche die Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee eventuell maßgebend oder maßgebend infolge von R ist. Der Einfluss der sich nach DIN EN 14509 zusätzlich ergebenden Punkte ist ohne Bedeutung, da sie die ermittelten Bereiche äquivalenter Ersatzträgerlängen nicht nennenswert beeinflussen. Damit sind bei Wandelementen die Unterschiede sehr begrenzt. Für Dachelemente dagegen entfallen streng nach DIN EN 14509 fast alle äquivalenten Ersatzträgerlängen unter 4 m. Die Validierung der eingeführten Grenzen η_3 und η_{10} ist demnach für das Ergebnis und alle daraus folgenden Schlüsse von entscheidender Bedeutung.
- Die im Regelfall punktuelle Festlegung der Spannweite nach DIN EN 14509 wird der Bandbreite möglicher Ersatzträgerlängen nicht gerecht. Sie bildet lediglich einen mittleren Wert ab und liegt in allen Fällen, in denen die berechnete äquivalente Ersatzträgerlänge darunter liegt, auf der unsicheren Seite. Auch unter Berücksichtigung, dass die Stützweiten zwischen 2 m und 4 m am häufigsten Verwendung finden, stellt sich kein grundlegend anderes Ergebnis dar. Die Kombinationen mit den jeweils minimalen und maximalen Stützweiten finden häufig keine Berücksichtigung, da für sie die Nachweisgrenzen zumeist nicht eingehalten sind. D.h., ihre Auslastung ist entweder zu gering oder zu hoch. Wie stark sich die aufgezeigte Unterschreitung der Ersatzträgerlänge nach DIN EN 14509 auf die gestörte Knitterspannung auswirken und inwiefern Überschreitungen wirtschaftliche Defizite zur Folge haben, ist zu überprüfen.
- Die Parameterstudie konzentrierte sich ausschließlich auf das Verhältnis zwischen Biegung und Querdruck, das aus realen Belastungssituationen infolge von Eigengewicht, Wind, Schnee oder Temperatur entsteht. Punktlasten aus externen Einflüssen, z. B. in Folge von Vorhangfassaden oder Solarzellen, wurden nicht abgedeckt. Führen die externen Einflüsse zu andrückenden Linienlasten in Querrichtung, sind sie durch die Parameterstudie ebenfalls abgedeckt, solange sie zu vergleichbaren M_S/R -Verhältnissen führen.

Abschließend sollen für drei Änderungen in den Eingangswerten die Auswirkungen auf die Ergebnisse besprochen werden. Erstens, falls für die untere Grenzauslastung der gestörten Knitterspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit anstelle von einem Drittel die Hälfte gewählt wird. Zweitens, falls für die Schubfestigkeit der Dachelemente mit $f_{Cv} = 0,11 \text{ N/mm}^2$ und $f_{CTv} = 0,06 \text{ N/mm}^2$ (statt $0,13 \text{ N/mm}^2$ respektive $0,07 \text{ N/mm}^2$) angenommen wird. Und drittens, sofern höhere Wind- und Schneelasten, namentlich $w_k = 1,30 \text{ kN/m}^2$ und $s_k = 4,50 \text{ kN/m}^2$, die in Deutschland örtlich sehr begrenzt auftreten, zusätzlich betrachtet werden. Bei der ersten Änderung steigt der minimale Grundwert der gestörten Knitterspannung von 45 N/mm^2 auf $62,5 \text{ N/mm}^2$ an. Für Wandelemente bleiben die Ergebnisse fast unverändert. Die einzige bemerkenswerte Änderung betrifft die Sandwichelemente mit 200 mm Nenndicke und den größeren Deckschichtdicken. Hierfür treten keine Längen unter 5,75 m auf. Die relevanten Änderungen für Dachelemente stellen sich wie folgt dar: Die äquivalenten Ersatzträgerlängen unter zwei Metern verschwinden. Zudem entfallen für die Leiteinwirkung Temperatur (■) die meisten mittleren Längen. Dies betrifft bei den Zweifeldträgern im Wesentlichen die Längen zwischen knapp 4 m und 5,50 m, bei den Dreifeldträgern die meisten zwischen knapp 7 m und etwas mehr als 9 m. Somit bleibt festzuhalten, dass die gewählte Untergrenze die Ergebnisse nur zu geringen Teilen beeinflusst. Es wird deutlich, dass die äquivalenten Ersatzträgerlängen unter zwei Metern bei Dachelementen nur bei sehr geringen gestörten Knitterspannungen auftreten. Die zweite Änderung der Eingangswerte bezüglich der Schubfestigkeit wird getrennt für Kurz- und Langzeitfestigkeit besprochen. Eine Verringerung der Kurzzeitfestigkeit von $f_{Cv} = 0,13 \text{ N/mm}^2$ auf $0,11 \text{ N/mm}^2$ hat gar keinen bzw. keinen entscheidenden Einfluss. Die Reduktion der Langzeitfestigkeit von $f_{CTv} = 0,07 \text{ N/mm}^2$ auf $0,06 \text{ N/mm}^2$ wirkt sich nicht nur auf die kleine und mittlere Nennhöhe aus. Vereinzelt Ersatzträgerlängen verschwinden aus dem Ergebnisdiagramm, ohne jedoch die gesamte Bandbreite möglicher Längen ausschlaggebend zu beeinflussen. Als dritte Änderung wird die Hinzunahme hoher Wind- und Schneelasten von $w_k = 1,30 \text{ kN/m}^2$ und $s_k = 4,50 \text{ kN/m}^2$ besprochen. Bei Wandelementen treten vermehrt Werte am unteren Grenzbereich auf, mit geringen bis moderaten Auswirkungen auf die Untergrenzen. So sinken die geringsten äquivalenten Ersatzträgerlängen bei 40 mm auf 1,60 m, bei 120 mm auf 2,70 m und bei 200 mm auf 3,50 m. Für die Dachelemente betreffen die Änderungen nicht alle betrachteten Nenndicken. Bei 30 mm Elementdicke ändert sich nichts, da bei allen Spannweiten die Nachweisgrenzen nicht eingehalten werden. Bei den beiden höheren Elementdicken sinkt die Untergrenze auf 1,10 m (80 mm Nenndicke) bzw. 1,30 m (140 mm Nenndicke). Die Auswirkungen aller drei Änderungen zusammengefasst, hätten die veränderten Eingangswerte zu keiner anderen Gesamtaussage geführt.

6.2 Grenzbetrachtung anhand ausgewählter Bauteile aus bauaufsichtlichen Zulassungen

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Nachweise nach DIN EN 14509 geführt. Wie in Abschnitt 5.2.1 erwähnt, führen bauaufsichtliche Zulassungen in Deutschland dazu, dass der Nachweis der Zwischenauflegerkraft mit der Kontaktpressung geführt wird:

$$\sigma_{Cc} = \frac{F}{L_S B} \quad (5.6)$$

Die so bestimmte Kontaktpressung darf im Ersatzträgerversuch nach DIN EN 14509 maximal die Druckfestigkeit f_{Cc} erreichen (siehe Abschnitt 5.2.2). Wird die Druckfestigkeit nicht als Obergrenze für die Kontaktpressung aufgefasst, sondern möglichst exakt im Ersatzträgerversuch erreicht, ergibt sich unter diesem Grenzfall ein Nachweisverfahren auf der sicheren Seite.⁶ Die maximal zugelassene Zwischenauflegerkraft liegt damit im Ersatzträgerversuch vor, was dem ungünstigsten Anwendungsfall entspricht. Der so bestimmte Biege­widerstand wird demnach automatisch zur Untergrenze. Die Ersatzträgerlänge für Wandelemente, die sich aus dem dargelegten Grenzfall ergibt, lässt sich mit folgender Betrachtung berechnen: Im Ersatzträgerversuch müssen zum einen die gestörte Knitterspannung und zum anderen die Kontaktpressung vollständig erreicht werden. Die Spannung am simulierten Mittelaufleger entspricht demnach der gestörten Knitterspannung:

$$\sigma_{F2} = \frac{M}{e \cdot B \cdot t_2} = \frac{R \cdot L_{EST}}{4 \cdot e \cdot B \cdot t_2} \stackrel{!}{=} \sigma_{w,red} \quad (6.5)$$

Die simulierte Mittelauflegerkraft bei vollständiger Kontaktpressung ergibt sich zu:

$$R \stackrel{!}{=} B \cdot L_S \cdot f_{Cc} \quad (6.6)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (6.6) in (6.5) lässt sich nach der gesuchten Ersatzträgerlänge auflösen:

$$L_{EST} = \frac{4 \cdot \sigma_{w,red} \cdot e \cdot t_2}{L_S \cdot f_{Cc}} \quad (6.7)$$

Das Nachweisverfahren gemäß aktuellen bauaufsichtlichen Zulassungen (z. B. Z-10.49-512:2013-08-05) sieht theoretisch vor, dass der Nachweis der gestörten Knitterspannung am Zwischenaufleger im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit geführt wird. Hingegen ist der Nachweis der Druckauflagertragfähigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu führen.⁷ Der aufgezeigte Grenzfall ist jedoch nur dann sinnvoll, wenn sowohl die gestörte Knitterspannung als auch die Druckauflagertragfähigkeit im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit nachgewiesen werden. Schließlich wechselt für den Grenzzustand der Tragfähigkeit das System eines Durchlaufträgers zu dem einer Einfeldträgerkette und das Knitterversagen ist bereits eingetreten. Daher wird nachfolgend angenommen, dass entsprechend gängiger Berechnungsbeispiele (z. B. Berner und Raabe 2006; Lange und Berner 2010) der Druckauflagernachweis mit der Kontaktpressung nach Gleichung (5.6) im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit geführt wird. Dies entspricht auch der in Abschnitt 5.2.1 vermuteten Intention aktueller bauaufsichtlicher Zulassungen. Mit dieser Annahme soll nun überprüft werden, ob bei real verfügbaren Sandwichelementen der oben beschriebene Grenzfall eingehalten ist. Ist er eingehalten, müssen sich abhängig von der Kerndicke Ersatzträgerlängen einstellen, die denen aus Zulassungsversuchen entsprechen. Diese orientieren sich i. d. R. an Tabelle 4.1 und liegen zumeist zwischen 4 m (bei dünnen Kerndicken) und 6 m (bei dicken Kerndicken). Die mit Gleichung (6.7) berechneten Werte real verfügbarer Sandwichelemente werden die tatsächlichen Längen aus den Versuchen nicht exakt erreichen: Einerseits ist die Druckfestigkeit des Kerns bei der Planung der Ersatzträgerversuche normalerweise nur näherungsweise bekannt. Andererseits werden für Zulassungsversuche aus praktischen Gründen Bauteillängen in Ein-Meter-Stückelung

⁶Dazu passend fordern Lange und Berner bezüglich der Spannweite im Ersatzträgerversuch: „Die Länge sollte so gewählt werden, dass bei Versagen des inneren Deckblechs auch die Druckfestigkeit im Kern über dem Innenaufleger erreicht wird [...]“ (Lange und Berner 2010, S. 652)

⁷Wie in Abschnitt 5.2.1 erläutert, wurde in früheren Zulassungen der Druckauflagernachweis sowohl im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit geführt.

verwendet. Zudem beruhen die angegebenen Versuchslängen auf Erfahrungswerten und stellen nicht unbedingt die Längen dar, die tatsächlich im Zulassungsversuch vorlagen. Demzufolge werden Abweichungen von $\pm 0,50$ bis 1 m von den Versuchslängen als Einhaltung des Grenzfalls angesehen. Bewegen sich die berechneten Ersatzträgerlängen in diesem Rahmen, sind die Auswirkungen auf die gestörte Knitterspannung als vernachlässigbar klein zu betrachten.⁸

Zur Überprüfung wurden exemplarisch Sandwichwandelemente aus den Zulassungen (Z-10.49-512:2013-08-05) und (Z-10.4-540:2015-10-01) herausgegriffen. Die daraus entnommenen Kennwerte und die sich damit ergebenden Ersatzträgerlängen nach Gleichung (6.7) sind in Tabelle 6.3 dargestellt. Die Sicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite für die gestörte Knitterspannung und die Kerndruckfestigkeit sowie die Abminderungsfaktoren der gestörten Knitterspannung bei großer Blechdicke wurden entsprechend den Zulassungen angesetzt. Weitere Berechnungen mit anderen Kerndicken, Schaumsystemen und demnach anderen gestörten Knitterspannungswerten führten zu ähnlichen Ergebnissen. Sie werden daher an dieser Stelle nicht explizit aufgeführt. Zur Bewertung der Ergebnisse ist zu erwähnen, dass entgegen der Angaben in den Tabellen Zulassungsversuche bei 60 mm durchgehender Kerndicke teilweise mit 4 m langen Elementen und bei 200 mm durchgehender Kerndicke auch mit 7 m langen Elementen durchgeführt werden. Die Ergebnisse zeigen, dass der vorausgesetzte Grenzfall auch unter Einbezug der Toleranzgrenze für die Mehrzahl der betrachteten Kombinationen nicht zutrifft. Tendenziell wäre bei dünnen und mittleren Kernschichten eine geringere Ersatzträgerlänge im Versuch notwendig. Am ehesten wird bei Kernschichten großer Dicke mit dem Ersatzträgerversuch der Grenzfall erreicht.

Für die wenigen Fälle, in denen die berechnete Länge (L_{EST}) die Versuchslänge ($L_{EST, Versuch}$) überschreitet, liefert der Ersatzträgerversuch konservative Ergebnisse. In diesen Fällen ist die Druckkraft R im Versuch größer, als sie durch das Nachweisformat, also die Begrenzung der Kontaktpressung nach Gleichung (5.6) auf die Druckfestigkeit f_{Cc} , werden kann. Das damit verbundene wirtschaftliche Defizit ist wegen der kleinen Anzahl an Fällen und der geringen Überschreitungen unbedeutend. Die zu Beginn dieses Abschnitts erwähnte Forderung aus DIN EN 14509, dass im Ersatzträgerversuch die Kontaktpressung f_{Cc} nicht überschreiten darf, wird demnach i. d. R. eingehalten. In den Fällen, in denen die berechneten Ersatzträgerlängen die Versuchslängen unterschreiten, liegt der Ersatzträgerversuch allgemein betrachtet auf der unsicheren Seite. Oder anders ausgedrückt: Die Druckkraft R darf durch das Nachweisformat größere Werte annehmen, als im Ersatzträgerversuch vorlagen. Der eingangs angenommene Grenzfall ist in der Mehrzahl der betrachteten Fälle offensichtlich nicht eingehalten. Die Unterschiede zwischen theoretisch notwendiger und tatsächlich im Versuch vorliegender Länge sind so groß, dass ein erhebliches Sicherheitsdefizit vorliegen kann. Tatsächlich tritt es in der Praxis nur in den Fällen auf, in denen die Zwischenauflegerkraft R größer als im Versuch ist. Dies hängt in großem Maße vom statischen System und der einwirkenden Belastung ab. Im Vergleich zu den Ersatzträgerlängen aus der Parameterstudie des vorangegangenen Abschnitts fällt auf, dass sich durch die Grenzbetrachtung tendenziell eher geringere Ersatzträgerlängen ergeben. Dies ist unmittelbar auf den Nachweis der Druckauflagertragfähigkeit zurückzuführen. Zum einen wurde dieser in der Parameterstudie im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

⁸Diese Vernachlässigung der Auswirkungen bei den angegebenen Abweichungen beruhen auf Erfahrungswerten. Mit kürzer werdender Ersatzträgerlänge ist eher die Untergrenze der angegebenen Bandbreite zutreffend. Es sei vorweggenommen, dass die in den Abschnitten 7.1.4 und 7.2.5 vorgestellten Versuchsergebnisse die Erfahrungswerte bestätigen können.

Tabelle 6.3: Vergleich der berechneten Ersatzträgerlängen nach Gleichung (6.7) mit typischen Längen in Zulassungsversuchen. Die Lasteinleitungslänge wurde mit $L_S = 60$ mm angenommen.

(a) Für Sandwichelemente nach der Zulassung Z-10.49-512:2013-08-05, ebene Deckschicht.

e in mm	t in mm	f_{Cc}/γ_M in N/mm ²	$\sigma_{w,red}/\gamma_M$ in N/mm ²	L_{EST} in mm	$L_{EST,Versuch}$ in mm
40	0,36	0,120	105	840	≈ 4000
40	0,56	0,120	105	1306	≈ 4000
40	0,71	0,120	105	1656	≈ 4000
80	0,36	0,120	97	1553	≈ 5000
80	0,56	0,120	97	2415	≈ 5000
80	0,71	0,120	97	3062	≈ 5000
120	0,36	0,120	92	2202	≈ 6000
120	0,56	0,120	92	3425	≈ 6000
120	0,71	0,120	92	4343	≈ 6000

(b) Für Sandwichelemente nach der Zulassung Z-10.49-512:2013-08-05, linierte Deckschicht Typ L.

e in mm	t in mm	f_{Cc}/γ_M in N/mm ²	$\sigma_{w,red}/\gamma_M$ in N/mm ²	L_{EST} in mm	$L_{EST,Versuch}$ in mm
60	0,36	0,102	107	1514	≈ 5000
60	0,56	0,102	107	2355	≈ 5000
60	0,71	0,102	80	2239	≈ 5000
150	0,36	0,102	113	4004	≈ 6000
150	0,56	0,102	113	6228	≈ 6000
150	0,71	0,102	85	5922	≈ 6000
200	0,36	0,102	95	4462	≈ 6000
200	0,56	0,102	95	6942	≈ 6000
200	0,71	0,102	71	6601	≈ 6000

(c) Für Sandwichelemente nach der Zulassung Z-10.4-540:2015-10-01, Schaumsystem FTS 01 bis 03, linierte Deckschicht Typ L1.

e in mm	t in mm	f_{Cc}/γ_M in N/mm ²	$\sigma_{w,red}/\gamma_M$ in N/mm ²	L_{EST} in mm	$L_{EST,Versuch}$ in mm
40	0,36	0,073	116	1527	≈ 4000
40	0,59	0,073	111	2403	≈ 4000
40	0,96	0,073	84	2973	≈ 4000
80	0,36	0,091	103	2174	≈ 5000
80	0,59	0,091	99	3421	≈ 5000
80	0,96	0,091	75	4232	≈ 5000
120	0,36	0,082	75	2623	≈ 6000
120	0,59	0,082	72	4126	≈ 6000
120	0,96	0,082	54	5106	≈ 6000

entsprechend DIN EN 14509 nicht geführt. Zum anderen müssen in realen Systemen nicht so große Zwischenauflegerkräfte auftreten, wie durch den angenommenen Grenzfall vorgesehen. Beide Effekte wirken in dieselbe Richtung und erklären die größeren Längen in der Parameterstudie. Somit können die Ergebnisse der Grenzfallbetrachtung die Parameterstudie aus Abschnitt 6.1.4 prinzipiell bestätigen.

6.3 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Nachfolgend werden die wesentlichen Erkenntnisse dieses Kapitels einschließlich der daraus zu ziehenden Schlussfolgerungen aufgelistet.

- Die im Rahmen von Kurpiela (2013) durchgeführte Befragung zeigte, dass Sandwichelemente sowohl für den Wand- als auch für den Dacheinsatz in Deutschland bevorzugt mehrfeldrig verlegt werden. Die Stützweiten variieren normalerweise zwischen 1 m und 6 m, wobei mittlere Stützweiten von 2 m bis 4 m am häufigsten Verwendung finden.
- Die Parameterstudie hatte zum Ziel, eine sehr große Bandbreite an Sandwichelementen zu berücksichtigen, um für diese realistische Verhältnisse zwischen Stützmoment und zugehöriger andrückender Zwischenauflegerkraft zu ermitteln. Daher wurden sowohl Sandwichelemente mit sehr geringer (Grundwert 45 N/mm^2) als auch sehr hoher gestörter Knitterspannung (Grundwert 135 N/mm^2) betrachtet. Des Weiteren wurden die Windlasten für Wandelemente zwischen $0,50 \text{ kN/m}^2$ und $0,95 \text{ kN/m}^2$ variiert. Die Schneelasten für Dachelemente wurden zwischen $0,65 \text{ kN/m}^2$ und $3,05 \text{ kN/m}^2$ angenommen. Beide Lasten wurden mit dem Wintertemperaturlastfall von -40 K (bzw. -20 K bei Schnee) kombiniert. Für Wandelemente wurde die Spannweite von 2 m bis 6 m und für Dachelemente von 1 m bis 5 m jeweils in Meter-Schritten verändert. Alle Variationen wurden für drei Elementdicken mit jeweils zwei verschiedenen Deckschichtdicken vorgenommen.
- Die Nachweisführung und die Sicherheitsbeiwerte wurden weitgehend aus DIN EN 14509 entnommen. Zusätzlich wurden Kombinationen betrachtet, die bei geringerem Stützmoment die deutlich höhere zugehörige Zwischenauflegerkraft aufweisen. Dadurch werden insbesondere bei Dachelementen die Ergebnisse stark beeinflusst. Die dazu eingeführten Grenzwerte sind demnach zwingend zu validieren. Zur besseren Vergleichbarkeit mit bisher durchgeführten Versuchen wurden die Ergebnisse in äquivalente Ersatzträgerlängen umgerechnet.
- Die Ergebnisse zeigen für Wand- und Dachelemente ein unterschiedliches Bild. Bei Wandelementen dominieren mit ansteigender Elementsteifigkeit die Temperaturlasten zunehmend über die Windlasten. Damit steigen sowohl die Ober- als auch die Untergrenze der äquivalenten Ersatzträgerlänge an. Bei Dachelementen trifft dies nur für die Obergrenze zu. Aufgrund der im Vergleich zu den Windlasten deutlich höheren Schneelasten und der sich unterscheidenden Kombinationsvorschrift bleibt die Untergrenze für Dachelemente annähernd konstant.
- Eine feste Ersatzträgerlänge ist für ein einzelnes Sandwichelement unrealistisch. Vielmehr stellt sich eine Bandbreite von möglichen Ersatzträgerlängen ein, die sich über mehrere Meter erstreckt. Die auf DIN EN 14509 zurückzuführende Ersatzträgerlänge liegt etwa in der Mitte der auftretenden Bandbreite. Sowohl für Wand- als auch für Dachelemente traten äquivalente Ersatzträgerlängen unter 2 m auf, was deutlich unterhalb der Vorgaben aus DIN EN 14509 liegt. Während für Wandelemente sehr kurze Ersatzträgerlängen nur

bei der geringsten Kerndicke beobachtet wurden, war dies bei den Dachelementen für alle betrachteten Kerndicken der Fall. Wie stark sich die Unterschiede zwischen Parameterstudie und DIN EN 14509 auf die tatsächlichen Werte der gestörten Knitterspannung auswirken, also welche Relevanz sie haben, ist bisher ungeklärt und bedarf weiterer Untersuchungen.

- Im Rahmen einer Grenzbetrachtung wurde untersucht, ob das Vorgehen nach aktuellen bauaufsichtlichen Zulassungen automatisch auf der sicheren Seite liegt. Mit Werkstoffkennwerten aus Zulassungen ist dies zumeist nicht der Fall. Bei kleinen, mittleren und z. T. bei großen Kerndicken kann für die Praxis ein Sicherheitsdefizit bestehen. Die Grenzfallbetrachtung kann die Ergebnisse der Parameterstudie grundsätzlich bestätigen.

7 Versuche zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck

In Kapitel 5 wurden die bisherigen Forschungsergebnisse zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck analysiert. Dabei wurde herausgearbeitet, dass große Teile der vorhandenen Versuchsbasis aufgrund unvollständiger Dokumentation oder des in dieser Arbeit nicht näher betrachteten Kernmaterials Mineralwolle nicht weiter verwendet werden können. Auffällig war, dass Dachelemente keine Berücksichtigung fanden und nur wenige Zweifeldträgerversuche die Berechtigung des Ersatzträgerversuchs überprüften¹. Der Einfluss von Spannweite und Lasteinleitungslänge wurde ausschließlich mit kurzen Spannweiten von ca. 2 m oder weniger untersucht. Bezüglich der Lasteinleitungslänge wurde festgestellt, dass kein einheitliches Konzept zur Berücksichtigung großer Auflagerbreiten existiert. Im vorangegangenen Kapitel wurde deutlich, dass Ersatzträgerlängen realistischerweise eine große Bandbreite einnehmen sollten. Es wurde jedoch keine Aussage getroffen, wie stark die Ersatzträgerlänge die gestörte Knitterspannung beeinflusst. Ziel dieses Kapitels ist demnach, eine Versuchsbasis zu schaffen, die die aufgeführten Unsicherheiten beseitigt. Die Versuchsbasis soll außerdem dazu dienen, die verschiedenen Ansätze miteinander vergleichen und gegebenenfalls einen neuen Ansatz entwickeln zu können. Zur Erreichung des Ziels wurden zwei umfangreiche Versuchsserien durchgeführt. Sie enthalten jeweils Ersatz- und Zweifeldträgerversuche und berücksichtigen die Einflüsse der Lasteinleitungslänge sowie der Spannweite. In beiden Serien wurden ausschließlich Elemente derselben Charge verwendet, womit sichergestellt ist, dass die Elementeneigenschaften in allen Versuchen annähernd gleich sind. Um die Versuchsbasis auszuweiten, wurden zudem alle am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt durchgeführten Zulassungsversuche zwischen 2009 und 2016 einbezogen, die neben dem Ersatzträgerversuch auch den Knitterspannungsversuch enthielten. Anhand dieser Versuche werden sowohl die Ansätze zur Berücksichtigung der Linierung aus Kapitel 4 als auch die zur Tragfähigkeit bei Biegung und Querdruck aus Kapitel 5 überprüft. Zudem bilden sie die Basis für die numerischen Untersuchungen in Kapitel 8.

7.1 Versuchsserie 1: Elemente mit 80 mm durchgehender Kerndicke

Die erste Versuchsserie wurde an Elementen mit einer nominellen, durchgehenden Kerndicke von 80 mm durchgeführt und liegt damit im mittleren Bereich der gebräuchlichen Kerndicken. Neben der durchgehenden Kerndicke ist die Durchführung der Zweifeldträgerversuche der maßgebende Unterschied zwischen beiden Versuchsserien. In der ersten

¹Im Rahmen des easie-Projekts wurden weitere Zweifeldträgerversuche in großer Anzahl durchgeführt (z. B. Käpplein und Misiek 2010). Vergleichende Ersatzträgerversuche waren jedoch nicht Gegenstand der Untersuchung.

Versuchsserie wurden die Zweifeldträger nur durch äußere Lasten beansprucht, wodurch sich ein vergleichsweise einfacher Aufbau ergab, der jedoch ein geringes Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und Mittelauflegerkraft zur Folge hatte. Die Zweifeldträgerversuche bilden mit den Ersatzträgerversuchen den Kern der Versuchsserie. Die nachfolgenden Abschnitte geben einen Überblick über die durchgeführten Variationen und die gewonnenen Erkenntnisse. Die vorgestellte Versuchsserie wurde bereits in Nelke und Lange (2014) und Nelke und Lange (2015) veröffentlicht. Teile der Beschreibungen dieses Abschnitts orientieren sich an den angegebenen Quellen. Der Einfachheit und Übersichtlichkeit halber wurde auf explizite Verweise verzichtet. Aus denselben Gründen wird vereinbart, dass auf eine gesonderte Kennzeichnung der Zugehörigkeit zur ersten Versuchsserie verzichtet wird. Demzufolge sind alle Abbildungen und Tabellen in Abschnitt 7.1 der ersten Versuchsserie zuzuordnen.

7.1.1 Versuchsbeschreibung

Die Versuche wurden an Wand- und Dachelemente der Fischer Profil GmbH durchgeführt. Für die Wandelemente wurden Sandwichelemente mit beidseitig linierten Deckschichten verwendet. Die Dachelemente waren innen liniert und außen dachprofiliert. Die wesentlichen mechanischen und geometrischen Eigenschaften der Elemente sind in Tabelle 7.1 aufgeführt. Eine ausführliche Auflistung weiterer Eigenschaften und Details ist dem Anhang B, Tabelle B.1, S. 237 ff., zu entnehmen.

Tabelle 7.2 gibt einen Überblick über die durchgeführten Bauteilversuche und ihre Versagensmodi. In allen Versuchen war entsprechend der planmäßigen Verwendung die innere Deckschicht unter Druckbeanspruchung am (simulierten) Mittelaufleger. Für die Lasteinleitung wurden zwei verschiedene Längen betrachtet, 60 mm und 200 mm. Die kürzere entspricht den Vorgaben von DIN EN 14509, Abschnitt A.7.2. Die längere repräsentiert breite Auflager aus Walz- oder Holzprofilen oder Stahlbetonunterkonstruktionen. Die Länge im Ersatzträgerversuch wurde in drei Stufen variiert. Um mit der verfügbaren Anzahl an Elementen möglichst viele Versuche durchführen zu können, wurden wenig beanspruchte Teile bereits getesteter Elemente wiederverwendet. Die größte Spannweite liegt mit 5900 mm nahe an der in Abschnitt 6.1.4 ermittelte Obergrenze für Wandelemente, sofern die Ergebnisse für 40 mm und 120 mm durchgehende Kerndicke linear interpoliert werden. 2500 mm als Spannweite orientieren sich an der ebenfalls durch Interpolation bestimmten Untergrenze. Die kleinste Länge mit 1000 mm (Wand) bzw. 1100 mm (Dach) orientiert sich an der Untergrenze für Dachelemente. Sie wurde zudem so gewählt, dass sie in etwa dem Verhältnis zwischen Stützmoment und Zwischenauflegerkraft entspricht, das in den zugehörigen Zweifeldträgerversuchen auftrat (siehe Tabelle 7.3). Dies ermöglicht Ersatz- und Zweifeldträgerversuch miteinander zu vergleichen. Die Zweifeldträger wurden mit der maximal verfügbaren Länge und einem vergleichsweise einfachen Versuchsaufbau durchgeführt. Dafür wurde hingenommen, dass die dazugehörige Ersatzträgerlänge für Wandelemente die in Abschnitt 6.1.4 aufgeführten Grenzwerte realistischer Systeme unterschreitet. Zu Vergleichszwecken wurde die ungestörte Knitterspannung der in den Ersatz- und Zweifeldträger gedrückten Deckschicht ermittelt.

Alle Bauteil- und Kleinteilversuche wurden – soweit möglich – nach den Vorgaben von DIN

Tabelle 7.1: Ausgewählte Eigenschaften (Mittelwerte) der Sandwichelemente.

	E_{Ct} in N/mm ²	E_{Cc} in N/mm ²	G_C in N/mm ²	f_{Ct} in N/mm ²	f_{Cc} in N/mm ²	f_{Cv} in N/mm ²	t_1 in mm	t_2 in mm	e in mm
Wand	6,86	4,12	3,87	0,162	0,142	0,165	0,490	0,457	76,9
Dach	6,23	4,82	3,83	0,159	0,154	0,156	0,480	0,387	88,3

Tabelle 7.2: Übersicht über das Testprogramm und die Versagensmodi.

Versuch	L in mm	Test Nr.	Elementtyp	L_s in mm	Anzahl	1. Versagen	2. Versagen
Ersatzträger	5900	1-W_1	Wand	60	3	a	–
		1-W_2		200	2	a	–
		1-D_1	Dach	60	2	a	–
		1-D_2		200	2	a	–
Ersatzträger	2500	1-W_3	Wand	60	3	a/c ¹	–
		1-W_4		200	2	a	–
		1-D_3	Dach	60	2	a/f ¹	–
		1-D_4		200	2	a	–
Ersatzträger	1000	1-W_7	Wand	60	3	d ¹	–
		1-W_8		200	3	a ¹	–
	1100	1-D_7	Dach	60	3	d	–
		1-D_8		200	3	a	–
Zweifeldträger	2×2950	1-W_9	Wand	60	3	d	2×b, 1×e ²
		1-W_10		200	3	b	–
		1-D_9	Dach	60	3	d	e
		1-D_10		200	3	a ³	e ³
Einfeldträger	5900	1-W_11	Wand	–	1 ⁴	a	–
		1-D_11	Dach	–	2	a	–

¹ Versagensmodus nicht eindeutig.

² Lastanordnung leicht verändert.

³ Versagensreihenfolge unsicher, da Versagen kurz nacheinander.

⁴ Element leicht vorgeschädigt. Knitterfalte durchlief eine der Eindrückungen.

Versagen a: Knittern am (simulierten) Mittelaufleger.

Versagen b: Schubversagen am Mittelaufleger.

Versagen c: Delamination der Deckschicht in der Nähe des (simulierten) Mittelauflegers (ohne Knick).

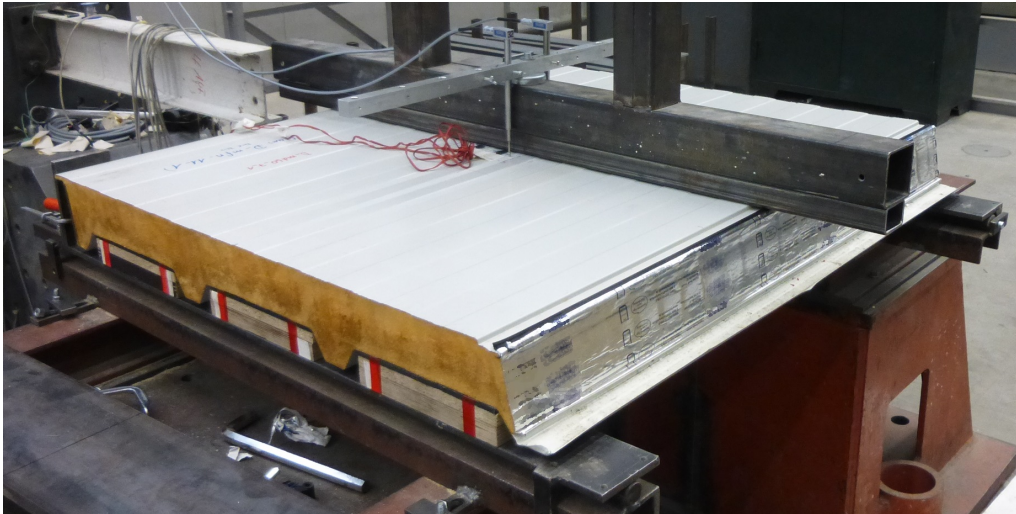
Versagen d: Druckversagen des Kerns am (simulierten) Mittelaufleger.

Versagen e: Nur bei Zweifeldträgern: Knittern im Feld.

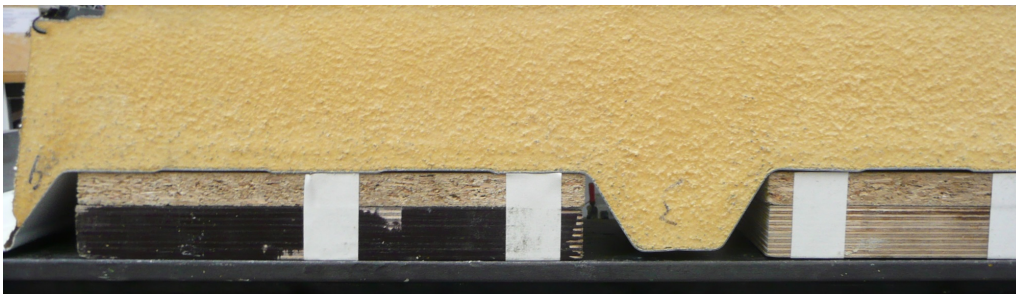
Versagen f: Eindrückung an einer der Seiten des (simulierten) Mittelauflegers.

Tabelle 7.3: Zusammenhang zwischen Spannweite im Versuch und dem Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft. Berechnung nach der Sandwichtheorie unter Abbildung der (simulierten) Mittelauflegerkraft als Einzellast bzw. -lager unter Vernachlässigung des Eigengewichts.

	M_S/R	L	Ersatzträger				Zweifeldträger
			5900 mm	2500 mm	1100 mm	1000 mm	2 × 2950 mm
Wand	M_S/R	in mm	1475	625	–	250	256
Dach	M_S/R	in mm	1240	450	130	–	139



(a) Ausführung mit $L = 1100 \text{ mm}$, $L_S = 60 \text{ mm}$ Auflagerbreite und Dachelement.



(b) Endauflager, Ausführung mit Dachelement.

Abbildung 7.1: Versuchsaufbau im Ersatzträgerversuch.

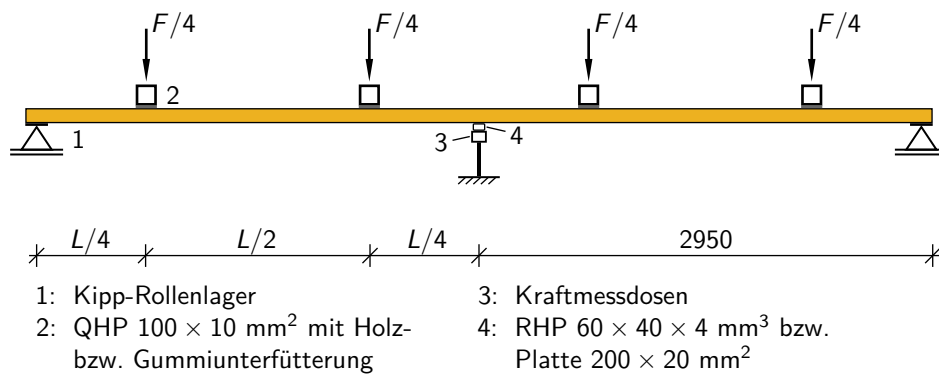


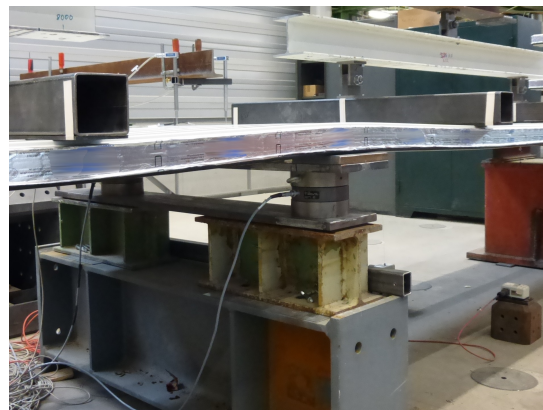
Abbildung 7.2: Schematische Darstellung der Zweifeldträgerversuche.



(a) Versuchsaufbau, Ausführung mit Dachelement.



(b) Mittelauflagerausführung, 60 mm Auflagerbreite.



(c) Mittelauflagerausführung, 200 mm Auflagerbreite.

Abbildung 7.3: Versuchsaufbau im Zweifeldträgerversuch.

EN 14509 durchgeführt und ausgewertet.² Für die Versuche, die nicht in DIN EN 14509 enthalten sind, dienten die Prinzipien aus DIN EN 14509 als Orientierung. Der schematische Versuchsaufbau der Ersatzträgerversuche entspricht Abbildung 5.2. In Abbildung 7.1 ist die Umsetzung im Versuchslabor dargestellt. Für die Zweifeldträger wurde der in den Abbildungen 7.2 und 7.3a dargestellte Versuchsaufbau gewählt. Nur in einem Versuch (1-W_9.2) wurde die Lastanordnung minimal geändert, um Schubversagen zu vermeiden. Die Lasteinleitung wurde bewusst auf zwei Linienlasten je Feld reduziert, um eine direkte Krafteinleitung in das Mittelauflager zu vermeiden. Neben der Mittelauflegerkraft wurden die Wege in den Feldern jeweils an beiden Seiten gemessen. Das Mittelauflager wurde über ein Rechteckhohlprofil ($60 \times 40 \times 4 \text{ mm}^3$) bzw. zwei übereinander liegende Platten ($200 \times 20 \text{ mm}^2$) hergestellt, die zwischen den beiden Kraftmessdosen über ca. 70 cm als Einfeldträger in Querrichtung spannten (siehe Abbildungen 7.3b und 7.3c). Dieser Aufbau erwies sich im Nachhinein als zu weich. Die berechnete Eigenverformung des Hohlprofils bzw. der Platten betrug etwa 0,4 mm bzw. 0,8 mm bei 10 kN Mittelauflegerkraft und war damit zu hoch, um die Eindrückung am Mittelauflager noch korrekt zu erfassen. Im Ersatzträgerversuch war es geplant, die Eindrückung über Differenzbildung der Zylinderdeformation und der gemessenen Verformung in Feldmitte zu bestimmen. Im Nachhinein stellten sich die verwendeten Seilwegaufnehmer als zu ungenau und die Verformung der Kragarmkonstruktion der Zylinderaufhängung (dieselbe wie in Abbildung 7.3a) als nicht vernachlässigbar heraus. Dies hatte zur Folge, dass bei den Ersatzträgerversuchen die gemessene Eindrückung ebenfalls nicht verwendet werden konnte.

7.1.2 Untersuchung von Orthotropie und Inhomogenität des Kerns

In den Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 wurde deutlich gemacht, welchen Einfluss die Kernschicht auf die Knitterspannung nehmen kann. Aus diesem Grund wurde der E-Modul des Kerns in Längsrichtung (x -Richtung) und über verschiedene Schichtdicken quer zur Elementebene (z -Richtung) überprüft. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.4 aufgeführt. Zusätzlich ist die Standardabweichung angegeben, für die die Abkürzung s mit zugehörigem Index gewählt wurde. Für die E-Moduln in Längsrichtung war eine deutliche Erhöhung im Vergleich zur Querrichtung erwartet worden. In Abschnitt 4.1.2 wurde bei der Auswertung für Knitterspannung bei orthotroper Kernschicht als realistischer Wert der Faktor drei angenommen, der Hassinen und Misiek (2012) entnommen worden war. Dieser Faktor konnte für die Wandelemente nicht, für die Dachelemente jedoch annähernd bestätigt werden. Werden für die Wandelemente die E-Moduln für Zug und Druck in Längsrichtung gemittelt, liegen sie um den Faktor 1,3 höher als die gemittelten E-Moduln auf Querdruck bzw. -zug. Für die Dachelemente hingegen stellt sich ein Erhöhungsfaktor von 2,5 ein. Die Festigkeitswerte erhöhen sich ebenfalls, jedoch etwas weniger stark als die Steifigkeitswerte. Bemerkenswert ist, dass die Druckfestigkeit längs für das Dachelement nicht bei 10 % Stauchung bestimmt wurde. Bei ca. 3 % erreichte die Druckfestigkeit in diesem Fall ihr Maximum, ehe sie bei zunehmender Stauchung langsam abfiel. Für die gleichen Proben der Wandelemente war ein vergleichbarer Maximalwert nicht vorhanden. Ab 4,5 % Stauchung blieb die Druckfestigkeit dort annähernd konstant.

²Eine Ausnahme bildete die Bestimmung des maximalen Sandwichmoments für Dachelemente im Einfeldträgerversuch. Ausgeführt wurde die Laststellung nach Abbildung 4.7 mit vier Einzellasten in den Achtelpunkten des Trägers. Die Berechnung wurde entsprechend der Laststellung zuzüglich des Anteils aus Eigengewicht vorgenommen. DIN EN 14509, Gleichung (A.18), sieht eine Bestimmung vor, die nur für Gleichlasten gilt.

Tabelle 7.4: Festigkeit und Steifigkeit des Kerns in Längsrichtung und in Querrichtung über die Elementhöhe. Auflistung mit zugehöriger Standardabweichung. Die innere Schicht entspricht der Produktionsoberseite und war in den Elementversuchen unter Druckbeanspruchung.

Elementtyp	Versuch	Anzahl	Schicht	f_{Cc} bzw. f_{Ct} in N/mm ²	$s_{f_{Cc}}$ bzw. $s_{f_{Ct}}$ in N/mm ²	E_{Cc} bzw. E_{Ct} in N/mm ²	$s_{E_{Cc}}$ bzw. $s_{E_{Ct}}$ in N/mm ²
Wand	Druck längs	5	–	0,175	0,001	5,31	0,04
Wand	Zug längs	5	–	0,204	0,013	8,61	0,10
Wand	Druck quer	6	1 (innen)	0,147	0,013	4,05	0,11
Wand	Druck quer	6	2	0,166	0,013	4,72	0,33
Wand	Druck quer	6	3	0,115	0,016	3,33	0,13
Wand	Druck quer	6	4 (außen)	0,095	0,008	2,83	0,23
Wand	Zug quer	5	1 (innen)	0,198	0,017	6,12	0,08
Wand	Zug quer	5	2 (außen)	0,187	0,016	5,38	0,46
Dach	Druck längs	5	–	0,316	0,006	13,42	0,16
Dach	Zug längs	5	–	0,197	0,029	14,13	0,25
Dach	Druck quer	7	1 (innen)	0,100	0,004	3,13	0,31
Dach	Druck quer	7	2	0,126	0,011	4,02	0,42
Dach	Druck quer	7	3	0,160	0,006	5,41	0,43
Dach	Druck quer	7	4 (außen)	0,132	0,010	3,75	0,64
Dach	Zug quer	5	1 (innen)	0,169	0,008	5,08	0,15
Dach	Zug quer	5	2 (außen)	0,178	0,007	5,42	0,31

Für die Untersuchung der Schichtdicken wurden die Druckwürfel in vier Schichten zu je ca. 17 mm gesägt. Die Deckschicht wurde bei den Randwürfeln entfernt. Aus versuchstechnischen Gründen war die Schichtdicke für die Zugversuche nach unten begrenzt. Daher wurden sie an zwei Schichten mit jeweils ca. 39 mm Dicke durchgeführt. Bei ihnen wurde auf eine Entfernung der Deckschicht verzichtet, um – sofern vorhanden – verringerte Randfestigkeiten feststellen zu können. Die Innenseite der Elemente war in der Produktion jeweils oben liegend. Die dazugehörige Deckschicht stand in allen Bauteilversuchen am (simulierten) Mittelaufleger unter Druck. Für beide Elementtypen zeigt sich auf Druck eine Verringerung von Festigkeit und Steifigkeit von den mittleren Schichten zu den angrenzenden Randschichten. Ihre Maxima erreichen sie in der Kernmitte. Bei den Zugversuchen unterscheiden sich die Wand- von den Dachelementen. Bei den Wandelementen ist es die Innen-, bei den Dachelementen die Außenseite, die höhere Werte aufweist. Bezüglich der Zugfestigkeit ist auffällig, dass sowohl Wand- als auch Dachelemente bei der schichtweisen Betrachtung höhere Werte aufweisen als im Versuch für den gesamten Würfel. Eine plausible Erklärung konnte hierfür nicht gefunden werden. Für einen Vergleich zwischen der Gesamtsteifigkeit aus den Einzelschichten mit der Steifigkeit aus dem vollständigen Würfel werden die E-Moduln der einzelnen Schichten i als Reihenschaltung von insgesamt n Federn aufgefasst:

$$E_C = \frac{\sum d_{Ci}}{\sum \frac{d_{Ci}}{E_{Ci}}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{E_{Ci}}} \quad (7.1)$$

Das zweite Gleichheitszeichen besitzt nur dann Gültigkeit, wenn alle Einzelschichten gleichgroß sind. Tabelle 7.5 liefert die Auswertung von Gleichung (7.1) im Vergleich zu den Versuchsergebnissen aus Proben mit der gesamten Kernhöhe. Auffällig ist in diesem Zusammenhang die z. T. hohe Standardabweichung bei den betroffenen Schichtversuchen. Standardabweichungen in ähnlicher Größenordnung sind bei der gesamten

Tabelle 7.5: Berechnete E-Moduln für die gesamte Kernhöhe aus Einzelschichten nach Gleichung (7.1) und Verhältnis zu den E-Moduln aus den Würfelversuchen mit der gesamten Kernhöhe.

Elementtyp	E_{Cc} in N/mm ²	Verhältnis in %	E_{Ct} in N/mm ²	Verhältnis in %
Wand	3,60	87	5,73	84
Dach	3,92	81	5,24	84

Kernhöhe nur bei den Zugversuchen der Dachwürfel anzutreffen. Der aus den Einzelschichten bestimmte E-Modul liegt um 13 % bis 19 % unter den Sollwerten. Durch die Behinderung der Querkontraktion an den Auflagepunkten wäre eine Erhöhung der Steifigkeit bei der schichtweisen Betrachtung erklärbar. Bei der Teilung in vier Schichten ist denkbar, dass der Dickenverlust von insgesamt ca. 10 mm beim Sägen einen Einfluss nimmt. Für die Teilung in zwei Schichten ist dies wiederum auszuschließen, da hierfür nur ein Schnitt geführt wurde. Insgesamt gesehen bleiben die Absolutwerte für die einzelnen Schichten dadurch mit Unsicherheiten behaftet. Dennoch können sie als Anhaltspunkt dienen, ob eine randnahe Erhöhung oder Verringerung des E-Moduls zu erwarten ist. Trotz dieser Unsicherheit ist offensichtlich, wie stark sich die Steifigkeit der Randschicht von ihrem gemittelten Wert über die Kerndicke unterscheiden kann. In Hinblick auf eine Berechnung der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck wird deutlich, wie wichtig es wäre, die Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke planmäßig zu ermitteln.

7.1.3 Abbildung des (simulierten) Mittelaufagers

Relevanz der Lagerungswahl Zur Schnittgrößenbestimmung am (simulierten) Mittelauflager ist besonderes Augenmerk auf breite Auflager zu legen. Wie bereits bei einigen Ansätzen aus der Literatur in Kapitel 5 vorgesehen, besteht folgende Möglichkeit: Anstelle eines Einzelaufagers wird ein Doppelaufleger an den Rändern der Lasteinleitung angesetzt, wodurch sich das Stützmoment reduziert. Für den Ersatzträger führt dies bei Wandelementen zu:

$$M = \frac{F \cdot L}{4} \left(1 - \frac{L_S}{L} \right) \quad (7.2)$$

Der Einfluss der Auflagerbreite ist durch die Abminderung $(1 - L_S/L)$ gegeben. Bei $L_S = 60$ mm wird er in den meisten Fällen vernachlässigbar klein. Bei größerer Lasteinleitungslänge und geringer Spannweite bestehen jedoch deutliche Unterschiede. Für Dachelemente ist es – aufgrund der inneren statischen Unbestimmtheit – auf analytischem Weg nicht möglich, eine schnell erfassbare Formel anzugeben. Deswegen wird stattdessen der Einfluss der Auflagerbreite grafisch dargestellt. Mit den Kennwerten des Sandwichelementes aus der ersten Versuchsserie wurden die Schnittgrößen für die geringste betrachtete Ersatzträgerlänge (1100 mm) ausgewertet. Dabei wurden zwei Laststellungen angesetzt: Eine Einzellast in Feldmitte, nachfolgend als Einzelaufleger bezeichnet, und zwei Einzellasten an den Rändern der Lasteinleitung, nachfolgend als Doppelaufleger bezeichnet. In Abbildung 7.4a sind die Momentenlinien dargestellt. Es ist erkennbar, dass sich der wesentliche Einfluss auf den Bereich der Lasteinleitungslänge erstreckt. Bemerkenswert ist, dass sich das maximale Deckschichtmoment beim Ansatz eines Doppelaufagers nicht in der Feldmitte, sondern an den Rändern der Lasteinleitung einstellt. Der relative Anteil des Deckschichtmoments am Gesamtmoment verringert sich mit ansteigender Spannweite

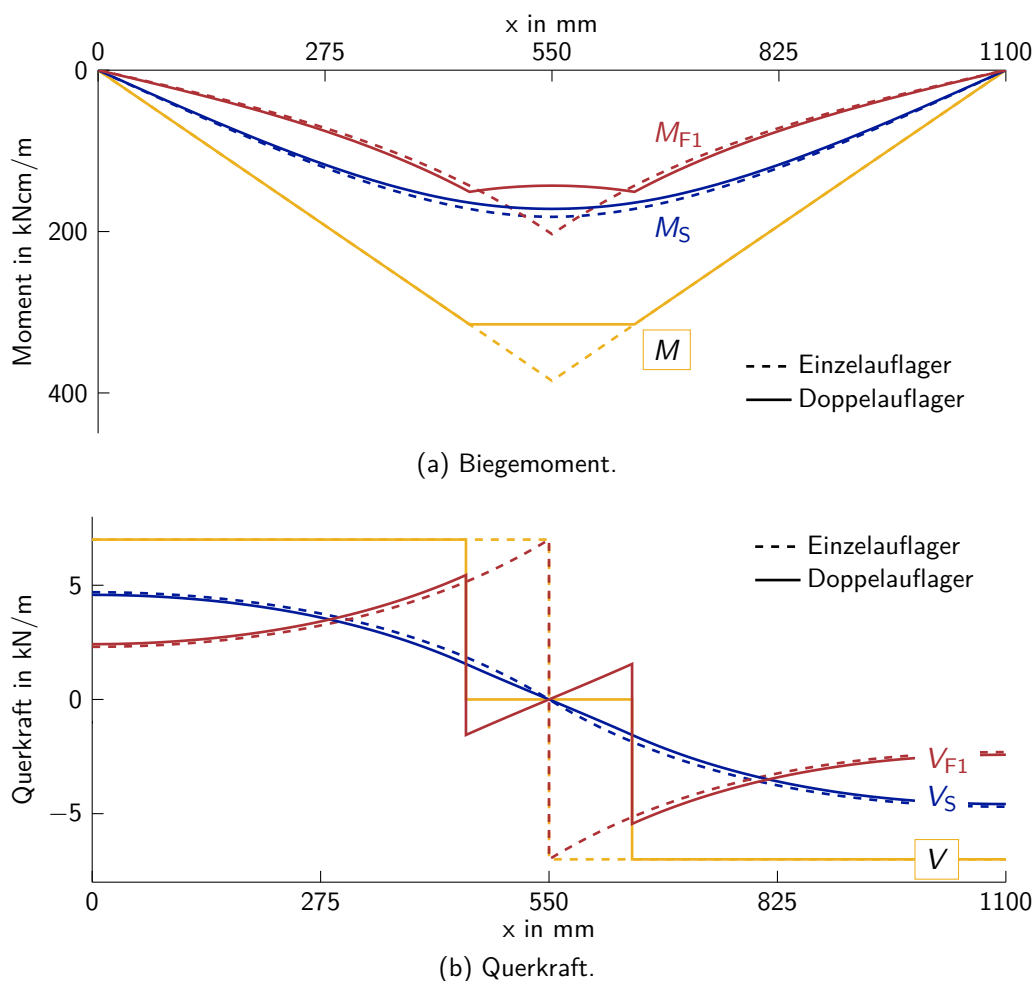


Abbildung 7.4: Vergleich der Schnittgrößenverläufe im Ersatzträgerversuch mit $L = 1100$ mm zwischen Einzelaufleger und Doppelaufleger mit $L_S = 200$ mm. Auswertung für das Dachelement aus Versuchsserie 1 bei $F = 14$ kN bzw. $F = 2 \times 7$ kN.

und nimmt für das vorliegende Element bei $L = 5900$ mm nur noch ca. 15% ein (nicht dargestellt). Aus Abbildung 7.4b ist ersichtlich, dass der Ansatz der Lagerung – bis auf den gestörten Bereich in der Feldmitte – die Querkraft nicht bedeutend beeinflusst. Der vergleichsweise hohe Anteil der Deckschichtquerkraft am Endauflager steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der kurzen Spannweite. Mit steigendem Abstand zur Feldmitte strebt das Verhältnis von Deckschicht- zu Sandwichquerkraft gegen das Verhältnis zwischen Deckschicht- und Sandwichbiegesteifigkeit und wird somit in vielen Fällen sehr klein.

In Abbildung 7.4a fällt auf, dass die Lasteinleitungslänge das Sandwichmoment und damit die Spannung an der inneren Deckschicht kaum beeinflusst. Abbildung 7.5 zeigt die relative Abnahme des Sandwich- und des Deckschichtanteils des Stützmomentes in Abhängigkeit von der Lasteinleitungslänge. Zum Vergleich ist das gesamte relative Stützmoment ebenfalls angegeben. Exemplarisch wurden die kleinste und die größte untersuchte Ersatzträgerlänge ausgewertet. Bei der größten Spannweite ist der Einfluss der Lasteinleitungslänge deutlich geringer. In Abbildung 7.5a ist zu sehen, dass das Sandwichstützmoment nur für kurze Stützweiten und sehr große Lasteinleitungslängen entscheidend von der Lasteinleitungslänge abhängt. Das Deckschichtmoment hingegen zeigt bei der kleinen Spannweite eine Abhängigkeit von allen praxisrelevanten Lasteinleitungslängen. Selbst bei der großen Spann-

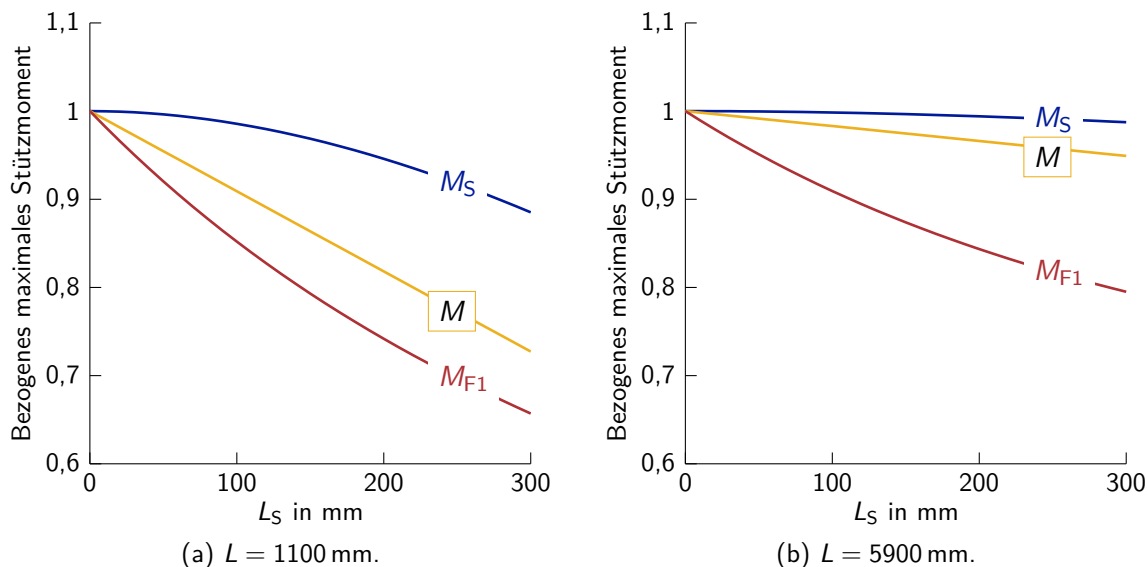


Abbildung 7.5: Maximales Stützmoment in Abhängigkeit von der Lasteinleitungslänge L_S für den Ansatz eines Doppelauflegers bezogen auf das Stützmoment für den Ansatz eines Einzelauflegers. Auswertung für das Dachelement aus Versuchsserie 1 im Ersatzträgerversuch.

weite (Abbildung 7.5b) bedarf es nur mittelgroßer Lasteinleitungslängen ($L_S \geq 100$ mm), um einen Einfluss auf das Deckschichtmoment zu nehmen. Für die Rückrechnung der Schnittgrößen aus Messungen an Dehnmessstreifen (DMS) an der profilierten Deckschicht spielt der Ansatz der Lagerung demnach eine große Rolle. Obwohl das absolute Deckschichtmoment bei großen Spannweiten sehr gering wird, können sich dennoch deutliche Spannungsunterschiede ergeben. Folgendes Beispiel soll dies verdeutlichen:

Das untersuchte Dachelement soll mit insgesamt 4 kN im Ersatzträgerversuch mit 5900 mm Spannweite belastet werden, was in etwa der Versagenslast entspricht. Das sich daraus ergebende Sandwichmoment nimmt in Feldmitte 496 kNm für den Einzelauflegeransatz an. Für den Doppelauflegeransatz reduziert sich der Wert bei $L_S = 200$ mm geringfügig auf 493 kNm. Die maximalen Deckschichtmomente fallen mit 94,0 kNm bzw. 79,3 kNm vergleichsweise gering aus. Dennoch erzeugen sie etwa zwei Drittel der Normalspannungen in der äußeren Deckschicht. Diese betragen für beide Momentenanteile zusammen 299 N/mm² bzw. 267 N/mm² für den Einzel- respektive für den Doppelauflegeransatz. Der im ersten Moment gering erscheinende Unterschied von 14,7 kNm im Deckschichtmoment sorgt für eine Spannungsdifferenz von 32 N/mm² bzw. 11 %.

Das zusätzlich aufgeführte relative Gesamtmoment in Abbildung 7.5 ist die Visualisierung von Gleichung (7.2) bezogen auf das Stützmoment unter Einzelauflegerung. Die Punkte der dargestellten Geraden können sich nicht aus der Addition der beiden zugehörigen Momente M_S und M_{F1} ergeben. Dies liegt daran, dass mit bezogenen Momenten auf jeweils unterschiedliche Bezugsgrößen gearbeitet wurde und die Auswertung wegen der Betrachtung der Extrema an unterschiedlichen Stellen erfolgte.

Überprüfung des Doppelaflageransatzes Nachdem gezeigt wurde, dass der Einfluss der Lasteinleitungslänge durchaus relevant werden kann, soll nun anhand der Versuchsergebnisse überprüft werden, ob der Ansatz des Doppelaflagers tatsächlich zutrifft. Die Vorstellung der Ergebnisse wird ausschließlich mit den Ersatzträgerversuchen vorgenommen. Dies ist zum einen darin begründet, dass sich die Last-Verformungskurven in den Zweifeldträgerversuchen nicht so deutlich zwischen den Lagerungsansätzen unterscheiden. Zum anderen ist die Anzahl der verwertbaren Zweifeldträgerversuche viel geringer. Wie im nachfolgenden Abschnitt erläutert, mussten einige Versuche verworfen werden. Zudem erwiesen sich die DMS-Messungen bei den Ersatzträgerversuchen im Nachhinein als besser gewählt. Da die gleichen Effekte bei den Zweifeldträgerversuchen beobachtet wurden, beschränkt sich die nachfolgende Beschreibung auf die Ersatzträgerversuche.

Für die Wandelemente wurden die Ersatzträgerversuche mit der geringsten Spannweite herangezogen, da bei ihnen die Unterschiede zwischen Einzel- und Doppelaflagerung am deutlichsten ausgeprägt sind. Der Vergleich der Last-Verformungskurven in Abbildung 7.6a zeigt, dass eine Berechnung nach der Sandwichtheorie die Steifigkeit sehr gut abbildet, sofern der Doppelaflageransatz angenommen wird. Mit dem Einzelaflageransatz werden die Verformungen überschätzt. Für Dachelemente ist der Unterschied in der berechneten Verformung zwischen einem Einzel- und einem Doppelaflager deutlich geringer ausgeprägt. Bereits ab 2500 mm Spannweite war es unter Berücksichtigung des Streubereichs der Versuchsergebnisse nicht möglich, eine eindeutige Aussage zu treffen. Für die in Abbildung 7.6b dargestellten Last-Verformungskurven bei $L = 1100$ mm ist der Unterschied zwischen den verschiedenen Lagerungsansätzen in der analytischen Berechnung zu erkennen. Zugleich fallen die deutlichen Abweichungen zur Steifigkeit im Versuch auf. Diese Abweichungen betreffen – wie eine Überprüfung zeigte – nur die kürzeste Spannweite. Daher liegt die Vermutung nahe, dass die Ursache in den Schubverformungen des Kerns liegt. Bei Betrachtung der Querkraftlinie nach der Sandwichtheorie in Abbildung 7.4b fällt auf, dass große Teile der Querkraft über die Deckschicht abgetragen werden. Durch die Ausführung im Versuch (siehe Abbildung 7.1) wird die Querkraft sowohl am Endauflager als auch in der Feldmitte vollständig in den Kern eingeleitet. Dadurch könnte es möglich sein, dass sich die, der Sandwichtheorie zugrundeliegende, Querkraftaufteilung lokal nicht einstellen kann. Aufgrund der geringen Spannweite wird vermutet, dass die Lastausbreitung in die Deckschichten nicht oder nicht vollständig stattfinden kann, sodass der Kern im Versuch deutlich mehr Querkraft abtragen muss als berechnet. Dass dieser Effekt bei größeren Spannweiten trotz identischer Auflagerausführung nicht auftritt, könnte mehrere Gründe haben: Erstens sinkt mit steigender Spannweite der Anteil der Schubverformung an der Gesamtverformung. Zweitens nimmt die Deckschichtquerkraft am Endauflager ab. Und drittens verringert sich der gestörte Bereich nahe der Lasteinleitung im Verhältnis zur Gesamtspannweite. Dadurch reduzierten sich die Auswirkungen stark und wären in den Versuchsergebnissen nicht mehr auffällig. Das beobachtete Verhalten in den Versuchen ließe sich somit erklären. Ob diese Vermutung bestätigt werden kann, wird im Rahmen der numerischen Untersuchungen in Kapitel 8 überprüft. Daher ist die Weiterverwendbarkeit der Versuchsergebnisse zu hinterfragen. Es ist nicht gesichert, ob eine Spannungsberechnung nach der Sandwichtheorie noch zu richtigen Ergebnissen führt.

Die in Abbildung 7.6 dargestellten Last-Verformungskurven teilen eine weitere Besonderheit, die nachfolgend kurz beschrieben wird. Für die Versuche mit $L_S = 200$ mm weisen sowohl Wand- als auch Dachelemente ab einer aufgebrachten Last von etwa 15 kN einen Steifigkeitsabfall auf. Für die Dachelemente ist er stärker ausgeprägt. Im Versuch 1-D_8-1

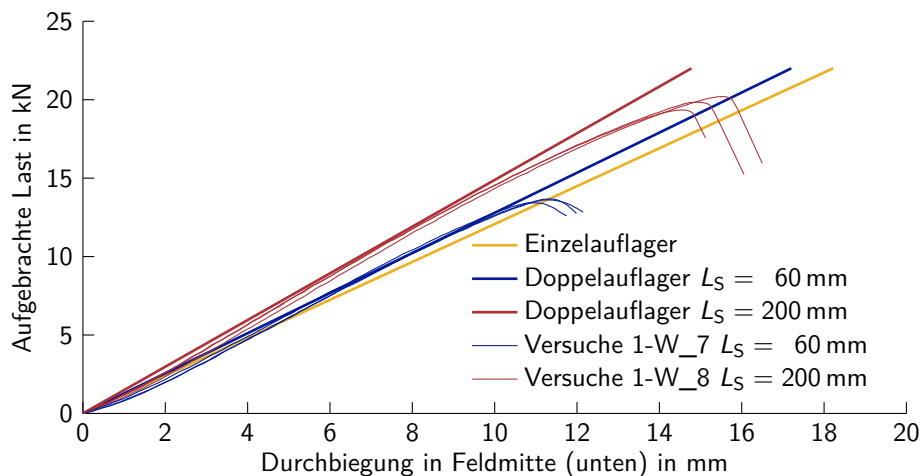
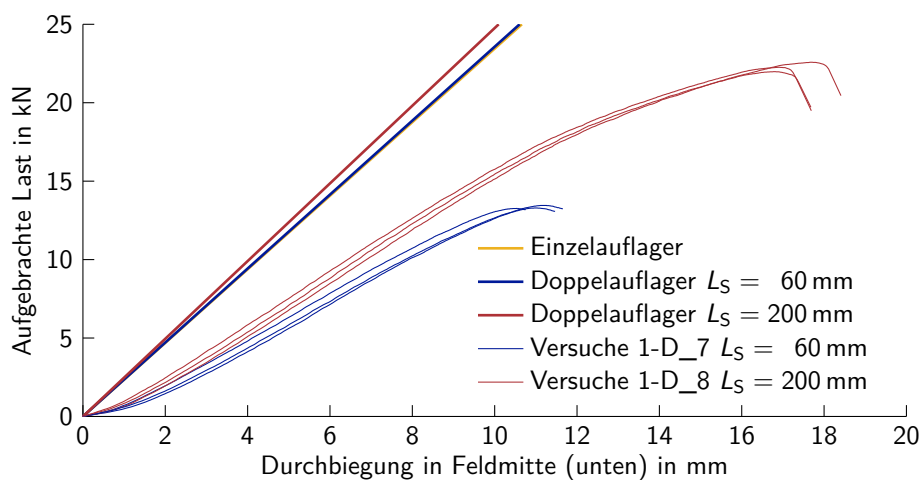
(a) Wandelemente, $L = 1000$ mm.(b) Dachelemente, $L = 1100$ mm.

Abbildung 7.6: Vergleich der gemessenen mit der berechneten Durchbiegung für die Ersatzträgerversuche mit der kürzesten Spannweite.

wurden die Dehnungen an der lastabgewandten Seite gemessen. Die Messergebnisse zeigten, dass die Fließdehnung an der betrachteten Hochsicke der profilierten Deckschicht bei etwas mehr als 17 kN aufgebrachte Last erreicht wurde. Dies wurde nur für die Feldmitte, nicht jedoch für die Ränder der Lasteinleitung beobachtet. Der damit verbundene Teilausfall der Deckschichtsteifigkeit erklärt den Unterschied zu den Wandelementen. Der Steifigkeitsabfall für die Versuche 1-W_8 muss umgekehrt eine andere Ursache haben, da die gemessenen Dehnungen der äußeren Deckschicht in 1-W_8-1 deutlich unter der Fließdehnung lagen. Die aufgebrachten Lasten erzeugten Schubspannungen in einer Höhe, in der in den Schubversuchen ein Steifigkeitsabfall zu beobachten war. Eine Vergleichsrechnung mit lastabhängigem Schubmodul bildet den nichtlinearen Last-Verformungsverlauf der Wandelemente sehr gut ab. Auf eine Darstellung wurde zugunsten der Übersichtlichkeit und wegen der untergeordneten Bedeutung im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Es sei ergänzt, dass eine lokal reduzierte Sandwichbiegesteifigkeit infolge der Eindrückung³ fast keinen Einfluss auf die Verformung hatte. Für Dachelemente ist schlussfolgernd eine Kombination

³Mangels Messwerten wurde sie zu maximal 2 mm geschätzt.

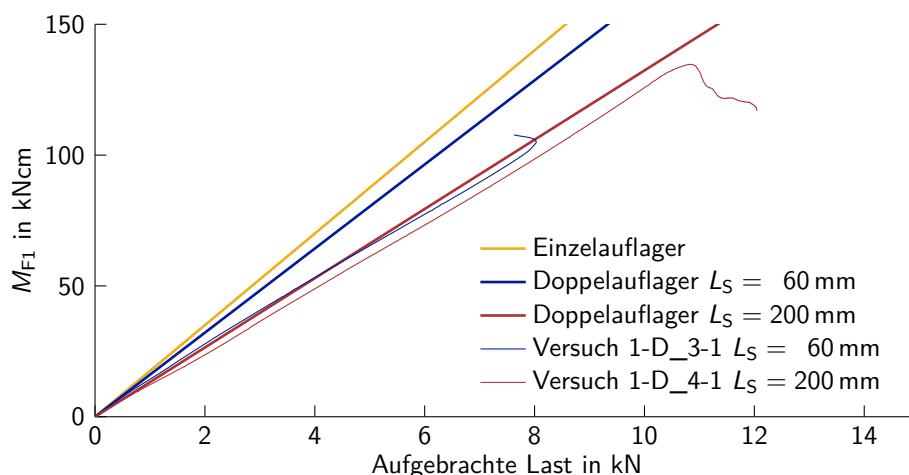


Abbildung 7.7: Vergleich des gemessenen mit dem berechneten Deckschichtmoment für die Ersatzträgerversuche mit $L = 2500$ mm.

aus Deckschichtfließen und reduzierter Schubsteifigkeit bei ansteigenden Lasten für die beobachtete Nichtlinearität verantwortlich.

Da die Last-Verformungskurven für Dachelemente hinsichtlich der Abbildung der Mittelauflagerung nicht zielführend waren, wird als Entscheidungsgrundlage das Deckschichtmoment herangezogen. Wie für die Sandwichtheorie gezeigt wurde, wird es durch den Ansatz der Lasteinleitung deutlich beeinflusst. In einem Teil der Versuche wurden Dehnungsmessungen der profilierten Deckschicht durchgeführt, indem auf der Oberseite der Sicke und in der Mitte des linierten Teilfelds zwischen den Sicken Dehnmessstreifen aufgebracht wurden. Aus jedem DMS-Paar lässt sich das Deckschichtmoment zurückrechnen. Dafür wird angenommen, dass beide punktuellen Messungen repräsentativ für den gesamten Bereich der Hochsicke bzw. des Teilfelds zwischen den Sicken sind. Da die Ergebnisse der kürzesten Ersatzträger für einen Vergleich mit der Sandwichtheorie nicht zweifelsfrei herangezogen werden können, wird auf die mittlere Ersatzträgerlänge mit 2500 mm zurückgegriffen. Abbildung 7.7 zeigt den Verlauf des Deckschichtmoments. Dabei wird das Deckschichtmoment nach der Sandwichtheorie mit dem aus der Rückrechnung aus den Dehnungsmessungen verglichen. Der Doppelauflegeransatz zeigt für $L_S = 200$ mm eine gute Übereinstimmung mit dem gemessenen Deckschichtmoment. Auffällig ist, dass das Deckschichtmoment für $L_S = 60$ mm nur geringfügig größer ist. Die Sandwichtheorie hatte einen deutlich größeren Unterschied prognostiziert. Vergleichbare Ergebnisse zeigten sich auch für die anderen beiden Spannweiten. Die Argumentation bezüglich der Last-Verformungskurven aufnehmend, besteht folgende Möglichkeit: Die nicht der Sandwichtheorie entsprechende Lasteinleitung spiegelt sich nicht nur in der Querkraft, sondern auch im Deckschichtmoment wider.

Für das weitere Vorgehen wird trotz der nicht eindeutigen Messergebnisse entschieden, den Doppelauflegeransatz bei Dachelementen vorzuziehen: Dafür spricht zum einen die sehr gute Übereinstimmung bei Wandelementen. Zum anderen konnten die DMS-Messungen die Sandwichtheorie für $L_S = 200$ mm bestätigen. Die beobachtete Diskrepanz beim Deckschichtmoment für die schmalen Auflager wird akzeptiert.

7.1.4 Tragfähigkeit beim ersten Versagen

Definition des ersten Versagens Für die Ersatzträgerversuche besteht die Möglichkeit, dass Fließen der äußeren Deckschicht vor dem beobachteten Versagen eintritt. In diesem Fall ist der in DIN EN 14509, Abschnitt E.5.4, definierte Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erreicht. In der Regel betrifft dies nur Dachelemente und dort die Hochsicken der profilierten Deckschicht. Tatsächlich wurden dort zum Teil plastische Dehnungen gemessen, die sich jedoch nicht auf den Rand der Lasteinleitung ausbreiteten. Wie sich dieser sehr begrenzte Fließbereich auf die Last-Verformungskurven auswirken kann, wurde im vorherigen Abschnitt beschrieben. Hieraus ergibt sich folgende Fragestellung: Sollte anstelle der maximal erreichten Last im Versuch, eine geringere, zum Fließbeginn gehörende Last, als Versagenslast definiert werden? Aus praktischen Gründen spricht dagegen, dass der Fließbeginn messtechnisch nur punktuell erfasst wurde. Lediglich in Einzelversuchen an ausgewählten Stellen wurde die Fließdehnung überprüft. Eine Übertragung dieser Einzelmessungen auf andere Versuche ist zwangsläufig mit Unsicherheiten behaftet. Gegen eine Definition des Fließbeginns als erstes Versagen spricht ebenfalls, dass alle Untersuchungen zum Ziel haben, die Tragfähigkeit der gedrückten Deckschicht bzw. des daran angrenzenden Kernmaterials zu ermitteln. Die gezogene Deckschicht auf der lastabgewandten Seite ist nur indirekt beteiligt und wäre unter anderen Voraussetzungen (z. B. andere Profilierung, Dicke oder Fließgrenze) möglicherweise gar nicht plastiziert. So wird entschieden, die maximale Traglast als erstes Versagen zu definieren, auch wenn zuvor Teile der äußeren Deckschicht im Fließen waren. Aus dieser Traglast wird nach der Sandwichtheorie das Sandwichmoment und damit die gestörte Knitterspannung berechnet. Dabei wird akzeptiert, dass durch den Teilausfall der Deckschichtsteifigkeit das tatsächliche Sandwichmoment größer sein muss als berechnet. Für die vorliegenden Versuche betrifft dies lediglich die mittlere und kurze Ersatzträgerlänge der Dachelemente mit $L_S = 200$ mm. Das gewählte Vorgehen bleibt für eine Bemessung in der Praxis fast ohne Auswirkung, da die Normalspannung der äußeren Deckschicht ohnehin gegen Fließen nachgewiesen werden muss. Lediglich die im Versuch ermittelte gestörte Knitterspannung wird unter Umständen etwas unterschätzt.

Diese Vorgehensweise lässt sich prinzipiell auf den Zweifeldträger übertragen. Jedoch ist es dort aufgrund der statischen Unbestimmtheit möglich, nach dem wie oben definierten ersten Versagen weitere Lasten aufzubringen. Zwar wurde in den Versuchen ein erstes Versagen beobachtet, nur ließ sich die dazugehörige Last bei ihnen zunächst nicht eindeutig festlegen. Weder die Mittelauflegerkraft noch die aufgebrachte Last zeigten einen plötzlichen Lastabfall. Da die Steigungsänderung im Zuge des ersten Versagens in den Last-Verformungskurven zudem keine scharfe Grenze ergab, musste eine andere Messgröße herangezogen werden. Dafür bot es sich an, das Sandwichmoment am Mittelaufleger zu verwenden. Wird das maximale Sandwichstützmoment als erstes Versagen definiert, ist dies gleichbedeutend mit dem Erreichen der maximalen gestörten Knitterspannung. Bei Dachelementen bleibt das Deckschichtmoment M_{F1} hierbei unberücksichtigt, da es nach der Sandwichtheorie keinen unmittelbaren Einfluss auf die innere Deckschicht nimmt. Mit der gemessenen Mittelauflegerkraft R lässt sich das Sandwichstützmoment für Wandelemente direkt aus den Gleichgewichtsbedingungen zurückrechnen. Für Dachelemente gestaltet sich die Bestimmung aufwändiger, weil lediglich der Sandwichanteil des Gesamtmomentes von Interesse ist. Die Berechnung ist beispielsweise durch mehrmaliges Anwenden und anschließende Superposition der Gleichungen (A.1) und (A.2) – siehe S. 231 im Anhang – möglich. Eine direkte Berechnung des Sandwichstützmoments oder der Mittelauflegerkraft am statisch unbestimmten System wurde nicht vorgenommen, da dadurch jegliche nichtli-

neare Einflüsse aus dem Versuch ausgeschlossen worden wären. Lediglich der Anteil aus dem Eigengewicht wurde durch statisch unbestimmte Rechnung erfasst. Diese Vorgehensweise betrifft ebenfalls die Auswertungen bezüglich der Druckauflager- und Schubtragfähigkeit.

Hinweise und Einschränkungen Nachfolgend werden ausgewählte Versuchsergebnisse aufgeführt. Sofern dafür Berechnungen notwendig waren, wurde der Doppelauflegeransatz gewählt. Ergebnisse unter dem Einzelauflegeransatz wurden für den Vergleich mit bestehenden Bemessungsmodellen bestimmt, jedoch nicht explizit angegeben. In allen Ergebnissen sind die Einflüsse aus Eigengewicht der Versuchskörper und Zusatzgewichten aus dem Versuchsaufbau bereits berücksichtigt. Einige der Versuchsergebnisse konnten nicht oder nur unter Vorbehalt berücksichtigt werden. Dies betrifft für die Dachelemente zum einen die kurzen Ersatzträgerversuche mit $L = 1100$ mm und zum anderen vier der sechs Zweifeldträgerversuche (1-D_9.1, 1-D_9.3, 1-D_10.2 und 1-D_10.3). Die Gründe für den Vorbehalt bei den Ersatzträgerversuchen wurden im vorangegangenen Abschnitt ausführlich beschrieben. Bei den Zweifeldträgerversuchen waren einige Elemente durch die Lagerung in Längsrichtung vorgekrümmt, sodass sie an einem der beiden Endauflager nicht auflagen. Der daraus resultierende Spalt betrug bis zu 40 mm. Durch die Vorkrümmung ergab sich zu Versuchsbeginn ein Einfeldträger mit Kragarm statt eines Zweifeldträgers. In Nelke und Lange (2015) ist beschrieben, inwieweit es möglich ist, diesen Effekt rechnerisch zu erfassen. Auf eine Berücksichtigung an dieser Stelle wurde dennoch verzichtet, da der Übergang zwischen Einfeldträger mit Kragarm und Zweifeldträger nicht eindeutig festzulegen war. Interessanterweise erreichten alle Versuche – unabhängig von der Vorkrümmung – dasselbe Traglastniveau beim zweiten Versagen. Dieses Ergebnis ist zwar nicht Gegenstand des Forschungsziels dieser Arbeit, bestätigt jedoch das Nachweiskonzept nach DIN EN 14509 in folgendem Punkt: Die Annahme, dass Zwangsverformungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit vernachlässigbar sind, trifft für die vorliegenden Versuche zu. Für die Wandelemente ergab sich bei einem Versuch bei der Durchführung ein Problem. Versuch 1-W_10.3 wurde in Querrichtung ungleichmäßig belastet, was sich in ungleichmäßigen Mittelauflegerkräften und Verformungen äußerte. Zudem war die Traglast deutlich reduziert, sodass auch dieser Versuch ausgeschlossen wurde.

Die im Versuch beobachteten Versagensarten wurden bereits in Tabelle 7.2 angegeben. Aufgeführt sind nur die sichtbaren Versagensarten. Wie zu Beginn des Abschnitts erläutert, wurden die nicht sichtbaren Versagensarten, wie Fließen der äußeren Deckschicht, außen vor gelassen. Entgegen der Erwartung trat das Knittern am (simulierten) Mittelaufleger nicht bei allen Versuchen als erstes Versagen ein. Der Versagensmodus ließ sich bei den Ersatzträgerversuchen mit mittlerer und geringer Länge nicht immer eindeutig festlegen. Dies betraf insbesondere die schmale Lasteinleitung. Die Versagensarten der Zweifeld- und der dazugehörigen Ersatzträgerversuche waren bis auf die Wandelemente mit $L_S = 200$ mm identisch.

Druckversagen des Kerns Als erstes werden alle Versuche mit Druckversagen des Kerns betrachtet. Es trat ausschließlich für $L_S = 60$ mm bei den kürzesten Ersatzträgern und den dazugehörigen Zweifeldträgern auf. Tabelle 7.6 zeigt einen Vergleich der Ausnutzung der Druckspannung unter dem Ansatz der Kontaktpressung, Gleichung (5.6), und der linearen Lastausbreitung bis zur Kernmitte, Gleichung (5.7). Während die Kontaktpressung die Tragfähigkeit deutlich unterschätzt, führt der Ansatz der Lastausbreitung zu einer

Tabelle 7.6: Auslastung der Druckauflagertragfähigkeit zum Zeitpunkt des ersten Versagens für Versuche mit Kerndruckversagen am (simulierten) Mittelaflager für verschiedene Modelle der Drucktragfähigkeit. Berechnung mit den Mittelwerten der Kerndruckfestigkeit f_{Cc} .

Ersatzträger			Zweifeldträger		
Versuch	σ_{Cc}/f_{Cc} Gl. (5.6) in %	σ_{Cc}/f_{Cc} Gl. (5.7) in %	Versuch	σ_{Cc}/f_{Cc} Gl. (5.6) in %	σ_{Cc}/f_{Cc} Gl. (5.7) in %
1-W_7.1	146	89	1-W_9.1	141	86
1-W_7.2	146	89	1-W_9.2	136	83
1-W_7.3	144	88	1-W_9.3	143	87
1-D_7.1	144	83	1-D_9.1	–	–
1-D_7.2	146	84	1-D_9.2	131	75
1-D_7.3	145	83	1-D_9.3	–	–

Überschätzung der Tragfähigkeit. Wird bedacht, dass der Bezugswert der Druckfestigkeit f_{Cc} bei 10 % Stauchung, also weit über der Linearitätsgrenze, bestimmt wird, werden bereits bei hundertprozentiger Ausnutzung bleibende Verformungen zugelassen. Würde f_{Cc} durch die Spannung zum Ende der Linearitätsgrenze ersetzt werden, verstärkte sich die Unterschätzung durch Gleichung (5.6). Zugleich würde sich die Überschätzung durch Gleichung (5.7) etwas relativieren. Für die vorliegenden Versuchsergebnisse trifft der Ansatz der Lastausbreitung bis zur Kernmitte besser zu, auch wenn er hinsichtlich der gewählten Bezugsgröße der Druckfestigkeit zu hinterfragen ist. Für die Wandelemente zeigt Tabelle 7.6 eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Ersatz- und Zweifeldträger. Bei den Dachelementen zeigt der einzige verwertbare Zweifeldträgerversuch ebenfalls ein ähnliches Ergebnis wie die Ersatzträgerversuche.

Schubversagen des Kerns Die Zweifeldträgerversuche an Wandelementen mit $L_S = 200$ mm versagten auf Schub. Tabelle 7.7 listet die Auslastung unter Ansatz der im Schub balkenversuch bestimmten Tragfähigkeit auf. Zum Vergleich sind die zugehörigen Ersatzträgerversuche aufgeführt. Neben der guten Übereinstimmung zwischen Ersatz- und Zweifeldträger fällt auf, dass die Auslastung mit ca. 70 % so gering war, dass ein Schubversagen nicht hätte auftreten dürfen.⁴ Die Nachweisführung nach DIN EN 14509 muss folglich in Frage gestellt werden. Dies ist umso mehr der Fall, da DIN EN 14509 in Abschnitt E.5.4 das Schubversagen des Kerns in den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit einordnet – unberücksichtigt dessen, dass beim Versagen die Traglast erreicht wird. Die damit verbundenen reduzierten Sicherheitsbeiwerte erhöhen das Sicherheitsdefizit zusätzlich. Die Tatsache, dass die Ersatzträger trotz vergleichbarer Auslastung auf Knittern versagten, zeigt, wie nah die beiden Versagensmodi aneinander liegen. Diese Einschätzung wird durch einen zusätzlichen Vergleichstest an einem Ersatzträger halber Bauteilbreite bestärkt: Bei 73 % Auslastung seiner theoretischen Schubtragfähigkeit versagte er auf Schub. Bei größeren Spannweiten, die realen Anwendungsszenarien näher kommen, ist zumindest ein Schubbruch als erstes Versagen unrealistischer. Das in DIN EN 14509 angesetzte Nachweiskonzept, dass die Entstehung eines plastischen Gelenks durch das erste Versagen voraussetzt, wird in diesem Punkt gestärkt. Dennoch wird dringend empfohlen, den Schubnachweis am Durchlaufträger

⁴Warum es dennoch zu einem Schubversagen kam, wird im Rahmen der numerischen Berechnungen in Kapitel 8 untersucht.

Tabelle 7.7: Auslastung der Schubtragfähigkeit zum Zeitpunkt des ersten Versagens. Auflistung der Zweifeldträgerversuche mit Schubversagen am Mittelaufleger und der zugehörigen Ersatzträgerversuche (ohne Schubversagen) zum Vergleich. Berechnung mit den Mittelwerten der Schubtragfähigkeit f_{Cv} .

Ersatzträger		Zweifeldträger	
Versuch	τ/f_{Cv} in %	Versuch	τ/f_{Cv} in %
1-W_8.1	74	1-W_10.1	68
1-W_8.2	73	1-W_10.2	70
1-W_8.3	71	1-W_10.3	–

ohne Bildung plastischer Gelenke im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu führen, auch wenn DIN EN 14509 dies nicht vorsieht.

Biegetragfähigkeit Als letztes Kriterium wird die Biegetragfähigkeit beim ersten Versagen betrachtet. Dies geschieht auch für die Versuche, die nicht durch Knittern in Rein- oder Mischform versagt haben. Die Versuche mit Kerndruckversagen zeigten ähnlich zu den Versuchen mit Knitterversagen einen Abfall der Biegetragfähigkeit nach dem Versagen. Für die Zweifeldträgerversuche mit Schubversagen ist die maximale Biegetragfähigkeit offensichtlich nicht erreicht gewesen. Dennoch wird die Biegetragfähigkeit berechnet, da die zugehörigen Ersatzträgerversuche durch Knittern versagten und somit anzunehmen ist, dass die tatsächliche Tragfähigkeit nur unwesentlich höher liegt. Die Biegetragfähigkeit wurde auf Basis des Sandwichmoments bestimmt. Die daraus bestimmte Spannung der gedrückten Deckschicht ist in Tabelle 7.8 aufgelistet. Für alle Ersatz- und Zweifeldträgerversuche, die auf Knittern versagten, ist sie mit der gestörten Knitterspannung gleichzusetzen. Zu Vergleichszwecken ist die ungestörte Knitterspannung aus den Einfeldträgerversuchen ebenfalls angegeben. Durch den Ansatz der Doppelaufleger bedurfte Tabelle 7.3 einer Überarbeitung. Die angepassten Verhältnisse zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft sind ebenfalls in Tabelle 7.8 enthalten. Sie wurden unter Berücksichtigung des Eigengewichts berechnet. Abbildung 7.8 zeigt die grafische Darstellung der Biegetragfähigkeit. Dafür wurde die maximale Spannung auf die ungestörte Knitterspannung bezogen und über dem Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft aufgetragen. Bei der Wahl des Bezugswerts ist zu bedenken, dass wegen der begrenzten Anzahl an Versuchskörpern für die Wandelemente nur ein Versuch und für die Dachelemente nur zwei Versuche zur Verfügung standen. Zudem wies der Versuchskörper für die Knitterspannung der Wandelemente leichte Vorschädigungen in Form von Eindrückungen auf. Die Knitterfalte durchlief eine dieser Eindrückungen, sodass die eigentliche Knitterspannung höher liegen kann. Dennoch wurde diese Art der Darstellung gewählt, da sie die Abhängigkeit der Biegetragfähigkeit vom M_S/R -Verhältnis und den positiven Einfluss einer vergrößerten Auflagerbreite aufzeigt.

Entsprechend der Ergebnisse aus Abschnitt 6.1.4 können für Wandelemente 2500 mm und für Dachelemente 1100 mm als realistische Untergrenze für die Ersatzträgerlänge aufgefasst werden. Umgerechnet auf das Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und Mittelauflegerkraft entspricht dies ca. 625 mm bzw. 130 mm. Mit diesen Mindestwerten zeigt sich das Potential, dass in einer genaueren Bestimmung der gestörten Biegetragfähigkeit liegt. Wird die gestörte auf die ungestörte Knitterspannung bezogen, ergeben sich für die Versuche

Tabelle 7.8: Ergebnisse der Versuchsserie 1: Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft sowie maximale Drucknormalspannung beim ersten Versagen. Berechnung nach der Sandwichtheorie unter Einbezug der gemessenen (simulierten) Mittelauflegerkraft als Doppellast bzw. -lager mit Berücksichtigung des Eigengewichts.

L in mm	L_S in mm	Versuch	M_S/R in mm	$\max \sigma_{F2}$ in N/mm ²	Versuch	M_S/R in mm	$\max \sigma_{F2}$ in N/mm ²
<i>Ersatzträger</i>							
5900	60	1-W_1.1	1629	134	1-D_1.1	1379	131
		1-W_1.2	1603	156	1-D_1.2	1383	128
		1-W_1.3	1628	135			
	200	1-W_2.1	1553	170	1-D_2.1	1335	174
		1-W_2.2	1555	167	1-D_2.2	1352	151
	2500	60	1-W_3.1	624	114	1-D_3.1	459
1-W_3.2			623	118	1-D_3.2	458	110
1-W_3.3			623	122			
200		1-W_4.1	586	139	1-D_4.1	449	159
		1-W_4.2	586	138	1-D_4.2	449	148
W: 1000 D: 1100		60	1-W_7.1 ¹	236	83	1-D_7.1 ¹	130
	1-W_7.2 ¹		236	83	1-D_7.2 ¹	130	51
	1-W_7.3 ¹		236	81	1-D_7.3 ¹	130	51
200	1-W_8.1	201	106	1-D_8.1	123	79	
	1-W_8.2	201	105	1-D_8.2	123	82	
	1-W_8.3	200	102	1-D_8.3	123	80	
<i>Zweifeldträger</i>							
2×2950	60	1-W_9.1 ¹	212	72	1-D_9.1	–	–
		1-W_9.2 ¹	214	70	1-D_9.2 ¹	110	38
		1-W_9.3 ¹	206	71	1-D_9.3	–	–
	200	1-W_10.1 ²	198	97	1-D_10.1	112	67
		1-W_10.2 ²	206	99	1-D_10.2	–	–
		1-W_10.3 ²	–	–	1-D_10.3	–	–
<i>Einfeldträger</i>							
5900	–	1-W_11.1	–	182	1-D_11.1	–	207
					1-D_11.2	–	210

¹ 1. Versagen: Druckversagen des Kerns.

² 1. Versagen: Schubversagen am Mittelaufleger.

Ansonsten 1. Versagen durch bzw. mit Knittern am (simulierten) Mittelaufleger, siehe Tabelle 7.2.

folgende Bandbreiten⁵: Für Wandelemente 65 % bis 93 %, für Dachelemente 24 %⁶ bis 78 %. Es kann davon ausgegangen werden, dass bei zusätzlichen Versuchen die Obergrenze bei Dachelementen ebenfalls annähernd 100 % erreicht hätte. Denn die untersuchten Ersatzträgerlängen decken nicht deren realistischen Maximalwert ab, und es können größere

⁵ Als Bezug wurden jeweils die Mittelwerte der Ersatzträgerversuche herangezogen.

⁶ Wird die Untergrenze auf die Ersatzträgerversuche bezogen, die durch Knittern versagt haben (Versuche 1-D_8), steigt der Wert auf 32 % an. Dabei ist sowohl für die 24 %- als auch die 32 %-Grenze zu beachten, dass die Sandwichtheorie für die zugrunde liegenden Versuche aufgrund der Diskrepanzen bei der Last-Verformungskurve angezweifelt wurde (siehe Abschnitt 7.1.3).

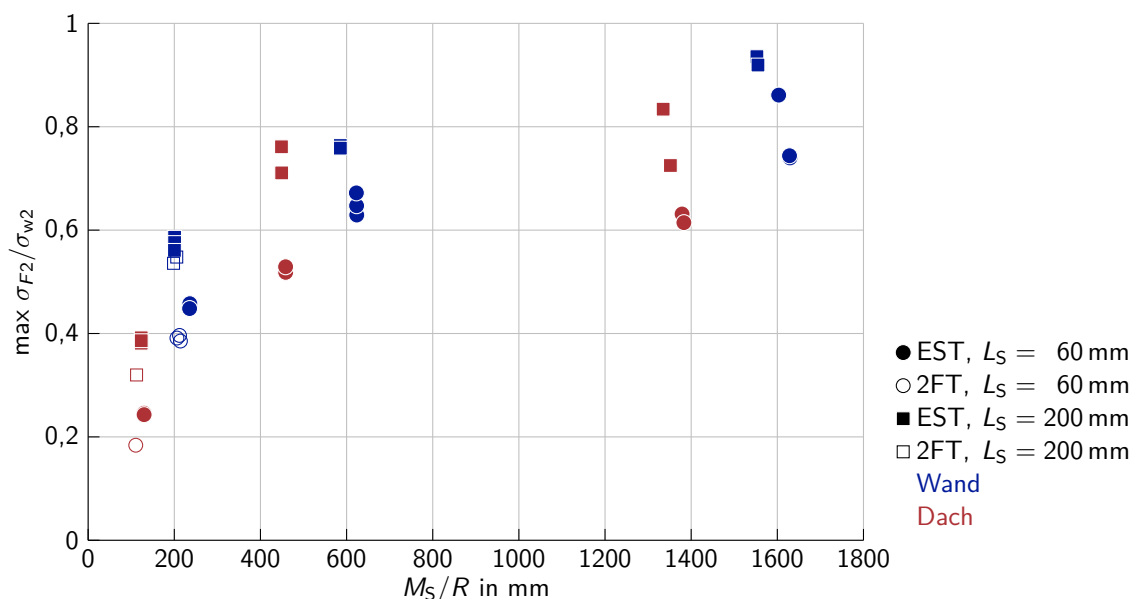


Abbildung 7.8: Auf die Knitterspannung bezogene maximale Drucknormalspannung am (simulierten) Mittelaufleger beim ersten Versagen. Darstellung mit Bezug auf das Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft.

Lasteinleitungslängen als die betrachteten 200 mm auftreten. Die Versuche 1-W_1 und 1-D_1, die in etwa die Verhältnisse in Zulassungsversuchen bzw. nach DIN EN 14509 abdecken, erreichen 78 % (Wand) bzw. 62 % (Dach) der ungestörten Knitterspannung. Wird die Spannweite festgehalten und nur die Lasteinleitungslänge variiert, ergibt sich ein Anstieg der gestörten Knitterspannung um bis zu 19 % bei Wandelementen und 41 % bei Dachelementen.⁷ Die gestörte Knitterspannung in Abhängigkeit von Mittelauflegerkraft und Lasteinleitungslänge zu bestimmen, ist abhängig vom Anwendungsfall entweder aus wirtschaftlicher Sicht erstrebenswert oder aus sicherheitsrelevanten Gründen erforderlich. Dies gilt aufgrund der größeren Bandbreite möglicher gestörter Knitterspannungen besonders für Dachelemente. Die im vorangegangenen Kapitel offene Frage, ob die Ersatzträgerlänge in den als realistisch bestimmten Grenzen die gestörte Knitterspannung entscheidend beeinflussen kann, muss demnach bejaht werden.

Anhand von Abbildung 7.8 kann auch die Übereinstimmung von Ersatz- und Zweifeldträgerversuch beurteilt werden. Die Ergebnisse passen gut zusammen, wobei die Zweifeldträgerversuche etwas geringere Tragfähigkeiten zeigten. Dazu passend erreichten sie das M_S/R -Verhältnis der Ersatzträger nicht ganz. Die größte Abweichung zwischen Ersatz- und Zweifeldträger trat für die Dachelemente auf. Als Vergleichswert konnte für beide Auflagerbreiten nur ein Zweifeldträgerversuch herangezogen werden. Bei $L_S = 200$ mm besteht zudem eine Unsicherheit bezüglich der Versagensreihenfolge. Unter Berücksichtigung der anderen aufgeführten Vergleiche bestätigt die Versuchsserie die Annahme, dass der Ersatzträger- den Zweifeldträger ausreichend gut abbildet.

Überprüfung der Grenzwerte der Parameterstudie In der Parameterstudie des vorangegangenen Kapitels wurden begrenzende Zwischenauflegerkraft-Verhältnisse eingeführt.

⁷Für diesen Vergleich wurden die Versuche der kürzesten Ersatzträgerlängen wegen der Anwendungsgrenzen (Wand) bzw. der Diskrepanzen bei den Last-Verformungskurven (Dach) außen vor gelassen.

Tabelle 7.9: Grenzfaktoren f nach dem Einzelauflegeransatz. Berechnung mit den Mittelwerten der Versuchsergebnisse.

Versuch	1-W_3	1-W_7	1-W_9	1-D_3	1-D_7	1-D_9
System	EST	EST	2FT	EST	EST	2FT
L in mm	2500	1000	2×2950	2500	1100	2×2950
f	7,4	≥ 7,7	≥ 6,1	9,7	≥ 5,2	≥ 3,8

Diese Verhältnisse nahmen einen entscheidenden Einfluss auf die Ergebnisse. Anhand der vorgestellten Versuchsergebnisse ist eine Überprüfung der angenommenen Werte möglich. Die eingeführten Grenzverhältnisse hatten folgende Form:

$$\eta_f = 1 + f \cdot \left(1 - \frac{M_{W/S}}{M_T}\right) \quad \text{mit } f = 3 \text{ bzw. } 10 \quad (7.3)$$

Anhand dieser Grenzen wurden entschieden, ob eine Lastfallkombination trotz geringeren Stützmoments aufgrund einer erhöhten Zwischenauflegerkraft als (eventuell) maßgebend eingestuft werden konnte. Zur Überprüfung des Grenzfalles ist eine Übertragung auf die Stützmomente M_1 bzw. M_2 und die zugehörigen Zwischenauflegerkräfte $\text{zugh}R_1$ und $\text{zugh}R_2$ aus den vorliegenden Versuchen möglich, sofern die folgenden notwendigen Bedingungen erfüllt sind:

$$\frac{M_{W/S}}{M_T} = \frac{M_2}{M_1} \quad \text{wenn } M_1 > M_2 \quad (7.4)$$

$$\eta_f = \frac{R_{W/S}}{R_T} = \frac{\text{zugh}R_2}{\text{zugh}R_1} \quad \text{wenn } \text{zugh}R_1 < \text{zugh}R_2 \quad (7.5)$$

Werden die Gleichungen (7.4) und (7.5) in Gleichung (7.3) eingesetzt, kann nach dem gesuchten Grenzfaktor f aufgelöst werden:

$$f = \frac{\frac{\text{zugh}R_2}{\text{zugh}R_1} - 1}{1 - \frac{M_2}{M_1}} \quad (7.6)$$

Entsprechend den Annahmen der Parameterstudie ist eine Überprüfung nur für die Versuche mit $L_S = 60$ mm sinnvoll. Zusätzlich muss M_1 mit der Ersatzträgerlänge nach DIN EN 14509 ermittelt worden sein, und die zu M_1 und M_2 gehörenden Versuche müssen auf Knittern versagt haben. Als Referenzversuche für M_1 können die Versuche 1-W_1 bzw. 1-D_1 herangezogen werden, die mit $L = 5900$ mm die Vorgaben nach DIN EN 14509 annähernd erfüllen. Für die Versuche, die nicht auf Knittern versagt haben, ist der zugehörige Grenzfaktor f als Mindestwert aufzufassen. Tabelle 7.9 zeigt die Grenzfaktoren für die infrage kommenden Versuche. In Anlehnung an DIN EN 14509 wurden die Faktoren mit dem Einzelauflegeransatz berechnet. Dies hat im Vergleich zum Doppelauflegeransatz geringfügig höhere, demnach strengere Werte zur Folge. Vergleichswerte bilden die beiden eingeführten Grenzen η_3 und η_{10} . Die Grenze η_3 stand dafür, dass die Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee infolge von R eventuell maßgebend wurde. Mit η_{10} wurde die Grenze bezeichnet, für welche die Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee infolge von R maßgebend wurde. Keiner der berechneten Faktoren aus Tabelle 7.9 überschreitet zehn, womit die Festlegung auf η_{10} in der Parameterstudie bestätigt werden kann. Da zudem alle Faktoren zwischen drei und zehn liegen, ist auch die Einführung der zweiten Grenze η_3 gerechtfertigt. Eine zusätzliche Überprüfung der Grenzfaktoren wird am Ende des folgenden Abschnittes mit den Versuchen der zweiten Serie erfolgen.

Tabelle 7.10: Ausgewählte Eigenschaften (Mittelwerte) der Sandwichelemente.

	E_{Ct} in N/mm ²	E_{Cc} in N/mm ²	G_C in N/mm ²	f_{Ct} in N/mm ²	f_{Cc} in N/mm ²	f_{Cv} in N/mm ²	t_1 in mm	t_2 in mm	e in mm
Wand	4,37	3,81	3,57	0,152	0,131	0,154	0,507	0,430	38,1
Dach	2,64	2,68	2,64	0,112	0,117	0,130	0,487	0,420	39,1

7.2 Versuchsserie 2: Elemente mit 30 mm und 40 mm durchgehender Kerndicke

Für die zweite Versuchsserie wurde auf Sandwichelemente mit nominell 30 mm (Dach) und 40 mm (Wand) Kerndicke zurückgegriffen. Diese Elemente stellen die Untergrenze der gebräuchlichen Kerndicken dar. Somit eignen sie sich besonders gut, die korrekte Erfassung einer endlichen Kerndicke in Berechnungsansätzen zu überprüfen. Den zweiten Hauptunterschied zur ersten Versuchsserie stellen die Zweifeldträgerversuche dar, bei denen besonderer Wert darauf gelegt wurde, dass sie so ausgeführt wurden, dass ein realistisches Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und Mittelauflegerkraft sowohl für Wand- als auch für Dachelemente eintrat. Ähnlich zur ersten Versuchsserie wurden zusätzlich zahlreiche Ersatzträgerversuche durchgeführt. In den nachfolgenden Abschnitten werden die Versuche und deren Ergebnisse aufgeführt. Insbesondere wird auf die Zweifeldträgerversuche eingegangen. Teile dieser Ausführungen wurden bereits in Nelke und Lange (2016) veröffentlicht. Wie zuvor wird der Einfachheit und Übersichtlichkeit halber auf explizite Verweise auf die genannte Quelle verzichtet. Auch werden die Abbildungen und Tabellen in Abschnitt 7.2 nicht gesondert mit „Versuchsserie 2“ bezeichnet.

7.2.1 Versuchsbeschreibung

Die Versuche wurden zum Teil im Rahmen von Zulassungsversuchen durchgeführt und durch zusätzliche Versuche ergänzt. Aus diesem Grund ist die Nennung des Herstellers und der Typenbezeichnung nicht möglich. Wie in der ersten Versuchsserie waren die Deckschichten der Wandelemente beidseitig liniert, die der Dachelemente innen liniert und außen dachprofiliert. Tabelle 7.10 führt die wesentlichen Eigenschaften der Sandwichelemente auf. Weitere Kennwerte sind dem Anhang B, Tabelle B.1, S. 237 ff., zu entnehmen. Tabelle 7.11 gibt einen Überblick über die Bauteilversuche und die Versagensmodi. In allen Bauteilversuchen wurde die innere Deckschicht am (simulierten) Mittelaufleger auf Druck beansprucht. Die Lasteinleitungslängen wurden mit $L_S = 60$ mm und $L_S = 200$ mm beibehalten. Die Ersatzträgerlängen wurden in zwei Stufen für die Wandelemente bzw. in drei Stufen für die Dachelemente variiert. Die Obergrenze bildeten jeweils die Längen aus den Zulassungsversuchen mit $L = 3900$ mm. Als Untergrenze wurde für beide Elementtypen $L = 1800$ mm gewählt, was gemäß Abschnitt 6.1.4 ein realistisches Mindestmaß darstellt. Bei den Dachelementen wurde zusätzlich eine Zwischenstufe mit $L = 2350$ mm untersucht. Ähnlich zu Versuchsserie 1 wurden wenig beanspruchte Elementteile in Versuchen mit geringer Stützweite wiederverwendet. Der Versuchsaufbau für die Ersatzträger entspricht dem der ersten Versuchsserie. Die Messung der Trägereindrückung wurde angepasst. Sie wird separat in Abschnitt 7.2.4 vorgestellt. Die Zweifeldträgerversuche wurden mit einer

Tabelle 7.11: Übersicht über das Testprogramm und die Versagensmodi.

Versuch	L in mm	Test Nr.	Elementtyp	L_s in mm	Anzahl	1. Versagen
Ersatzträger	3900	2-W_3	Wand	60	3	a
		2-W_13		200	3	a
		2-D_3	Dach	60	3	a
		2-D_13		200	3	a
Ersatzträger	2350	2-D_4	Dach	60	2	c
		2-D_5		200	2	a
Ersatzträger	1800	2-W_6	Wand	60	3	c
		2-W_7		200	3	a
		2-D_6	Dach	60	4	c
		2-D_7		200	4	a/c ¹
Zweifeldträger	2×3950	2-W_9	Wand	60	3	a
		2-W_10		200	3	a
		2-D_9	Dach	60	3	a/c ¹
		2-D_10		200	3	a
Einfeldträger	3900	2-W_2	Wand	–	3	a
		2-D_2	Dach	–	3	a

¹ Versagensmodus nicht eindeutig.

Versagen a: Knittern am (simulierten) Mittelaugler.

Versagen c: Delamination der Deckschicht in der Nähe des (simulierten) Mittelauglers.

Feldlänge von jeweils 3950 mm durchgeführt. Details zu den Zweifeldträgern werden in einem gesonderten Abschnitt besprochen.

7.2.2 Untersuchung von Orthotropie und Inhomogenität des Kerns

Auch für die zweite Versuchsserie wurden die Steifigkeit und Festigkeit über die Kerndicke und in Längsrichtung untersucht. Die Untersuchungen in Dickenrichtung waren durch die Versuchseinrichtung auf Druck beschränkt. Wegen der geringen Elementdicke wurde entschieden, nur zwei Schichten zu betrachten. In Längsrichtung wurden die Länge in Kraftrichtung für die Druckversuche auf 50 mm reduziert, um ungewolltes Stabilitätsversagen zu vermeiden. Für die Zugversuche in Längsrichtung wurden die Abmessungen aus Gründen der Vergleichbarkeit übernommen. Tabelle 7.12 zeigt die ermittelten Werte einschließlich ihrer Standardabweichung. Die Ergebnisse in Längsrichtung zeigen die gleiche Tendenz wie bei der ersten Versuchsserie. In Längsrichtung sind die Festigkeiten und Steifigkeiten deutlich erhöht, wobei für beide Elementtypen ähnliche Effekte auftreten. Die gemittelten E-Moduln aus Druck und Zug sind in Längsrichtung um die Faktoren 3,1 (Wand) und 3,3 (Dach) größer als beim herkömmlichen Würfelversuch in Querrichtung. Diese Werte passen gut zu dem in Hassinen und Misiak (2012) vorgeschlagenen Erhöhungsfaktor von drei. Die Auswertung der Schichtdickenversuche zeigt für die Dachelemente keine nennenswerten Unterschiede. Hingegen ist die Innenseite (Produktionsoberseite) für die Wandelemente weniger fest und steif als die Außenseite. Leider konnte nicht untersucht werden, wie sich diese Unterschiede auf die Knitterspannung auswirken. Zwar wurden für beide Seiten Knitterspannungsversuche durchgeführt. Jedoch trat im Versuch für die

Tabelle 7.12: Festigkeit und Steifigkeit des Kerns in Längsrichtung und in Querrichtung über die Elementhöhe. Auflistung mit zugehöriger Standardabweichung. Die innere Schicht entspricht der Produktionsoberseite und war in den Elementversuchen unter Druckbeanspruchung.

Elementtyp	Versuch	Anzahl	Schicht	f_{Cc} bzw. f_{Ct} in N/mm ²	$s_{f_{Cc}}$ bzw. $s_{f_{Ct}}$ in N/mm ²	E_{Cc} bzw. E_{Ct} in N/mm ²	$s_{E_{Cc}}$ bzw. $s_{E_{Ct}}$ in N/mm ²
Wand	Druck längs	6	–	0,287	0,014	13,07	0,47
Wand	Zug längs	6	–	0,285	0,018	12,48	0,65
Wand	Druck quer	6	innen	0,108	0,013	2,35	0,37
Wand	Druck quer	6	außen	0,142	0,006	3,46	0,33
Dach	Druck längs	6	–	0,209	0,019	7,29	0,97
Dach	Zug längs	5	–	0,165	0,038	10,02	0,57
Dach	Druck quer	6	innen	0,149	0,012	2,72	0,44
Dach	Druck quer	5	außen	0,144	0,015	2,64	0,29

Tabelle 7.13: Berechnete Druck-E-Moduln für die gesamte Kernhöhe aus Einzelschichten nach Gleichung (7.1) und Verhältnis zu den Druck-E-Moduln aus den Würfelversuchen mit der gesamten Kernhöhe.

Elementtyp	E_{Cc} in N/mm ²	Verhältnis in %	Elementtyp	E_{Cc} in N/mm ²	Verhältnis in %
Wand	2,81	74	Dach	2,68	100

Außenseite Schubversagen auf, sodass sich jegliche Schlussfolgerung ohnehin nur auf einen Mindestwert für die Knitterspannung der Außenseite beziehen könnte. Da zudem dieser Mindestwert im Mittel lediglich 4 % über der Knitterspannung der Innenseite liegt, entfiel auch diese Möglichkeit.

Für die Schichtversuche wurde der mittlere E-Modul aller Schichten nach Gleichung (7.1) berechnet. Tabelle 7.13 zeigt die Ergebnisse. Während sich die Abweichungen für die Wandwürfel in ähnlichem Rahmen wie in Versuchsserie 1 bewegen, stimmt der aus den Einzelschichten bestimmte E-Modul für die Dachwürfel exakt mit dem aus dem herkömmlichen Würfelversuch überein. Da der E-Modul für die Dachwürfel in beiden Schichten annähernd gleich ist, kann von einem homogenen Kernmaterial ausgegangen werden. Durch die Gleichheit der E-Moduln in beiden Schichten ist anzunehmen, dass der Dickenverlust durch die Sägeschnitte ohne Auswirkung ist. Sowohl für die Wand- als auch für die Dachwürfel betrug er ca. 8 mm. Für die Wandwürfel mag im Sägeverlust begründet liegen, warum bei der schichtweisen Auswertung nur 74 % des zu erwartenden E-Moduls erreicht werden. Ob die geringe Dicke im Versuch einen Einfluss nimmt, kann nicht ausgeschlossen werden. Für die Wandelemente muss demnach wie bei Versuchsserie 1 geschlussfolgert werden, dass die absolute Höhe der Schichtergebnisse mit einer Unsicherheit behaftet ist. Trotz dieser Unsicherheit wird durch den Vergleich zwischen Innen- und Außenseite der Wandelemente offensichtlich, wie wenig repräsentativ der über die gesamte Kerndicke ermittelte E-Modul sein kann.

7.2.3 Ziel, Aufbau und Durchführung der Zweifeldträgerversuche mit kombinierter Beanspruchung

Mit den Zweifeldträgerversuchen wurden zwei Ziele verfolgt: Zum einen, die Belastungssituation möglichst realitätsnah abzubilden. Zum anderen, die Versuchsanordnung und -durchführung so zu wählen, dass das M_S/R -Verhältnis und das auftretende Sandwichmoment einem Ersatzträgerversuch entsprachen. Die vorliegenden Randbedingungen im Versuchslabor begrenzten die Gesamtversuchskörperlänge auf 8 m. So ist die Erfüllung der ersten Forderung nur möglich, wenn die Versuche unter kombinierter Beanspruchung aus äußerer Last und (simulierter) Temperaturbeanspruchung durchgeführt werden. Da eine Temperaturdifferenz im Versuchslabor nur unter erheblichem Aufwand realisiert werden kann, wurde entschieden, die Temperaturbeanspruchung durch eine entsprechende Stützenüberhöhung zu simulieren. Die zweite Forderung bezüglich der Gleichheit der M_S/R -Verhältnisse ermöglicht es, eine Aussage über die Gleichwertigkeit von Ersatzträger- und Zweifeldträgerversuch zu treffen. Die nachfolgenden Ausführungen beschreiben, wie die Stützenüberhöhung berechnet werden kann, um die zweite Forderung zu erfüllen. Anschließend werden Aufbau und Durchführung der Versuche beschrieben.

Herleitung der Ersatzstützenverschiebung Für die Zweifeldträgerversuche liegt eine kombinierte Beanspruchung aus Stützenverschiebung Δw , äußerer Last F und Eigengewicht (Index G) vor. Für den Versuch stellen die Stützenverschiebung und die äußere Last variable Größen dar. Das Eigengewicht kann als feste Größe betrachtet werden. Unter dieser Voraussetzung können folgende Formeln für das Sandwichmoment an der Stütze M_S und für die Mittelauflegerkraft R in allgemeiner Form angeben werden:

$$M_S = f_a \cdot \Delta w + f_b \cdot F + M_{S,G} \quad (7.7)$$

$$R = f_c \cdot \Delta w + f_d \cdot F + R_G \quad (7.8)$$

Dabei ergeben sich die Faktoren f_a , f_b , f_c und f_d aus dem linearen Zusammenhang zwischen Einwirkung (Δw bzw. F) und Schnittgröße bzw. Lagerreaktion (M_S bzw. R). Die Faktoren können durch statisch unbestimmte Rechnung oder programmgestützt durch Setzen einer Einheits-Stützenverschiebung bzw. einer Einheitslast bestimmt werden. Für das System aus Abbildung 7.9 ergeben sich die Vorfaktoren für Wandelemente zu:

$$f_a = \frac{3B_S}{L^2(1+k)} \quad (7.9)$$

$$f_b = -\frac{9L}{128(1+k)} \quad (7.10)$$

$$f_c = -\frac{6B_S}{L^3(1+k)} \quad (7.11)$$

$$f_d = \frac{41 + 32k}{64(1+k)} \quad (7.12)$$

Wird an der Mittelstütze statt des Einzelauflegers in Abbildung 7.9 ein Doppelaufleger angesetzt, werden die Ausdrücke so unhandlich, dass auf einen Abdruck verzichtet wurde. Für Dachelemente werden die Faktoren – unabhängig vom Ansatz des Mittelauflegers – aufgrund der inneren statischen Unbestimmtheit deutlich komplizierter. Im Rahmen dieser

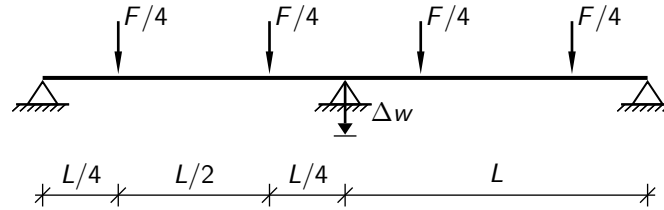


Abbildung 7.9: Statisches Systems eines Zweifeldträgers mit beispielhafter kombinierter Beanspruchung aus äußerer Last und Stützenverschiebung.

Arbeit wurden sie numerisch gemäß des in Abschnitt 2.2 beschriebenen Verfahrens von Schwarze (1984) ermittelt.

Im Gegensatz zum Zweifeldträgerversuch mit ausschließlich äußeren Lasten ist das M_S/R -Verhältnis bei kombinierter Beanspruchung aus äußeren Lasten und Stützenverschiebung auch unter Vernachlässigung des Eigengewichts nicht mehr konstant. Es genügt demnach nicht, allein die Stützweite zu variieren. Vielmehr müssen die äußere Last und die Stützenverschiebung aufeinander abgestimmt werden. Dabei sollen folgende Bedingungen eingehalten werden:

1. Das M_S/R -Verhältnis aus dem Zweifeldträgerversuch soll dem aus dem Ersatzträgerversuch entsprechen.
2. Die kombinierte Beanspruchung aus äußerer Last und Überhöhung soll so eingestellt werden, dass im Zweifeldträgerversuch das gleiche Sandwichmoment zum Versagenszeitpunkt wirkt wie im Ersatzträgerversuch.

Diese beiden Bedingungen müssen gleichzeitig erfüllt sein und schließen automatisch ein, dass die Mittelauflegerkraft im Zweifeldträgerversuch der simulierten Mittelauflegerkraft im Ersatzträgerversuch entspricht. In Formeln lassen sich die beiden Bedingungen wie folgt ausdrücken:

$$\left(\frac{M_S}{R}\right)_{2FT} \stackrel{!}{=} \left(\frac{M_S}{R}\right)_{EST} \quad (7.13)$$

$$M_{S,2FT} \stackrel{!}{=} M_{S,max,EST} \quad (7.14)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (7.7) und (7.8) in Gleichung (7.13) ergibt sich mit der Abkürzung $f_e = (M_S/R)_{EST}$ nach kurzer Umformung:

$$F = \frac{(f_c f_e - f_a) \Delta w + f_e R_G - M_{S,G}}{f_b - f_d f_e} \quad (7.15)$$

Einsetzen von F in Gleichung (7.7) liefert das Sandwichmoment an der Stütze, das ausschließlich von der unbekanntem Stützenverschiebung abhängt. Gleichsetzen dieses Moments mit dem maximalen Sandwichmoment aus dem Ersatzträgerversuch nach Gleichung (7.14) ergibt nach kurzer Umformung die gesuchte Stützenverschiebung:

$$\Delta w = \frac{(M_{S,max,EST} - M_{S,G})(f_b - f_d f_e) - f_b f_e R_G + f_b M_{S,G}}{f_b f_c f_e - f_a f_d f_e} \quad (7.16)$$

Rückeinsetzen von Gleichung (7.16) in Gleichung (7.15) liefert die zugehörige äußere Last. Unter den vorliegenden Randbedingungen ergibt sich ein negativer Wert für Δw und ein positiver Wert für F . Das bedeutet, dass die entsprechend Abbildung 7.9 definierte Stützenverschiebung einer Stützenhebung entspricht und die äußere Last nach unten wirkt.

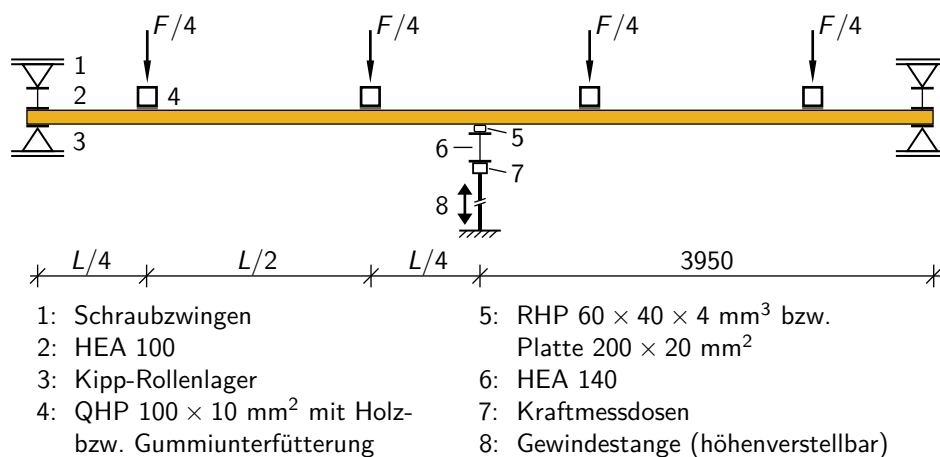


Abbildung 7.10: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus bei kombinierter Beanspruchung aus äußerer Last und Stützenverschiebung.

Versuchsaufbau und -durchführung Die Versuche wurden entsprechend dem in Abbildung 7.10 dargestellten Aufbau durchgeführt. Die Grundsätze des Aufbaus aus der ersten Versuchsserie wurden übernommen. Die Wege in den Feldern und die Mittelauflegerkraft wurden ebenfalls an beiden Seiten gemessen. Um die in Versuchsserie 1 aufgetretene Durchbiegung in Querrichtung am Mittelaflager zu eliminieren, wurde ein HEA 140-Profil über den Kraftmessdosen verlegt. Gegensätzlich zum Versuchsaufbau der ersten Serie musste das Mittelaflager höhenverstellbar ausgeführt werden. Dadurch war es notwendig, die Endauflager gegen Abheben zu sichern. Diese Bedingung wurde durch das Anbringen von Schraubzwingen erfüllt. Die gelenkige Lagerung wurde durch das Kugelgelenk des Schraubzwingenkopfes sichergestellt. Aufgrund der Laborausstattung war es nur möglich, die äußere Last über einen Hydraulikzylinder zu steuern. Die Mittelstütze musste manuell über das Drehen zweier Gewindestangen angehoben werden. Das Sandwichelement ist demnach so eingebaut, dass die Bauteiloberseite im Versuch der Außenseite unter realen Bedingungen entspricht. Die Ausbildung der Auflager ist den Bildern in Abbildung 7.11 zu entnehmen.

Die Lastaufbringung war dreigeteilt. Im ersten Lastfall wurde das Sandwichelement auf die drei Auflager gelegt, die im Ausgangszustand eine horizontale Ebene bildeten. Die daraus entstehende Mittelauflegerkraft wurde gemessen, um Abweichungen von der Solllage und die Auswirkungen möglicher Vorverformungen des Elements auszugleichen. Aus dieser Kraft konnte mit dem zuvor bestimmten Eigengewicht der Elemente das Sandwichstützmoment berechnet werden. Als zweites wurde das Mittelaflager überhöht. Die Größe der Überhöhung wurde für die Versuche mit $L_S = 60$ mm entsprechend der vorgestellten Herleitung unter Ansatz eines Doppelauflegers bestimmt. Für die Versuche mit $L_S = 200$ mm wurde die Überhöhung von den Versuchen mit $L_S = 60$ mm übernommen. Die Ergebnisse der Ersatzträgerversuche mit 3900 mm Spannweite und $L_S = 200$ mm lagen zum Zeitpunkt der Zweifeldträgerversuche noch nicht vor, da die benötigten Elemente aus den Elementen der Zweifeldträgerversuche gewonnen wurden. Anstelle der Stützenverschiebung Δw nach Gleichung (7.16) wurde die zugehörige Mittelauflegerkraft ($R_{\Delta w} = f_c \cdot \Delta w$) im Versuch als Zielwert gewählt. Dies liegt darin begründet, dass die Mittelauflegerkraft selbst Teil einer der beiden Vergleichsbedingungen ist. Im dritten Lastfall wurden in den Viertelpunkten der Felder jeweils zwei gleich große Linienlasten aufgebracht. Die Belastung erfolgte



(a) Endauflager, Ausführung mit Dachelement.



(b) Mittelaflager, Ausführung mit 60 mm Auflagerbreite.

Abbildung 7.11: Auflagerausführung in den Versuchen unter kombinierter Beanspruchung.

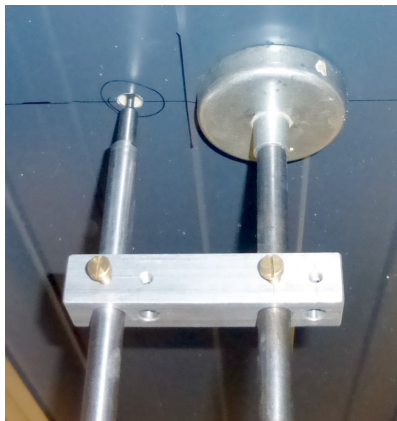
weggesteuert (5 mm/min) und wurde nach dem ersten Versagen abgebrochen.⁸ Bei allen Versuchen trat das erste Versagen am Mittelaflager auf.

7.2.4 Bestimmung der Eindrückung

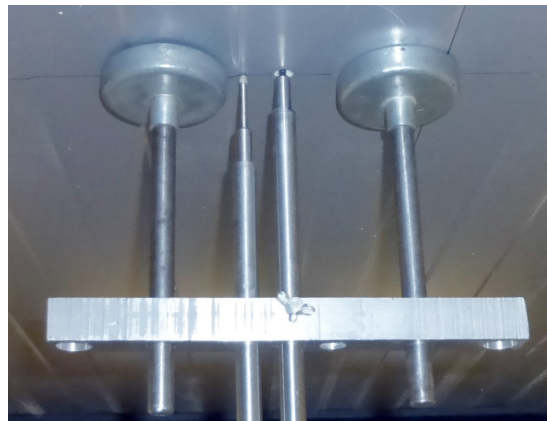
Einschränkungen und Messmethodik Nachdem die Eindrückungsmessung in der ersten Versuchsserie fehlgeschlagen war, wurde für die zweite Versuchsserie das Messkonzept überarbeitet. An den Ersatzträgerversuchen der Zulassung ($L = 3900$ mm und $L_S = 60$ mm) konnten keine Veränderungen vorgenommen werden. Die Problematik der fehlerhaften Eindrückungsmessung war vor der Durchführung der Versuche 2-D_4 bis 2-D_7 noch nicht erkannt worden. An allen anderen Versuchen – insbesondere den Zweifeldträgerversuchen – wurden die Eindrückungen erfasst. Die Betrachtung aller Messergebnisse hinterließ kein einheitliches Bild. Sie zeigten deutliche größere Streuungen als die Last-Verformungskurven und nicht alle Messstellen zeigten über die Versuche hinweg eindeutige Ergebnisse. Insgesamt waren die Messungen an den Wandelementen untereinander besser vergleichbar als die an den Dachelementen. Zahlreiche Messungen mussten verworfen werden. In den Zweifeldträgerversuchen wurden durch das manuelle Hochdrehen so große Störungen eingebracht, dass die Ergebnisse während dieser Phase zu Teilen unbrauchbar wurden. Die über die Versuche hinweg gemachten Erfahrungen reduzierten die verwertbaren Ergebnisse daher deutlich.

Die erste Idee, die Eindrückungsmessung aus Differenzbildung der Wegmessung an beiden Deckschichten zu bestimmen, musste verworfen werden. Sie erwies sich als nicht zielführend, da die Genauigkeit der verfügbaren Wegaufnehmer bei der zugleich großen Absolutverformung nicht ausreichte. Die letztlich am meisten verwendete Messmethode ist beispielhaft in Abbildung 7.12a dargestellt. An der gewünschten Messstelle wurde ein Loch in das Sandwichelement gebohrt, das bis zur gegenüberliegenden Deckschicht reichte. Der an einem magnetischen Stativ befestigte Taster maß den Wegunterschied zwischen dem Fuß-

⁸Es wurde nur der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit betrachtet. Darüber hinaus gehende Laststeigerungen, wie sie für eine Untersuchung des Grenzzustands der Tragfähigkeit notwendig gewesen wären, wurden nicht durchgeführt, um Teile der Elemente weiterverwenden zu können.



(a) Messung durch Bohrung.



(b) Messung durch Bohrung und zusätzliche Messung an der Deckschicht.

Abbildung 7.12: Eindrückungsmessung am Beispiel des Ersatzträgerversuchs. Ansicht von der Seite der gezogenen Deckschicht. Gedrückte Deckschicht im Versuch oben.

punkt des Magneten und der Deckschicht auf der anderen Seite. Voraussetzung für eine fehlerfreie Messung war die Annahme, dass sich der Befestigungspunkt des Tasters am Stativkopf nicht relativ zum Bohrloch bewegte. Diese Annahme wurde in einem der Versuche überprüft, in dem zusätzlich die Deckschichtverformung unmittelbar neben der Bohrung gemessen wurde. Abbildung 7.12b zeigt die dazugehörige Ausführung. An dieser Stelle sei vorweggenommen, dass die getroffene Annahme in Anbetracht der geringen Messgröße von wenigen Zehntelmillimetern als nicht vollständig erfüllt angesehen werden muss. Eine Umstellung der Messmethode auf die Ausführung gemäß Abbildung 7.12b war nicht mehr möglich, da die Idee der Überprüfung erst vor der Durchführung des allerletzten Versuchs entstand. Alle nachfolgend präsentierten Ergebnisse bilden die Eindrückung demzufolge mit einer geringen Unsicherheit ab.

Zweifeldträger Abbildung 7.13 zeigt die gemessenen Eindrückungen für die Zweifeldträgerversuche an Wandelementen. Sie wurden entsprechend Abbildung 7.12a ermittelt. Für die Bohrungen und die dazugehörigen Messungen wird zwischen hohem und tiefem Teilfeld unterschieden. „Hoch“ steht für das nach außen, „tief“ für das zum Elementkern gerichtete Teilfeld. Beide Angaben beziehen sich auf die Innenseite, an der das Mittelaufleger anliegt. Die dreigeteilte Belastung im Versuch spiegelt sich ebenfalls in den Versuchskurven wider. In der ersten Belastungsstufe durch das Eigengewicht waren die Messinstrumente noch nicht installiert, weswegen keine Eindrückungen ermittelt wurden. Der etwas unruhigere Kurvenverlauf bis zu einer Mittelauflegerkraft von ca. 1,5 bis 1,7 kN kennzeichnet die Laststufe, in der das Mittelaufleger überhört wurde. Am Ende dieser Laststufe fällt auf, dass die Eindrückungen bei konstant bleibender Belastung zunahmten. In der Zeit, bis die Mittelauflegerüberhöhung exakt eingestellt wurde, traten offensichtlich leichte Kriechverformungen des Kerns auf. Alle oberhalb dieser Stufe liegenden Belastungen sind auf die äußere Last zurückzuführen und durch einen glatten Kurvenverlauf gekennzeichnet. Für $L_S = 60$ mm war die Last-Verformungskurve während der Mittelauflegerüberhöhung bis auf eine Ausnahme nicht verwertbar. Daher ist in Abbildung 7.13a der Verlauf dieses Kurvenabschnitts nur für die Messung am tiefen Teilfeld von 2-W_9.3 dargestellt. Die restlichen Messwerte wurden auf den Übergangspunkt zwischen Mittelauflegerüberhöhung und äußerer Last dieser einen Messung bezogen. D. h., ab einer Mittelauflegerkraft von ca.

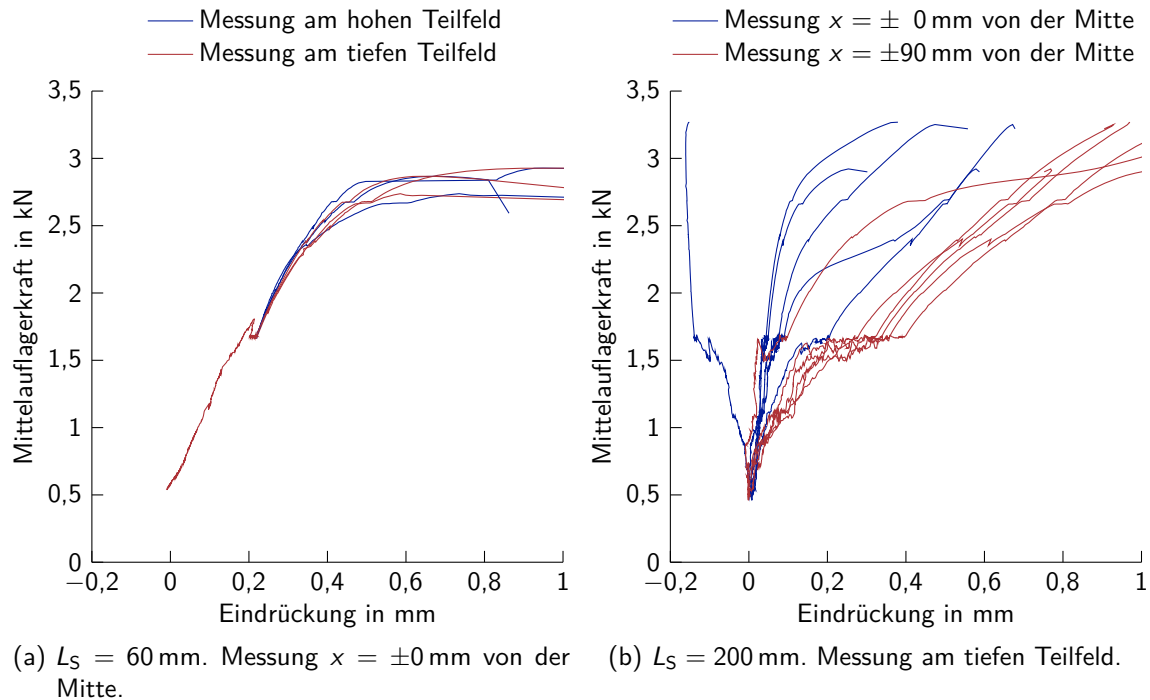


Abbildung 7.13: Gemessene Eindrückung für die Zweifeldträgerversuche mit Wandelementen (Versuche 2-W_9 und 2-W_10).

1,7 kN bzw. einer Eindrückung von ca. 0,22 mm sind die Messungen relativ zu besagtem Referenzpunkt dargestellt. Die so bestimmten Kurven verlaufen annähernd gleichförmig. Zudem ist kein Unterschied zwischen einer Messung am hohen bzw. tiefen Teilfeld festzustellen. Es ist anzumerken, dass die Messungen jeweils am Rand des Teilfelds, also nahe einem Steg, vorgenommen wurden.

In Abbildung 7.13b sind die Eindrückungen für $L_S = 200$ mm dargestellt. Die Wege wurden alle an der Mitte eines tiefen Teilfelds gemessen. Im Gegensatz zur Abbildung 7.13a haben die Farben eine andere Bedeutung. Die Messungen in Auflagermitte sind in blau dargestellt. Je Versuch wurden sie an zwei Stellen in Querrichtung abgenommen. Die Kurven in rot beschreiben die Eindrückung nahe der Ränder der Lasteinleitung in Längsrichtung, jeweils 90 mm von der Mitte aus gesehen in beide Richtungen je Versuch. Die Messstelle wurde bewusst nicht auf den exakten Rand der Lasteinleitung gesetzt, um durch Maßungenauigkeiten zu vermeiden, dass aus Versehen außerhalb des Lasteinleitungsbereichs gemessen wird. Die größere Eindrückung tritt in allen Versuchen an den Rändern der Lasteinleitung auf und bestätigt die Annahme, dass sich der Lastabtrag an diesen Stellen konzentriert. Die Seite, an der das Versagen eintrat, wies in allen Fällen bei der Versagenslast die größere Eindrückung auf. Die Eindrückungen in der Mitte der Lasteinleitung zeigen im Mittel deutlich geringere Werte als bei $L_S = 60$ mm, was der Erwartung entspricht. Auffällig ist die große Streubreite der Versuchsergebnisse in Abbildung 7.13b. Ein Teil der Streuung würde entfallen, wenn für alle Versuche, analog zum Vorgehen in Abbildung 7.13a, derselbe Bezugswert nach der Lastüberhöhung gewählt worden wäre. Die Eindrückungen in der Mitte der Lasteinleitung wären auch bei dieser Anpassung geringer als am Rand und wären dennoch so unterschiedlich, dass keine qualitative Aussage über die absolute Höhe der Eindrückung möglich wäre. Unabhängig von dieser denkbaren Anpassung sticht eine Last-Verformungskurve deutlich hervor. Während der Mittelauflagerüberhöhung wurden in

einem Fall negative, anschließend fast gar keine Eindrücke gemessen. Möglicherweise war der Unterschied in der Verformung zwischen Stativkopf und äußerer Deckschicht besonders groß. Eine mögliche Vorkrümmung des Elements in Querrichtung könnte dies begünstigt haben. Für die nicht abgebildeten Versuche an Dachelementen wurde sowohl bei $L_S = 60$ mm als auch bei $L_S = 200$ mm in der Mitte der Lasteinleitung praktisch keine Verformung gemessen. Am Rand der Lasteinleitung wurde nur bei $L_S = 200$ mm gemessen. Aufgrund einer Änderung der Messposition war nur ein Versuch verwertbar. Die beiden Messergebnisse zeigen große Unterschiede zueinander, waren in ihrer Größenordnung jedoch deutlich kleiner (weniger als halb so groß) als bei den Wandelementen.

Ersatzträger Für die Ersatzträgerversuche zeigten lediglich die Wandelemente sinnvolle Ergebnisse. Bei den Dachelementen 2-D_13 verfälschte eine Vorkrümmung in Querrichtung die Messungen. Bei den restlichen Dachelementen wurden die Eindrücke analog zur ersten Versuchsserie, also ohnehin fehlerhaft, erfasst. Nachfolgend werden zunächst die kürzesten Ersatzträgerversuche mit Wandelementen betrachtet. Abbildung 7.14a zeigt den Unterschied zwischen einer Messung am hohen und tiefen Teilfeld. Im Gegensatz zu den Zweifeldträgerversuchen wurde dieses Mal der Messaufnehmer nicht an den Rand, sondern in die Mitte des Teilfelds gesetzt. In diesem Fall ist ein deutlicher Unterschied zu beobachten. Daraus ist zu schließen, dass die Messposition einen großen Einfluss auf die Größe der Ergebnisse nimmt. Im Versuch 2-W_6.3 wurde zugunsten der Differenzmessung auf die Messung am hohen Teilfeld verzichtet. Die Differenzmessung wurde, wie eingangs erwähnt, entsprechend Abbildung 7.12b durchgeführt. Die unterbrochene Linie in Abbildung 7.14a bildet die Differenz der beiden Wege ab. Die durch eine größere Strichstärke hervorgehobene Linie zeigt ausschließlich die Messung am tiefen Teilfeld. Der Unterschied zwischen beiden Linien stellt die Kopfauslenkung des Stativs dar. Die Höhe der Kopfauslenkung bewegt sich etwa im Streubereich der Versuchsergebnisse. Sie fällt gering aus, wenn als Vergleich der Unterschied zwischen der Messung am hohen und tiefen Teilfeld herangezogen wird. Auffällig ist, dass der Einbezug der Kopfauslenkung zu einer Glättung der Versuchskurve führt. Der „unrunde“ Verlauf der anderen Kurven ist offensichtlich auf die Stativverformung zurückzuführen.

Abbildung 7.14b zeigt den Unterschied in Längsrichtung zwischen der Eindrücke nahe des Randes der Lasteinleitung und in deren Mitte. Die Messaufnehmer wurden erneut in der Mitte des Teilfeldes positioniert. Die Verformungen am Rand sind über einen Großteil der Lastaufbringung geringer als bei $L_S = 60$ mm in der Mitte. Die Verformungen in der Mitte der Lasteinleitung sind für $L_S = 200$ mm bei nahezu null. Dies unterstreicht die Annahme des Doppelaufagers für die statischen Berechnungen. Die nicht dargestellten Ergebnisse der Versuche 2-W_13 ($L = 3900$ mm, $L_S = 200$ mm) zeigen von den Verläufen ein ganz ähnliches Bild. Allein die Eindrücke am Rand der Lasteinleitung sind größer.

Vergleich der absoluten Werte zwischen Zweifeld- und Ersatzträger Abschließend soll ein kurzer Vergleich der absoluten Eindrücke zwischen den in den Abbildungen 7.13 und 7.14 dargestellten Wegen erfolgen. Dieser Vergleich ist mit gewissen Einschränkungen verbunden, da die Streubreite der Versuchsergebnisse z. T. sehr groß ist und sich die Messpositionen in Querrichtung für $L_S = 60$ mm unterscheiden. Mit diesen Einschränkungen fällt tendenziell auf, dass in den Zweifeldträgerversuchen bei gleicher Mittelauflegerkraft größere Eindrücke gemessen wurden als bei den dargestellten Ersatzträgerversuchen.

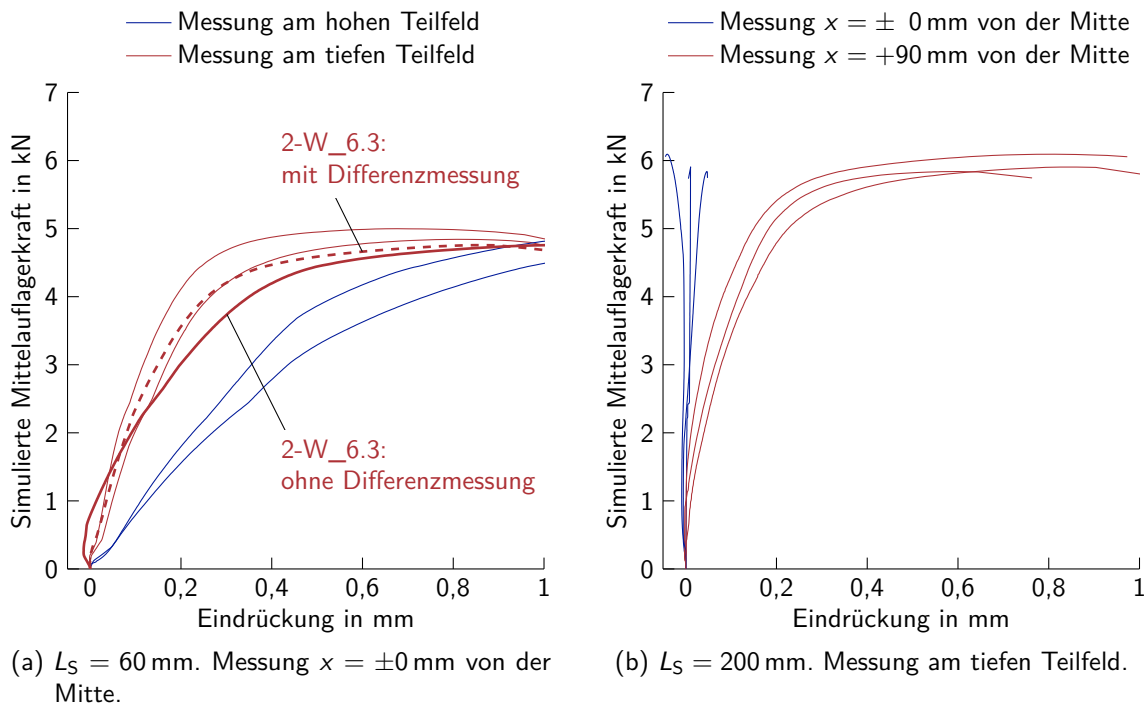


Abbildung 7.14: Gemessene Eindrückung für die Ersatzträgerversuche mit Wandelementen und 1800 mm Stützweite (Versuche 2-W_6 und 2-W_7).

Aufgrund der Lastaufbringung und Spannweite bedingt die gleiche Mittelauflagerkraft bei den Zweifeldträgern eine höhere Normalkraft in der Deckschicht. Folglich steigt der Einfluss nach Theorie II. Ordnung an und die Eindrückungen werden größer. Die Ergebnisse an den Ersatzträgerversuchen mit $L_S = 200$ mm bekräftigen diese Begründung: Für die gleiche Last wurden bei $L = 3900$ mm größere Eindrückungen am Rand der Lasteinleitung als bei $L = 1800$ mm beobachtet. Die in Abschnitt 5.1 vorgestellte analytische Lösung spiegelt sich phänomenologisch in den Versuchsergebnissen wider.

7.2.5 Tragfähigkeit beim ersten Versagen

Die im Versuch beobachteten Versagensarten wurden bereits in Tabelle 7.11 angegeben. Die Definition des ersten Versagens wird aus Abschnitt 7.1.4 übernommen. Die meisten Versuche versagten durch Knittern oder eine Mischform, die Knittern einschließt. Ein Vergleich zwischen Zweifeld- und dazugehörigem Ersatzträger kann zunächst nur für $L_S = 60$ mm gezogen werden. Für Wandelemente trat bei beiden Versuchsarten das gleiche Versagen auf. Für Dachelemente zeigten die Zweifeldträger eine Mischform aus Knittern und Blechablösung, wobei die zugehörigen Ersatzträgerversuche durch Knittern versagten. Es sei vorweg genommen, dass die jeweiligen Mittelauflagerkräfte beim Versagen nicht gleich groß waren. Die Zweifeldträger wurden deutlich höher belastet. Bei den kürzeren Ersatzträgerversuchen mit $L_S = 60$ mm – ebenfalls Dachelemente – trat als erstes Versagen eine Delamination der Deckschicht auf.

Aus der Versuchsbeobachtung alleine ist es bei einer Delamination, wie in Abschnitt 2.1.4

beschrieben, nicht möglich, auf die Ursache⁹ zu schließen. Für die weitere Bewertung der Versuchsergebnisse spielt die Versagensursache jedoch eine entscheidende Rolle. Anhand der auftretenden Spannungen soll daher überprüft werden, wie wahrscheinlich welche Ursache ist. Der einfacheren Bestimmung wegen werden die Schubspannungen zum Versagenszeitpunkt betrachtet. Die größten Schubspannungen traten bei den Versuchen 2-W_6 ($L = 1800 \text{ mm}$ und $L_S = 60 \text{ mm}$) auf. Die maximal auftretende Versagenslast betrug 5 kN , woraus sich folgende Schubspannung ergibt (vereinfachend wurde der Einfluss aus Eigengewicht vernachlässigt):

$$\tau_{C,\max} = \frac{F_{\max}}{2 B e} = \frac{5000 \text{ N}}{2 \cdot 1099 \text{ mm} \cdot 38,1 \text{ mm}} = 0,060 \text{ N/mm}^2 \ll 0,154 \text{ N/mm}^2 = f_{Cv} \quad (7.17)$$

Bei einer Schubaussnutzung von unter 40% ist davon auszugehen, dass Schubversagen als Ursache für die Delamination zwischen Deckschicht und Kern ausgeschlossen werden kann. Demzufolge wird geschlussfolgert, dass die maximale Biegetragfähigkeit bei allen Versuchen mit Delaminationsversagen erreicht wurde.

Biegetragfähigkeit Die Biegetragfähigkeit wurde, wie in Abschnitt 7.1.4 ausgeführt, auf Grundlage des Sandwichmoments ermittelt und ist in Tabelle 7.14 aufgeführt. Für die Zweifeldträger wurden die Schnittgrößen mit Hilfe der gemessenen Mittelauflegerkraft bestimmt. In allen Berechnungen wurde das Eigengewicht der Versuchskörper berücksichtigt. In Übereinstimmung mit den Eindrückungsmessungen bestätigten die Last-Verformungskurven – soweit möglich – den Doppelauflegeransatz, sodass er ebenfalls verwendet wurde. Das Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft ist ebenfalls in Tabelle 7.14 angegeben. Abbildung 7.8 zeigt analog zur ersten Versuchsserie die Visualisierung der tabellarisierten Daten. Wie zuvor beschrieben, wurden die Zweifeldträger mit $L_S = 60 \text{ mm}$ so konzipiert, dass sie zum Versagenszeitpunkt theoretisch das gleiche M_S/R -Verhältnis wie die Ersatzträgerversuche mit $L = 3900 \text{ mm}$ und $L_S = 60 \text{ mm}$ aufweisen sollten. Dies ist nur möglich, wenn die gleiche Mittelauflegerkraft wirkt und sie bei der gleichen gestörten Knitterspannung versagen. Sofern eine oder beide Größen nicht dem Ersatzträger entsprechen, verändert sich durch die kombinierte Beanspruchung aus Überhöhung und äußerer Last automatisch das Verhältnis zwischen M_S und R . Daraus resultiert, dass zu jedem Versuch ein eigenes M_S/R -Verhältnis gehört und sich dieses von dem des zugehörigen Ersatzträgerversuchs deutlich unterscheiden kann.

In den Versuchsergebnissen spiegelt sich analog zur ersten Versuchsserie der Trend wider, dass sich die Biegetragfähigkeit mit fallendem M_S/R -Verhältnis verringert. Damit wird die Abhängigkeit des Ergebnisses aus dem Ersatzträgerversuch von der bei der Durchführung gewählten Spannweite sichtbar. Der positive Einfluss der größeren Auflagerbreite ist in ähnlichem Umfang wie in der ersten Versuchsserie zu beobachten. Dieser fällt am geringsten für die Wandelemente mit großem M_S/R -Verhältnis aus. Die geringen Unterschiede zwischen den beiden Auflagerbreiten liegen darin begründet, dass die maximal mögliche Tragfähigkeit in Form der ungestörten Knitterspannung annähernd erreicht ist. Der Vergleich zwischen Zweifeld- und Ersatzträgerversuchen zeigt für die Wandelemente eine sehr gute Übereinstimmung. Die Mittelauflegerüberhöhung ist im Versuch für $L_S = 200 \text{ mm}$ auch ohne einen zuvor bestimmten Vergleichswert gut gewählt worden. Dazu passend trat mit Knittern jeweils dieselbe Versagensform auf. Die Tragfähigkeit liegt nahe an

⁹Mögliche Ursachen sind Biegeversagen infolge des Überschreitens der Querkzugspannungen oder Schubversagen infolge des Überschreitens der Schubfestigkeit zwischen Deckschicht und Kern.

Tabelle 7.14: Ergebnisse der Versuchsserie 2: Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft sowie maximale Drucknormalspannung beim ersten Versagen. Berechnung nach der Sandwichtheorie unter Einbezug der gemessenen (simulierten) Mittelauflegerkraft als Doppellast bzw. -lager mit Berücksichtigung des Eigengewichts.

L in mm	L_S in mm	Versuch	M_S/R in mm	$\max \sigma_{F2}$ in N/mm ²	Versuch	M_S/R in mm	$\max \sigma_{F2}$ in N/mm ²
<i>Ersatzträger</i>							
3900	60	2-W_3.1	1038	155	2-D_3.1	595	100
		2-W_3.2	1036	158	2-D_3.2	594	102
		2-W_3.3	1039	153	2-D_3.3	596	98
	200	2-W_13.1	994	168	2-D_13.1	579	132
		2-W_13.2	998	158	2-D_13.2	581	126
		2-W_13.3	992	172	2-D_13.3	582	122
2350	60				2-D_4.1	275	84
					2-D_4.2	275	84
	200				2-D_5.1	270	96
					2-D_5.2	270	96
1800	60	2-W_6.1	444	119	2-D_6.1	173	69
		2-W_6.2	444	123	2-D_6.2	173	69
		2-W_6.3	444	117	2-D_6.3	173	67
	200				2-D_6.4	173	66
		2-W_7.1	408	133	2-D_7.1	170	78
		2-W_7.2	408	132	2-D_7.2	170	77
		2-W_7.3	407	137	2-D_7.3	170	77
				2-D_7.4	170	76	
<i>Zweifeldträger</i>							
2×3950	60	2-W_9.1	999	153	2-D_9.1	413	108
		2-W_9.2	938	152	2-D_9.2	401	109
		2-W_9.3	959	150	2-D_9.3	405	104
	200	2-W_10.1	852	152	2-D_10.1	372	125
		2-W_10.2	902	145	2-D_10.2	332	118
		2-W_10.3	852	154	2-D_10.3	337	116
<i>Einfeldträger</i>							
3900	–	2-W_2.1	–	175	2-D_2.1	–	150
		2-W_2.2	–	179	2-D_2.2	–	146
		2-W_2.3	–	171	2-D_2.3	–	148

den Ersatzträgerversuchen mit $L = 3900$ mm. Für beide Auflagerbreiten ist die gestörte Knitterspannung der Zweifeldträger zwar im Mittel etwas geringer, jedoch wurden diese jeweils bei größerer Mittelauflegerkraft, also geringerem M_S/R -Verhältnis, erreicht. Beide Abweichungen zusammen betrachtet führen daher zu einem schlüssigen Ergebnis. Für die Dachelemente zeigt der Vergleich von Ersatz- mit Zweifeldträgerversuchen ein anderes Bild. Die Zweifeldträgerversuche konnten bei vergleichbarer, gestörter Knitterspannung durch eine höhere Mittelauflegerkraft belastet werden. Dies gilt für beide Lasteinleitungslängen. Die Verringerung des M_S/R -Verhältnisses im Vergleich zur ursprünglichen Planung – jedoch bei zugleich geringer Veränderung der gestörten Knitterspannung – liegt in der

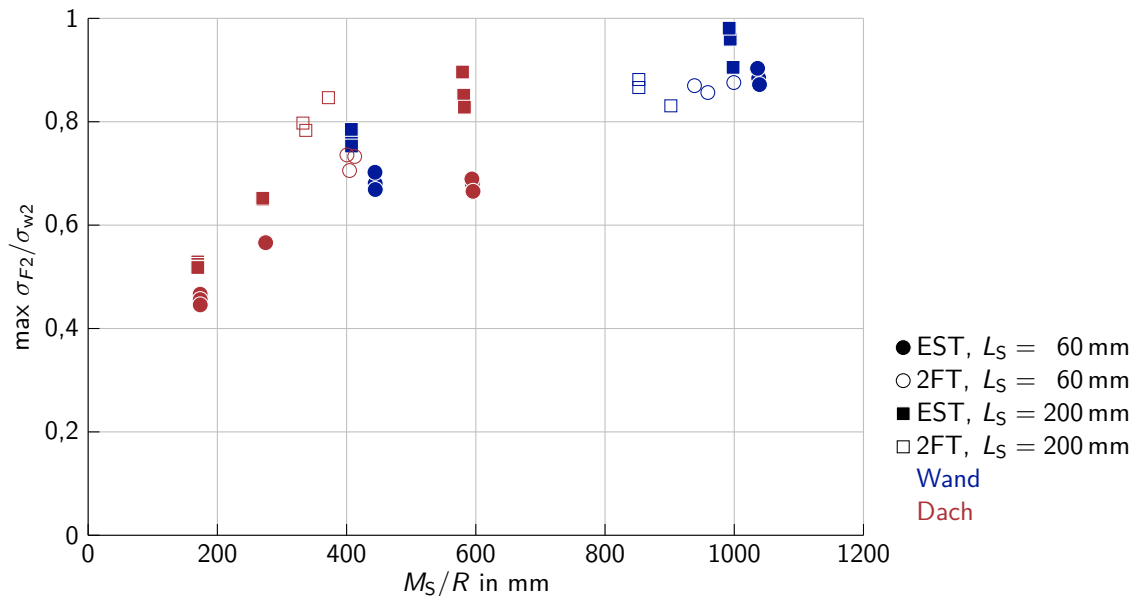


Abbildung 7.15: Auf die Knitterspannung bezogene maximale Drucknormalspannung am (simulierten) Mittelaugler beim ersten Versagen. Darstellung mit Bezug auf das Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauglerkraft.

Lastaufbringung begründet. Im dritten und letzten Lastschritt wurden die äußeren Lasten aufgebracht. Im Gegensatz zur Mittelauglerüberhöhung sorgen sie für einen starken Anstieg der Mittelauglerkraft bei nur moderater Erhöhung des Sandwichstützmoments. Daraus folgt: Sobald der Zweifeldträgerversuch eine höhere Tragfähigkeit aufzeigt, äußert sie sich in erster Linie in einem geringeren M_S/R -Verhältnis. Im Vergleich mit den benachbarten Ersatzträgerversuchen ist die gestörte Knitterspannung der Zweifeldträgerversuche etwas erhöht. In der Gesamtbetrachtung aller Versuche ergibt sich trotzdem ein stimmiges Bild. So bestätigt auch die zweite Versuchsserie, dass sich der Zweifeldträger gut durch den Ersatzträger abbilden lässt. Bei den Dachelementen zeigte sich dabei, dass der Ersatzträger konservative Tragfähigkeiten prognostiziert.

Nach den Ergebnissen der Parameterstudie aus Kapitel 6 liegen alle Ersatzträgerlängen, im Gegensatz zur ersten Versuchsserie, innerhalb der als realistisch eingestuften Grenzen. Die Ersatzträger mit der geringsten Spannweite bilden die dort ermittelte Untergrenze fast exakt ab. Somit zeigen Tabelle 7.14 bzw. Abbildung 7.15 die Möglichkeiten auf, die in einer realitätsnäheren Bestimmung der ungestörten Knitterspannung liegen. Wegen der Nicht-Berücksichtigung von Ersatzträgerlängen, die 3900 mm überschreiten, und Lasteinleitungslängen größer als 200 mm ist die realistische Obergrenze für die gestörte Knitterspannung bei annähernd 100 % der ungestörten anzunehmen. Wie in Versuchsserie 1 sind die Auswirkungen auf Dachelemente größer. Für sie reduziert sich im ungünstigsten Fall ($L = 1800$ mm, $L_S = 60$ mm) die gestörte Knitterspannung auf 46 % der ungestörten. Bei Wandelementen sind es 68 %. Zum Vergleich wird die gestörte Knitterspannung der Zulassungsversuche herangezogen. Sie wurde entsprechend den Vorgaben aus DIN EN 14509 mit $L = 3900$ mm, $L_S = 60$ mm ermittelt. Als bezogene Werte ergeben sich 68 % (Dach) bzw. 88 % (Wand). Der Unterschied zu den Untergrenzen ist das Maß für das vorhandene Sicherheitsdefizit. Dieses ist mit 22 Prozentpunkten bei den Dachelementen bzw. 20 Prozentpunkten bei den Wandelementen sehr groß. Der Abstand zu den Obergrenzen kann als wirtschaftliches Einsparpotential aufgefasst werden. Für die Wandelemente ist

Tabelle 7.15: Grenzfaktoren f nach dem Einzelauflageransatz. Berechnung mit den Mittelwerten der Versuchsergebnisse.

Versuch	2-W_4	2-D_6	2-D_4
System	EST	EST	EST
L in mm	1800	2350	1800
f	3,8	4,9	4,1

es in diesem Fall moderat (maximal 12 Prozentpunkte), für die Dachelemente sehr ausgeprägt (maximal 32 Prozentpunkte). Der positive Einfluss der größeren Lasteinleitungslänge bei gleichbleibender Spannweite ist für Dachelemente ebenfalls größer. Für sie beträgt der Anstieg der gestörten Knitterspannung maximal 27 %. Bei Wandelementen sind es im Maximum 11 %. Zusammenfassend bedeutet dies, dass die aus der Ersatzträgerlänge gemäß DIN EN 14509 ermittelte gestörte Knitterspannung die realen Verhältnisse nicht ausreichend abdeckt. Es existieren realistische Anwendungsszenarien für die eine genauere Bestimmung der gestörten Knitterspannung aus wirtschaftlicher Sicht erstrebenswert bzw. aus sicherheitsrelevanten Gründen notwendig ist.

Überprüfung der Grenzwerte der Parameterstudie Wie bei der ersten Versuchsserie werden die in der Parameterstudie angenommenen Grenzwerte zur Einstufung der Leiteinwirkungen überprüft. Die Bezugswerte für M_1 wurden aus den Mittelwerten der Ersatzträgerversuche 2-W_3 und 2-D_3 ($L = 3900$ mm, $L_S = 60$ mm) bestimmt. Da sie im Rahmen einer Zulassung durchgeführt wurden, erfüllen sie die Anforderungen von DIN EN 14509 vollständig. Als Vergleichswerte M_2 konnten alle Ersatzträgerversuche mit $L_S = 60$ mm verwendet werden. Wie eingangs dieses Abschnitts gezeigt, können alle Versuche mit Delaminationsversagen der maximalen Biegetragfähigkeit zugeordnet werden. Somit können die Grenzfaktoren f ohne Einschränkung bestimmt werden. Da die Zweifeldträgerversuche die Bezugsversuche für M_1 simulierten, wurden sie nicht als Vergleichswerte für M_2 herangezogen. Tabelle 7.15 gibt die mit Gleichung (7.6) bestimmten Grenzfaktoren wieder. In Übereinstimmung mit DIN EN 14509 wurde der Einzelauflageransatz verwendet. Die Ergebnisse bestärken die gewählten Grenzwerte bei $f = 3$ (Untergrenze zur Einstufung der Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee als eventuell maßgebend) und $f = 10$ (Grenze zur Einstufung der Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee als maßgebend). Keines der berechneten Ergebnisse unterschreitet den Wert drei und alle Werte liegen deutlich unter zehn. Demnach kann das Ergebnis der ersten Versuchsserie bestätigt werden. Die für die Parameterstudie gewählten Grenzwerte spiegeln die realen Verhältnisse wider. Die Einführung der Zusatzkriterien zur Berücksichtigung zusätzlicher Parameterkombinationen war berechtigt.

7.3 Zulassungsversuche am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt

7.3.1 Übersicht über die Versuche

Zur Erweiterung der Versuchsbasis werden die vorhandenen Versuche ergänzt. Dafür wurden alle am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt durchgeführten Zulassungsversuche zwischen 2009 und 2016 betrachtet, sofern für sie sowohl die Ersatzträgerversuche als auch die Knitterspannungsversuche vorlagen. Dadurch erhöht sich die Anzahl der Versuchsserien auf insgesamt 14. Als Serie werden dabei alle Versuche bezeichnet, die von einem Hersteller im Rahmen einer Zulassung in Auftrag gegeben wurden. Zumeist schließt eine Serie mehrere Bauteildicken, manchmal auch verschiedene Deckschichtausbildungen, ein. So wird beispielsweise Versuchsserie 2 um eine weitere Dicke für die Wandelemente ergänzt. Zusätzlich zu den vorgestellten Versuchen der ersten beiden Serien ergeben sich 31 verschiedene Ersatzträgerversuche mit jeweils dreifacher Durchführung. Die dazugehörigen Knitterspannungsversuche wurden bis auf einen Fall ebenfalls drei Mal durchgeführt.

Abbildung 7.16 zeigt eine Übersicht der Zulassungsversuche aufgeschlüsselt nach Nennhöhe und Spannweite. Auffällig ist, dass deutlich mehr Wand- als Dachelemente untersucht wurden. Dennoch decken auch die Dachelemente unter Einbezug der ersten beiden Versuchsserien den relevanten Parameterbereich ausreichend gut ab. Kleine und große Nennhöhen kommen in größerer Anzahl vor. Dies hängt damit zusammen, dass in Zulassungsversuchen für den Ersatzträgerversuch normalerweise die kleinste und größte Elementdicke eines Herstellers herangezogen werden. Für mittlere Dicken ist es üblich, nur den Knitterspannungsversuch durchzuführen. Die Häufung der Elementdicken steht in unmittelbarem Zusammenhang mit der Häufung der Ersatzträgerspannweiten. Für die meisten Elemente bis 60 mm Nennhöhe betrug die Spannweite 3900 mm. Allen Elementen mit mindestens 100 mm Kerndicke wurden 5900 mm oder mehr als Spannweite zugewiesen. Dies bestätigt die in Abschnitt 6.2 getroffene Wahl der typischen Ersatzträgerlängen. Die dort angenommenen Längen wurden allein von der Kernhöhe abhängig gemacht.

Die detaillierten Eigenschaften der Sandwichelemente wurden der Übersichtlichkeit halber in den Anhang ausgelagert und sind in Abschnitt B, Tabelle B.1, S. 237 ff., zu finden. Nachfolgend werden ausgewählte Eigenschaften aufgeführt, um einen Überblick über den abgedeckten Parameterbereich zu bekommen:

- Elf verschiedene Hersteller.
- Lasteinleitungslänge $L_S = 60$ mm oder 80 mm.
- Deckblechausbildung der gedrückten Deckschicht: $27 \times$ liniert, $2 \times$ gesickt, $2 \times$ eben.
- Dicke der gedrückten Deckschicht: $t_{\text{nom}} = 0,31 \dots 0,70$ mm.
- Linierungstiefe bei liniierter bzw. gesickter Deckschicht: $d = 0,2 \dots 2,2$ mm.
- Schubmodul des Kerns: $G_C = 2,5 \dots 5,1$ N/mm².
- E-Modul des Kerns auf Zug: $E_{Ct} = 2,2 \dots 6,5$ N/mm².
- E-Modul des Kerns auf Druck: $E_{Cc} = 1,7 \dots 5,9$ N/mm².

Anhand dieser Übersicht wird deutlich, dass fast alle wesentlichen Eigenschaften in großer Breite erfasst werden. Die Lasteinleitungslänge und die Deckschichtausbildung stellen

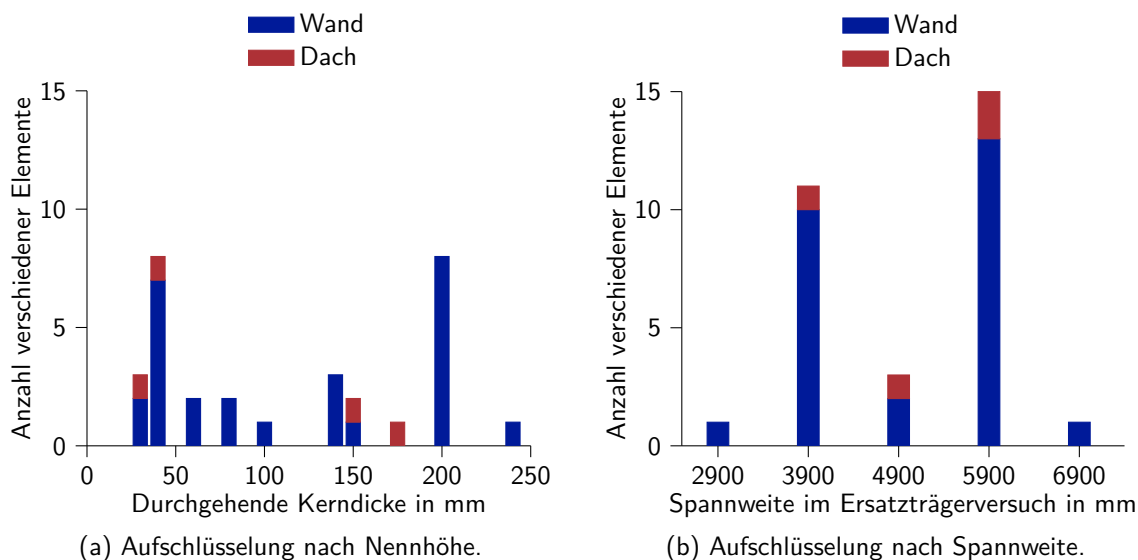


Abbildung 7.16: Übersicht über die betrachteten Zulassungsversuche.

hierbei die einzigen Ausnahmen dar. Für die Lasteinleitungslänge richteten sich die Zulassungsversuche nach DIN EN 14509:2013-12 bzw. DIN EN 14509:2007-02, Abschnitt A.7, in denen jeweils „etwa 60 mm“ vorgegeben werden. Größere Lasteinleitungslängen sind in den ersten beiden Versuchsserien untersucht worden. Die Häufung bei linierten Deckschichten hängt zum einen mit der bevorzugten Anwendung zusammen. Zum anderen liegt sie in der Traglaststeigerung im Vergleich zu gesickten bzw. ebenen Deckschichten begründet. Alternativ zu den aufwändigen und kostspieligen Zulassungsversuchen erlaubt DIN EN 14509, wie in Abschnitt 4.1.1 vorgestellt, die rechnerische Ermittlung der Knitterspannung. Für linierte Deckschichten liegt die Berechnung so stark auf der sicheren Seite, dass fast ausschließlich Versuche vorgezogen werden. Dies hat zur Folge, dass lediglich vier nicht linierte Elementtypen zur Verfügung stehen. Da sie von zwei verschiedenen Herstellern stammen und in vier unterschiedlichen Bauteildicken vorliegen, wird die Parameterabdeckung für eine spätere verallgemeinerte Aussage als ausreichend betrachtet.

Abschließend sei erwähnt, dass auf eine Darstellung der Tragfähigkeiten über den Verhältnissen zwischen Stützmoment und simulierter Mittelauflegerkraft bewusst verzichtet wird. Die in den vorangegangenen beiden Versuchsserien beobachteten Abhängigkeiten traten nur deswegen auf, weil die Elemente jeweils dieselben Eigenschaften aufwiesen. In der nun vorliegenden herstellerübergreifenden Mischung finden sich, wie oben ausgeführt, eine Vielzahl an Varianten. Je nach Ausprägung beeinflussen die einzelnen Eigenschaften die gestörte Knitterspannung mehr oder weniger stark. Eine einheitliche Tendenz, die ausschließlich vom Verhältnis zwischen Stützmoment und simulierter Mittelauflegerkraft abhängt, kann demnach nicht auftreten.

7.3.2 Qualität der Versuchsergebnisse

Um die Qualität der Versuchsergebnisse sicherzustellen, wurden für alle aufgeführten Versuche die gemessenen mit den berechneten Last-Verformungskurven verglichen. Etwa für die Hälfte der Elemente wurde eine gute bis sehr gute Übereinstimmung festgestellt. Bei

sieben Elementen lag die Abweichung zwischen ca. 5 % und 10 %, bei elf Elementen zwischen ca. 10 % und 15 %. Größere Abweichungen als 15 % wurden nicht festgestellt. Die exakte Angabe der Abweichung war nicht immer möglich, da teilweise Steifigkeitsunterschiede zwischen Ersatzträger- und Knitterspannungsversuch bestanden bzw. die Steifigkeit selbst bei geringen Lasten manchmal nicht konstant war. Die betroffenen Elemente sind in Tabelle 7.16 und Tabelle B.1 mit einem Stern (Abweichungen 5 % bis 10 %) bzw. zwei Sternen (10 % bis 15 %) vor der Seriennummer gekennzeichnet. In all diesen Fällen wurde die Steifigkeit unterschätzt. Es wird angenommen, dass die größte Unsicherheit bei der Bestimmung der Elementwerte bzw. -eigenschaften im Schubmodul liegt. Größere Fehler für alle anderen Faktoren mit Einfluss auf die Steifigkeit sind nahezu auszuschließen (beispielsweise für den E-Modul der Deckschicht oder die Spannweite im Versuch) oder die Einflusswerte unterliegen nur geringen Streuungen und sind zugleich einfach zu messen (beispielsweise die Deckschichtdicke oder die Elementhöhe).¹⁰ Diese Annahme wird dadurch gestützt, dass betroffene Elemente tendenziell einen höheren Faktor k , der den Einfluss der Schubsteifigkeit kennzeichnet, aufweisen. Es kann dennoch sein, dass nicht betroffene Elemente eine vergleichbare Unsicherheit bezüglich des Schubmoduls aufweisen; nur fällt sie aufgrund des geringen Schubeinflusses nicht auf. Aus diesem Grund ist eine genauere Betrachtung des Schubeinflusses notwendig. Dazu wird die maximale Verformung im Ersatzträgerversuch betrachtet. Für Wandelemente lässt sie sich beim vereinfachten Ansatz einer Einzellast in Feldmitte wie folgt berechnen (z. B. Davies 2001a, S. 199 f.):

$$w = \frac{FL^3}{48B_S} (4k + 1) \quad (7.18)$$

$$\text{mit } k = \frac{3B_S}{L^2 G_C A_C} \quad (7.19)$$

Wird nur der Schubeinfluss als variable Größe betrachtet, lässt sich der Unterschied zwischen Versuch (Index: exp) und Sandwichtheorie (Index: theor) durch

$$f_{\text{exp}} = \frac{4k_{\text{exp}} + 1}{4k_{\text{theor}} + 1} \quad (7.20)$$

ausdrücken. Dabei bezieht der Faktor f_{exp} die Verformung im Versuch auf die berechnete Verformung. Wird f_{exp} kleiner als eins, verhält sich der Versuch steifer als die Berechnung. Für f_{exp} größer eins ist es umgekehrt. Mit der Einführung von

$$k_{\text{exp}} = f_k k_{\text{theor}} \quad (7.21)$$

lässt sich nach f_k auflösen:

$$f_k = f_{\text{exp}} + \frac{1}{4k_{\text{theor}}} (f_{\text{exp}} - 1) \quad (7.22)$$

Wird für k nur der Schubmodul als Unsicherheitsfaktor betrachtet, lässt sich der Unterschied zwischen den im Experiment vorhandenen und dem in der Berechnung angesetzten Schubmodul bestimmen:

$$G_{C,\text{exp}} = \frac{1}{f_k} G_{C,\text{theor}} \quad (7.23)$$

Die Funktion $(1/f_k)$ liefert demnach bei steiferem als dem berechneten Verformungsverhalten ($f_{\text{exp}} < 1$) den Vergrößerungsfaktor für den Schubmodul.

¹⁰Lediglich die Deckschichtsteifigkeit profilierter Elemente kommt zusätzlich als Ursache in Frage. Jedoch ist nur eines der betroffenen Elemente ein Dachelement.

Tabelle 7.16: Vergrößerungsfaktor für den Schubmodul nach Gleichung (7.21) im Ersatzträgerversuch für die Wandelemente der Versuchsserien 1 bis 14.

Serie		1	2	2	3	*3	4	4	*5	**5	6
Nenndicke	in mm	80	40	140	40	200	40	100	30	200	30
f_{exp}	in %	97,5	97,5	97,5	97,5	95	97,5	97,5	95	90	97,5
k_{theor}	–	0,09	0,10	0,17	0,11	0,32	0,07	0,10	0,14	0,29	0,06
$1/f_k$	in %	111	109	107	109	110	113	109	116	123	116
Serie		**6	7	**7	8	*9	**9	**9	**9	10	**10
Nenndicke	in mm	240	40	200	150	60 ¹	140 ¹	60 ²	140 ²	40	200
f_{exp}	in %	90	97,5	90	97,5	95	90	90	90	97,5	90
k_{theor}	–	0,23	0,07	0,23	0,18	0,13	0,16	0,13	0,17	0,08	0,30
$1/f_k$	in %	127	113	127	106	118	134	141	133	111	123
Serie		10	**10	11	*12	**12	13	*13	**14	*14	
Nenndicke	in mm	40	200	40	80	200	40	200	80	200	
f_{exp}	in %	97,5	90	97,5	95	90	97,5	95	90	95	
k_{theor}	–	0,08	0,30	0,14	0,16	0,36	0,09	0,24	0,20	0,31	
$1/f_k$	in %	111	123	108	115	120	110	111	129	110	

* Verformungsabweichung zwischen Versuch und Berechnung ca. 5 % bis 10 %

** Verformungsabweichung zwischen Versuch und Berechnung ca. 10 % bis 15 %

¹ Deckschicht 2 gesickt.

² Deckschicht 2 liniert.

Abbildung 7.17 zeigt eine Auswertung von $(1/f_k)$ für verschiedene Abweichungen f_{exp} in Abhängigkeit von k_{theor} . Daraus wird deutlich, warum für kleine Werte von k_{theor} keine oder nur geringe Abweichungen in den Verformungen beobachtet wurden. Aus diesem Grund ist in Tabelle 7.16 die Funktion $(1/f_k)$ für alle Wandelemente aufgelistet.¹¹ Unter der Annahme, dass die nicht auf den Schubmodul zurückführbaren Verformungsabweichungen auf 2,5 % geschätzt werden können, ergeben sich folgende Abweichungen, die im Schubmodul begründet liegen: Für die Gruppe mit den größten Abweichungen (Kennzeichnung mit zwei Sternen) ergeben sich im Mittel 10 %, für die mit den mittleren Abweichungen (Kennzeichnung mit einem Stern) im Mittel 5 %. Für die Elemente mit guten bis sehr guten Übereinstimmungen sind demnach maximal 2,5 % Verformungsunterschied auf den Schubmodul anzurechnen. Aufbauend auf diesen Abweichungen wurde der Faktor f_{exp} in Tabelle 7.16 bestimmt. Der damit berechnete Vergrößerungsfaktor zeigt, dass für viele Elemente die mögliche Abweichung des Schubmoduls bei etwa 10 % bis 15 % liegt. Die Abweichung darf damit in diesen Fällen als so gering angesehen werden, dass sie nicht weiter beachtet werden muss. Einige Versuche zeigen Abweichungen von 30 % und mehr. In der Spitze werden 41 % erreicht. Wird davon ausgegangen, dass sich der Schubmodul in ähnlichem Maße auf die gestörte wie auf die ideale Knitterspannung auswirkt (also mit der dritten Wurzel), relativieren sich die Auswirkungen der hohen Abweichungen. Beispielsweise vergrößert eine Erhöhung von G_C um 50 % die ideale Knitterspannung lediglich um knapp 15 %. So kann geschlossen werden, dass die Mehrzahl der Versuche ohne Einschränkung verwendet werden kann. Bei den mit zwei Sternen gekennzeichneten Elementen bleibt eine Unsicherheit bestehen. Auf die Berechnung der ideellen Knitterspannung sollten die

¹¹ Auf die Dachelemente wurde wegen der komplexeren Verformungsberechnung und der verbleibenden Unsicherheit bezüglich der Steifigkeit der profilierten Deckschicht verzichtet. Zudem war nur eines der Dachelemente (Serie 11, Nenndicke 140 mm) von einer deutlichen Verformungsabweichung betroffen.

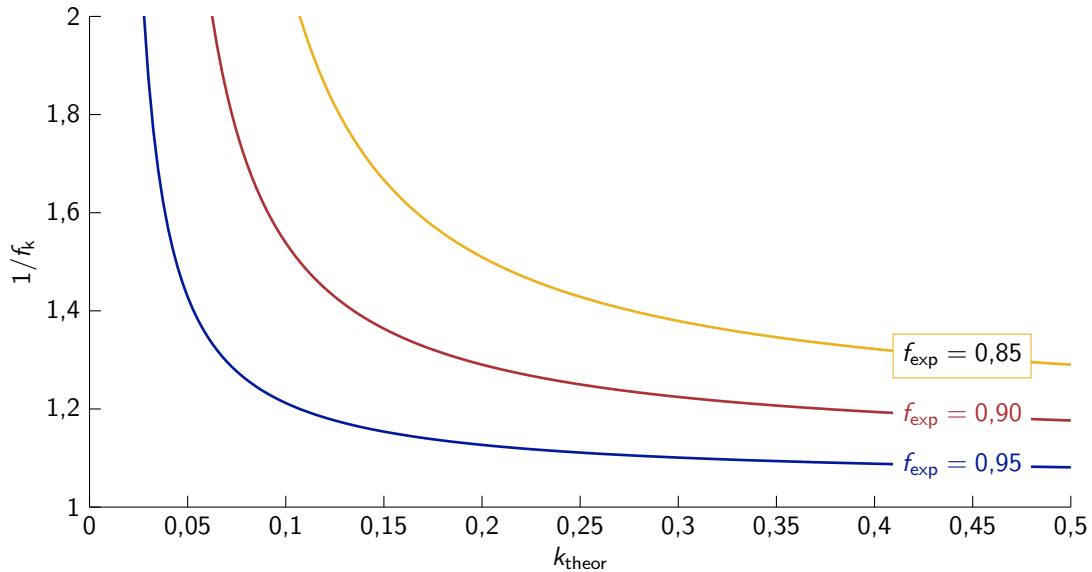


Abbildung 7.17: Vergrößerungsfaktor für den Schubmodul nach Gleichung (7.21) im Ersatzträgerversuch bei Abweichung f_{exp} zwischen berechneter und gemessener Verformung.

Abweichungen durch den Schubmodul jedoch maximal 15 % Einfluss nehmen. Da die Steifigkeit in allen Fällen unterschätzt wurde, liegen die Berechnungen zumindest auf der sicheren Seite.

Es sei abschließend angemerkt, dass die in diesem Abschnitt aufgeführten Abweichungen als eine wahrscheinliche, jedoch nicht zwingend vorhandene Erhöhung für den Schubmodul zu verstehen sind. Andere Ursachen können nicht vollständig ausgeschlossen werden, auch wenn sie als nicht sehr wahrscheinlich angesehen werden. Die vorgenommene Auswertung diente der Einschätzung über die Qualität der Versuchsergebnisse und stellte eine Prüfung dar, ob die Ergebnisse in sich schlüssig sind. Einerseits war es nicht das Ziel der Untersuchung, die Ursachen für die Abweichungen herauszufinden. Andererseits wäre dies im Nachhinein ohnehin schwer realisierbar gewesen. Worin die möglichen Abweichungen begründet liegen, kann nur vermutet werden. Drei infrage kommende Gründe für eine Erhöhung des Schubmoduls sollen an dieser Stelle kurz erwähnt werden: Erstens ist die Bestimmung des Schubmoduls eines Werkstoffs keine triviale Aufgabe. So existieren zum Versuchsaufbau aus DIN EN 14509 einige Alternativen (z. B. DIN 53 294; DIN EN 12090; Heyder, Öchsner et al. 2002 oder Lübke 2014, Abschnitt 3.2.3). Zweitens kann die Länge des Probekörpers den Schubmodul nach DIN EN 14509 beeinflussen. Bei kürzeren Spannweiten werden z. T. höhere Schubmoduln erzielt. Beispielsweise wurden die Schubversuche der Wandelemente aus Versuchsserie 1 (80 mm Nenndicke) anstatt mit 1000 mm Spannweite zusätzlich mit 900 mm Spannweite durchgeführt. Schubmodul und Schubfestigkeit stiegen von $3,87 \text{ N/mm}^2$ bzw. $0,165 \text{ N/mm}^2$ auf $4,74 \text{ N/mm}^2$ bzw. $0,189 \text{ N/mm}^2$ an.¹² Drittens bleibt im Schubversuch nach DIN EN 14509 die Eindrückung an den Auflagern unberücksichtigt, was zu einer Überschätzung der Schubverformung und damit zu einer Unterschätzung des Schubmoduls führt. Ob die bisher übliche Schubmodulbestimmung beibehalten werden soll-

¹²Die Ergebnisse der längeren Spannweite wurde für die weiteren Berechnungen verwendet, da angenommen wurde, dass es bei der kürzeren Spannweite zu einem direkten Lastabtrag in Form einer flachen Druckstrebe zwischen Lasteinleitungsplatte und Lagerplatte kam. Der lichte Abstand zwischen beiden Platten betrug bei der kürzeren Spannweite 100 mm. Der Grenzwert nach DIN EN 14509, Abschnitt A.3.2, liegt bei $1,2 d_c$.

te und welche Ursache letztendlich hauptverantwortlich für die beobachteten Abweichungen ist, bedarf weiterer Forschung.

7.4 Anwendung der Versuchsserien auf die Ansätze zur Berücksichtigung der Linierung aus Kapitel 4

In Kapitel 4 wurden der Ansatz von Baehre (1989) und Kech (1991) zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung und der Ansatz von Misiek und Hassinen (2010) zur Bestimmung der ungestörten Knitterspannung – jeweils unter besonderer Berücksichtigung der Linierung – besprochen. Nachfolgend werden die Berechnungsergebnisse im Vergleich zu den Versuchsergebnissen kurz besprochen.

Der Ansatz von Baehre bzw. Kech Ein Vergleich des Ansatzes von Baehre (1989) und Kech (1991) mit den Versuchsergebnissen erscheint im ersten Moment wenig sinnvoll, da nicht die ungestörte, sondern die ideelle Knitterspannung rechnerisch ermittelt wird. Eine Auswertung dieses Vergleichs wurde mit Abbildung 7.18 dennoch vorgenommen, da der Unterschied zwischen Berechnung und Versuch als Maß für die Imperfektion aufgefasst werden kann. Für die Mehrzahl der Versuchsergebnisse zeigte sich das zu erwartende Ergebnis: Die berechnete, ideelle Knitterspannung liegt deutlich über der ungestörten Knitterspannung aus dem Versuch. Viele Versuche weisen einen ähnlichen Abstand zu den Berechnungsergebnissen auf. Folglich ist für sie von Imperfektionen in vergleichbarer Größenordnung auszugehen. Für einige Versuche übersteigt der berechnete Wert den Versuchswert sehr stark, was auf große Imperfektionen hindeutet. Auffällig sind die

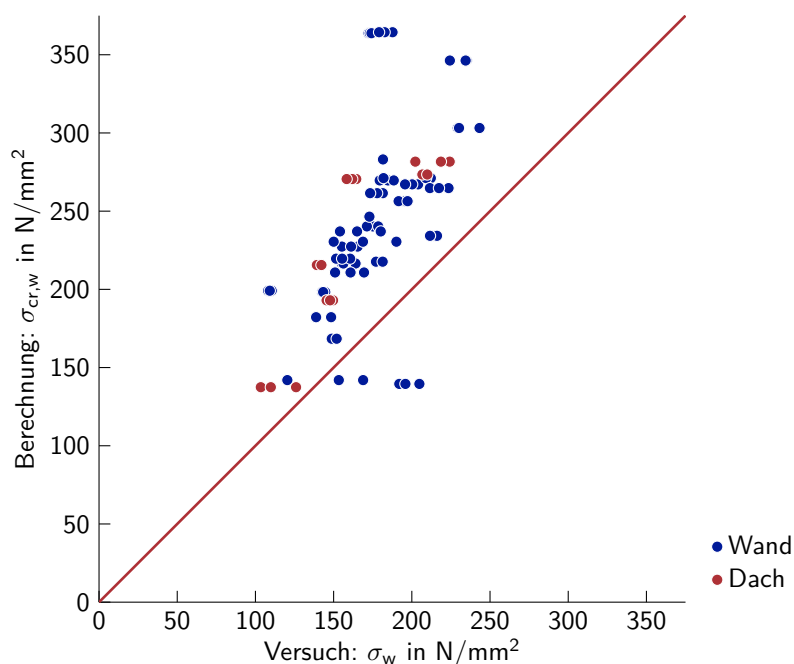


Abbildung 7.18: Vergleich der ideellen Knitterspannung nach Baehre (1989) und Kech (1991) und der im Versuch bestimmten Knitterspannung. Die Daten der Abbildung wurden aus den Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

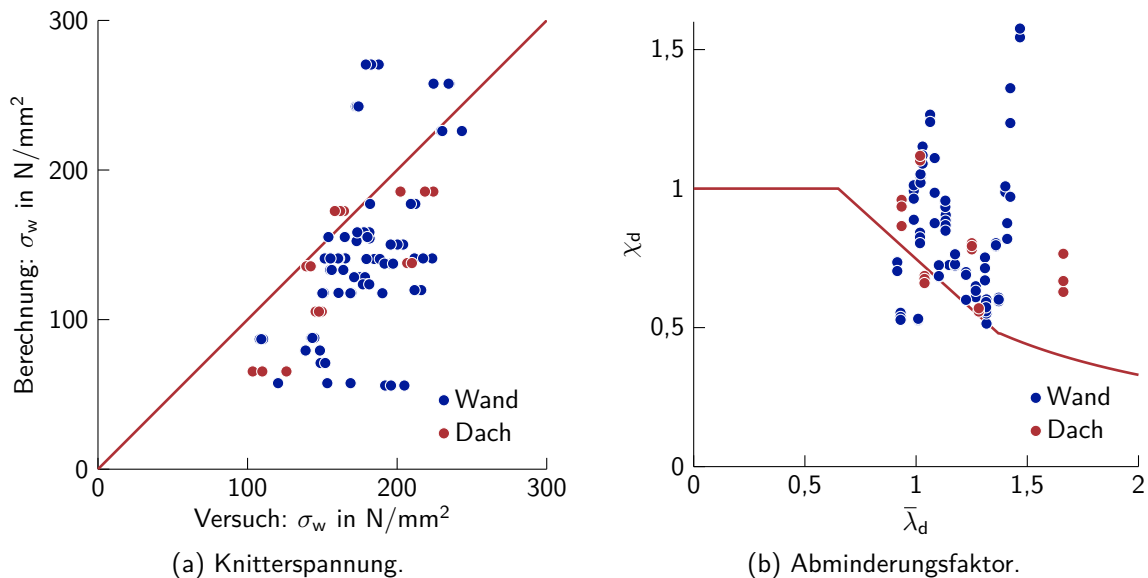


Abbildung 7.19: Vergleich des Berechnungsansatzes nach Misiak und Hassinen (2010) mit den Ergebnissen aus den Einfeldträgerversuchen zur Bestimmung der Knitterspannung. Die Daten der Abbildung wurden aus den Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

wenigen Ausnahmen, für die die ideale Knitterspannung die Versuchswerte unterschreitet. Dies betrifft das Wandelement aus der Serie 5 mit 30 mm Nenndicke und die gesickten Wandelemente aus der Serie 9 mit 60 mm und 140 mm Nenndicke. Werden die Versuchswerte als richtig akzeptiert und Messfehler ausgeschlossen, sind zwei Ursachen denkbar: Erstens kann es sein, dass sich im Versuch eine größere wirksame Breite einstellt als berechnet. Zweitens ist es möglich, dass in Wirklichkeit die Kernsteifigkeit inhomogen über dessen Höhe verteilt und zum betrachteten Rand hin erhöht ist. Für die betroffenen Elemente der Serie 9 kann die erste Möglichkeit als alleinige Ursache ausgeschlossen werden, da die ideale Knitterspannung selbst bei einem vollständigen Mitwirken der Deckschicht nicht ausreichend groß geworden wäre. Demnach ist von einem Steifigkeitsanstieg zur betrachteten Deckschicht hin auszugehen. Wie bereits in Abschnitt 7.1.2 angesprochen, unterstreicht diese Beobachtung, wie bedeutsam es wäre, die Steifigkeitsverteilung über den Kern im Rahmen von Zulassungsversuchen zu ermitteln. Insgesamt gesehen liefert der Ansatz von Baehre und Kech demnach plausible Ergebnisse. Inwiefern sie auf die gestörte Knitterspannung übertragen werden können, lässt sich am einfachsten durch einen Vergleich mit den Ersatzträgerversuchen klären. Dieser wird im Rahmen der numerischen Berechnungen in Kapitel 8 geführt werden.

Der Ansatz von Misiak und Hassinen Abbildung 7.19 zeigt den Vergleich zwischen dem Berechnungsansatz nach Misiak und Hassinen (2010) und den Versuchsergebnissen. Neben der Knitterspannung in Abbildung 7.19a wurde zusätzlich der Abminderungsfaktor χ_d über der bezogenen Schlankheit $\bar{\lambda}_d$ dargestellt (siehe Abbildung 7.19b). Der Vergleich über die Schlankheit folgt den Ausführungen in Misiak, Frank et al. (2011b). In beiden Darstellungen wird deutlich, dass die Berechnungen nicht zu den Versuchsergebnissen passen. Die Streuung ist sehr groß, was sich in einem Variationskoeffizienten von 25 % für die Knitterspannung widerspiegelt. Für viele Versuche wird die Knitterspannung unterschätzt. Die Berechnungsergebnisse lassen sich verbessern, indem die wirksamen Breiten iteriert

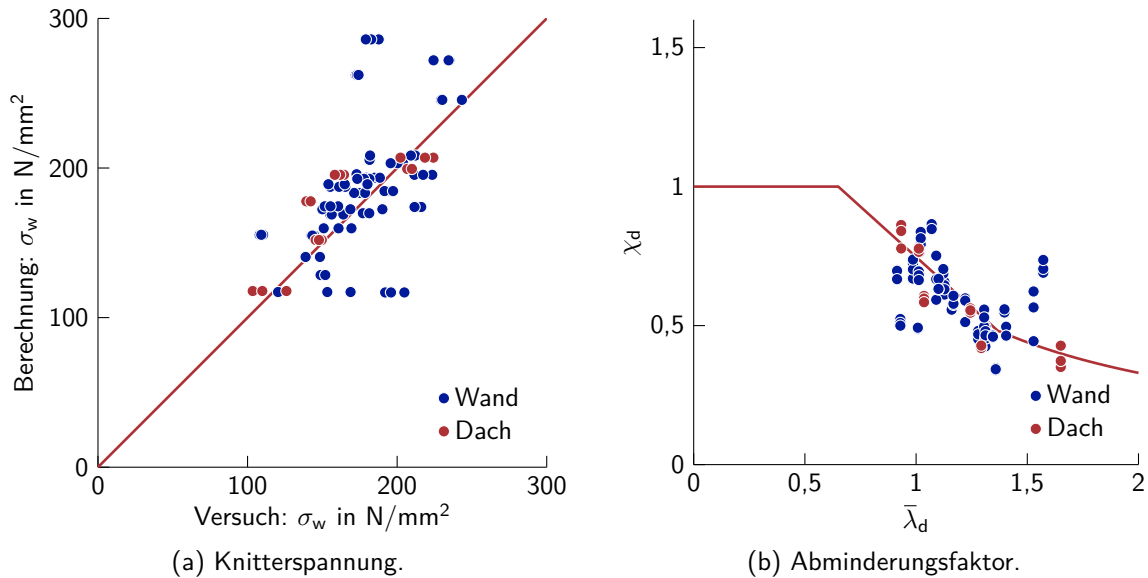


Abbildung 7.20: Vergleich des verbesserten Berechnungsansatzes nach Misiak und Hassinen (2010) mit den Ergebnissen aus den Einfeldträgerversuchen zur Bestimmung der Knitterspannung. Verbesserung durch Vernachlässigung des knickstabähnlichen Verhaltens und Einführung der Iteration der wirksamen Breiten. Die Daten der Abbildung wurden aus den Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

werden und das knickstabähnliche Verhalten nicht berücksichtigt wird. Letzteres kann durch Setzen von $\rho_c = \rho$ erreicht werden. Andere Änderungen, wie alternative Formeln für ρ und angepasste Grenzkurven für χ_d , führten zu keiner merklichen Verbesserung. Die Abbildungen 7.20a und 7.20b zeigen die Berechnung unter Vernachlässigung des knickstabähnlichen Verhaltens und zusätzlicher Iteration der wirksamen Breiten. Die Ergebnisse stimmen im Mittel mit den Versuchen gut überein. Jedoch zeigt sich auch hier eine hohe Streuung. Der Variationskoeffizient für die Knitterspannung liegt bei 20%. Jede weitere Verwendung ist dementsprechend mit großen Unsicherheiten behaftet, was sich zwangsläufig auf die Qualität eines darauf aufbauenden Berechnungsmodells für die gestörte Knitterspannung negativ auswirken würde. Aufgrund dessen wird im Rahmen dieser Arbeit weder die so berechnete Knitterspannung noch das sich daraus ergebende wirksame Flächenträgheitsmoment weiter betrachtet. Auch mit den vorgenommenen Verbesserungen ist es offensichtlich nicht möglich, das Berechnungsverfahren für Kaltprofile uneingeschränkt auf Sandwichelemente zu übertragen.

7.5 Anwendung der Versuchsserien auf die Ansätze aus Kapitel 5

In Kapitel 5 wurden die Ansätze von Berner (1995), Martikainen und Hassinen (1996), Meyer (2000) und Lübke (2014) zur Berechnung der gestörten Knitterspannung vorgestellt. Vorteile und kritische Punkte der Verfahren wurden bereits an dieser Stelle diskutiert. Anhand der Versuche aus den vorangegangenen Abschnitten soll nun überprüft werden, inwieweit die Berechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen übereinstimmen. Die Abbildungen 7.21 bis 7.24 zeigen die Ergebnisse der Überprüfung, die nachfolgend besprochen werden.

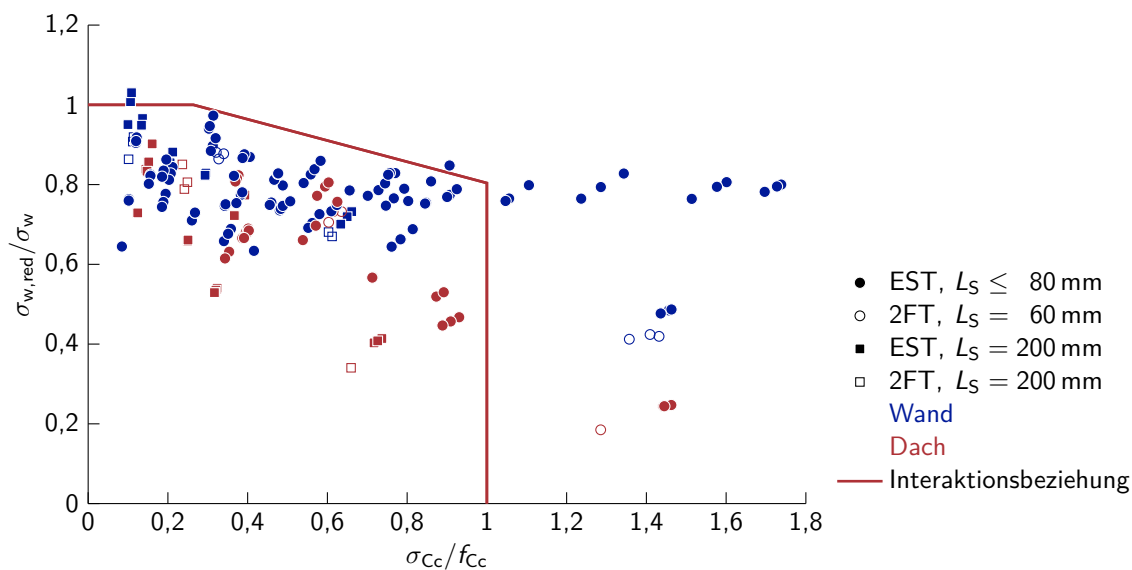


Abbildung 7.21: Interaktionsbeziehung und Versuchswerte für die gestörte Knitterspannung nach Berner (1995). Darstellung in Form der auf die ungestörte Knitterspannung bezogenen gestörten Knitterspannung über der auf die Druckfestigkeit bezogenen Kontaktpressung (Druckspannung im Kern nach Gleichung (5.6)). Berechnung der gestörten Knitterspannung nach dem Einzelauflegeransatz. Die Daten der Abbildung wurden aus den Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

Der Ansatz von Berner Die Interaktionsbeziehung von Berner (1995) wurde als Gerade mit mittlerer Abweichung aus den ihr zugrunde liegenden Versuchsergebnissen bestimmt. Bei einer Auslastung von eins wurden auf beiden Achsen Obergrenzen eingeführt. Die Darstellung in Abbildung 7.21 unterscheiden nach Dach- und Wandelementen, nach Ersatz- und Zweifeldträgerversuchen sowie nach der Lasteinleitungslänge. Vereinfachend wurden die Ersatzträgerversuche mit einer Lasteinleitungslänge von 60 mm und 80 mm in einer Gruppe zusammengefasst. Die Auswertung basiert auf dem Einzelauflegeransatz, da angenommen wird, dass dies dem Vorgehen in Berner (1995) entspricht. Eine Auswertung nach dem Doppelauflegeransatz würde für die Mehrzahl der Versuche ($L_S \leq 80$ mm) keine nennenswert anderen Ergebnisse liefern. Alle Punkte zusammen betrachtet fällt auf, dass die Interaktionsgerade für den Großteil der Versuche eine Obergrenze statt des Mittelwerts darstellt. Die Abweichungen zu den Versuchsergebnissen sind so deutlich, dass von einer Verwendung abgesehen werden sollte. Auffällig ist, dass die Dachelemente tendenziell etwas geringere Biegetragfähigkeiten als die Wandelemente aufweisen. Aus Abbildung 7.21 kann zusätzlich eine Aussage über das Zutreffen der angenommen Grenzfallbetrachtung in Abschnitt 6.2 gemacht werden. Dort wurde untersucht, ob beim Ersatzträgerversuch der auf der sicheren Seite liegende Grenzfall eintritt. Der Grenzfall setzt voraus, dass die Kontaktpressung exakt der Druckfestigkeit f_{Cc} entspricht. Wäre der Grenzfall eingehalten, müsste für fast alle ausgefüllten Punkte¹³ das Verhältnis σ_{Cc}/f_{Cc} von etwa eins auftreten. Dies ist offensichtlich nicht der Fall und bestätigt damit die Erkenntnisse aus Abschnitt 6.2.

¹³Die einzigen Ausnahmen bilden die Versuche aus den Serien 1 und 2 mit kürzeren als im Zulassungsversuch vorgesehen Spannweiten.

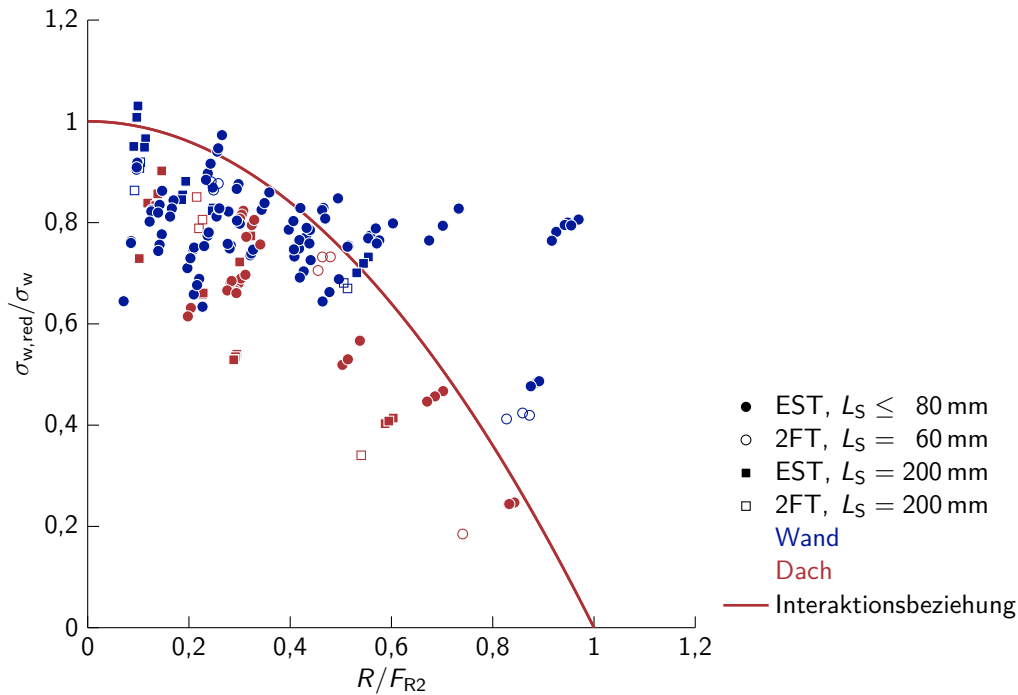


Abbildung 7.22: Interaktionsbeziehung und Versuchswerte für die gestörte Knitterspannung nach Martikainen und Hassinen (1996). Darstellung in Form der auf die ungestörte Knitterspannung bezogenen gestörten Knitterspannung über der auf die Druckauflagertragfähigkeit nach DIN EN 14509, Gleichung (E.6), bezogenen Zwischenauflegerkraft mit Lastausbreitung (entspricht der Berechnung mit Hilfe von Gleichung (5.7)). Berechnung der gestörten Knitterspannung nach dem Einzelauflegeransatz. Die Daten der Abbildung wurden aus den Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

Der Ansatz von Martikainen und Hassinen Martikainen und Hassinen (1996) entwickelten ihre Interaktionsbeziehung als Untergrenze ihrer Versuchsergebnisse. Für die Darstellung in Abbildung 7.22 wurde nach denselben Kriterien wie in Abbildung 7.21 differenziert. Der Vorgehensweise in Hassinen (2001) folgend, wurde die gestörte Knitterspannung mit dem Einzelauflegeransatz bestimmt. Die große Mehrzahl der Versuchsergebnisse liegt unter der vorgeschlagenen Interaktionskurve und damit auf der unsicheren Seite. Für größere bezogene Auflagerkräfte besteht – mit einigen Ausnahmen – zwischen Versuchsergebnissen und Interaktionsbeziehung eine Tendenz in die gleiche Richtung. Insgesamt sind die auftretenden Abweichungen so groß und zum Teil soweit auf der unsicheren Seite, dass eine Anwendung nicht empfohlen werden kann. Wie beim Ansatz von Berner (1995) fällt auf, dass Dachelemente tendenziell geringere Biegetragfähigkeiten aufweisen.

Der Ansatz von Meyer Im Gegensatz zu den Ansätzen von Berner (1995) und Martikainen und Hassinen (1996) entwickelte Meyer (2000) eine analytische Berechnungsmethode für die gestörte Knitterspannung. Als Versagenskriterium definiert Meyer (2000) den Fließbeginn der Deckschichttrandfaser, weswegen als Fließspannung R_{eh} angesetzt wurde. Sofern R_{eh} für eine Deckschicht nicht ermittelt wurde, wurde angenommen, dass keine ausgeprägte obere Streckgrenze vorlag und ersatzweise auf $R_{p0,2}$ zurückgegriffen werden kann. Für die Darstellung in Abbildung 7.23 wurden, entsprechend der Vorgehensweise in Meyer (2000), der Einzelauflegeransatz verwendet und lediglich die Ersatzträgerversuche an Wandelementen herangezogen. Der Einbezug der Zweifeldträgerversuche und der Dachelemente wäre

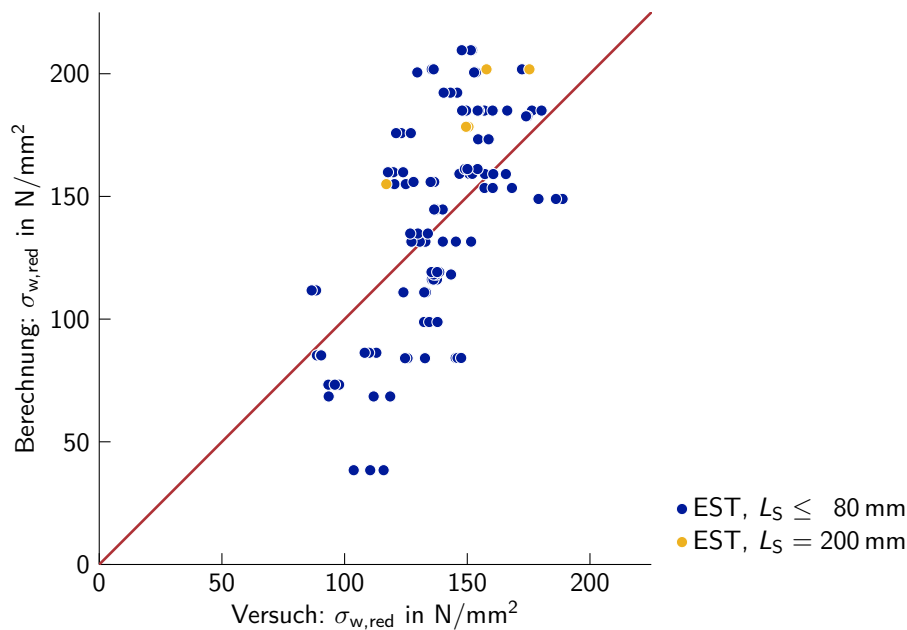


Abbildung 7.23: Vergleich zwischen im Versuch bestimmter und berechneter, gestörter Knitterspannung nach Meyer (2000). Berechnung der gestörten Knitterspannung nach dem Einzelauflegeransatz. Die Daten der Abbildung wurden aus den Ersatzträgerversuchen an Wandelementen der Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

prinzipiell möglich gewesen, hätte jedoch ein Umschreiben und eine Erweiterung des Berechnungsalgorithmus erfordert. Aufgrund der Vielzahl der verbleibenden Versuche wurde auf diesen Mehraufwand verzichtet. Die Unterscheidung in Abbildung 7.23 beschränkt sich demnach auf Ersatzträgerversuche mit $L_S = 60$ mm bzw. 80 mm und $L_S = 200$ mm. Die in rot eingezeichnete Gerade kennzeichnet die Parität zwischen Versuch und Berechnung. Im Idealfall müssten alle Punkte auf der Geraden liegen. Für Punkte unterhalb der Geraden liefert die Berechnung Ergebnisse auf der sicheren Seite, für Punkte oberhalb auf der unsicheren Seite. Wird die berechnete Spannung auf die im Versuch ermittelte bezogen, ergibt sich für alle dargestellten Versuche im Mittel ein hervorragender Wert von 1,02. D. h., der Mittelwert der Berechnungsergebnisse liegt um nur 2% über den Versuchsergebnissen. Jedoch fällt optisch die große Streuung der Ergebnisse auf, die sich in einer entsprechend großen Standardabweichung äußert. Der Variationskoeffizient beträgt 26%. Dieser Wert ist in vielen Fällen für eine praktische Verwendung zu hoch, zumal die Abweichungen zur unsicheren Seite hin z. T. sehr groß sind.

Der Ansatz von Lübke Ähnlich wie Meyer (2000) entwickelte Lübke (2014) ein Berechnungsverfahren für die gestörte Knitterspannung, das jedoch für die Höhe der Eindrückung auf empirische Formeln zurückgreift. Da Lübke (2014) für das Versagen eine plastische Interaktion voraussetzt, wurde für die Fließspannung $R_{p0,2}$ angesetzt. Für die Versuche, für die $R_{p0,2}$ nicht vorlag, wurde ähnlich zur Vorgehensweise bei Meyer ersatzweise auf R_{eh} zurückgegriffen. Für die Darstellung in Abbildung 7.24a wurde nach denselben Kriterien wie in Abbildung 7.21 und 7.22 differenziert. Die Berechnung erfolgte analog zu Lübke (2014) mit dem Einzelauflegeransatz. Die in rot dargestellte Gerade kennzeichnet wie zuvor die Gleichheit zwischen Versuch und Berechnung. Auf ihr müssten im Idealfall alle Punkte liegen. Unterhalb der Geraden liegt der Bereich der sicheren Seite, oberhalb der

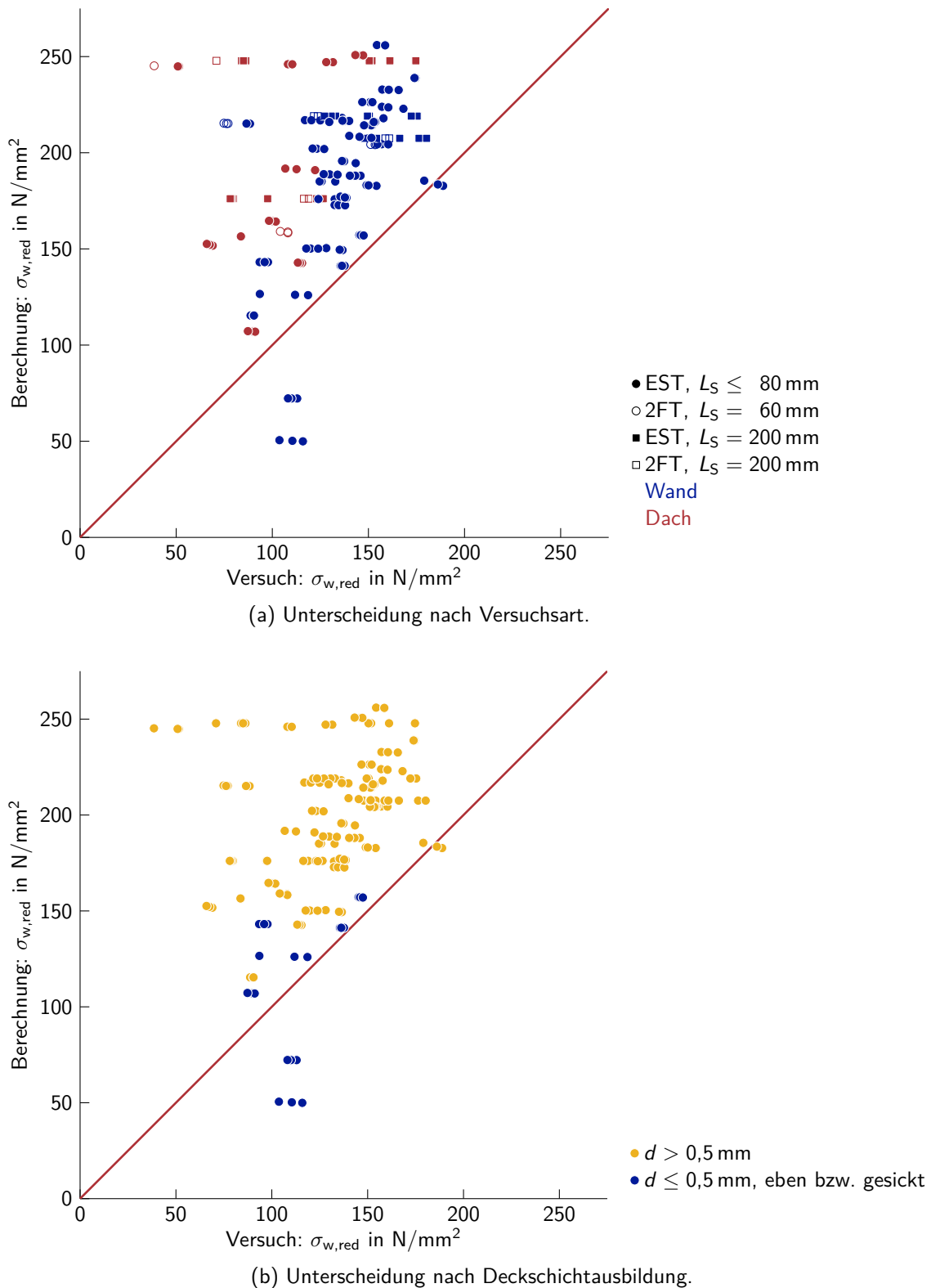


Abbildung 7.24: Vergleich zwischen im Versuch bestimmter und berechneter, gestörter Knitterspannung nach Lübke (2014). Berechnung der gestörten Knitterspannung nach dem Einzelauflageransatz. Die Daten der Abbildung wurden aus den Versuchsserien 1 bis 14 ermittelt.

Tabelle 7.17: Zwischen- und Endergebnisse des Berechnungsverfahrens nach Lübke (2014) für die Mittelwerte ausgewählter Versuchsergebnisse im Vergleich mit den Versuchswerten.

Versuch	L in mm	L_S in mm	w_0 in mm	ξ –	$e_{0,L}$ in mm	$e_{0,w}$ in mm	$e_{0,ges}$ in mm	Ber.: $\sigma_{w,red}$ in N/mm ²	Vers.: $\sigma_{w,red}$ in N/mm ²
1-W_1	5900	60	0,479	156	0,0031	0,0716	0,0747	218	143
1-W_2	5900	200	0,270	20 392 076	0,0000	0,0716	0,0716	219	174
1-W_3	2500	60	1,034	156	0,0066	0,0716	0,0783	217	121
1-W_4	2500	200	0,589	20 392 076	0,0000	0,0716	0,0716	219	150
1-W_6	1000	60	1,909	156	0,0122	0,0716	0,0839	215	88
1-W_7	1000	200	1,297	20 392 076	0,0000	0,0716	0,0716	219	130

der unsicheren Seite. Es ist offensichtlich, dass die große Mehrheit der Punkte oberhalb der Geraden und somit auf der unsicheren Seite liegt. Die Abweichungen sind so groß, dass auf eine Angabe von bezogenem Mittelwert und Variationskoeffizient verzichtet wird.

In Abschnitt 5.6 wurde thematisiert, dass der Formbeiwert ξ für die Eindrückung infolge lokaler Lasten so gewählt wurde, dass der Einfluss großer Auflagerbreiten verschwindet. Zudem wurde für quasi-ebene Deckschichten kritisiert, dass die gestörte Knitterspannung im Grenzfall verschwindender Imperfektionen nicht gegen die ungestörte Knitterspannung strebt. Beiden Punkten soll mit Ergebnissen aus der ersten Versuchsserie exemplarisch nachgegangen werden. Dazu werden die Mittelwerte der Ersatzträgerversuche einer Spannweite und einer Lasteinleitungslänge herangezogen. Tabelle 7.17 zeigt die Zwischen- und Endergebnisse der Berechnung im Vergleich mit den Versuchswerten. Die gesamte angesetzte Imperfektion $e_{0,ges}$ ergibt sich additiv aus der lastabhängigen Imperfektion $e_{0,L}$ sowie der strukturellen und geometrischen Imperfektion $e_{0,w}$. Aus der – auf einer empirischen Betrachtung basierenden – lokalen Verformung w_0 lässt sich durch Division mit dem Formbeiwert ξ die lastabhängige Imperfektion $e_{0,L}$ bestimmen. Es wird deutlich, dass der Formbeiwert durch die ihm zugrundeliegende e-Funktion mit steigender Lasteinleitungslänge enorm ansteigt. Bereits für $L_S = 60$ mm ist der Imperfektionsanteil aus der Struktur und der Geometrie gegenüber dem lastabhängigen Anteil dominant. Für $L_S = 200$ mm verschwindet der Einfluss der lastabhängigen Imperfektion vollständig. Dies führt dazu, dass für alle Versuche die annähernd gleiche gestörte Knitterspannung bestimmt wird. Sie ist deutlich höher, als die aus den Versuchswerten. Für sie wurde, wie in Lübke (2014), der Einzelauflegeransatz verwendet. Die ungestörte Knitterspannung beträgt für alle Versuche einheitlich 182 N/mm^2 und ist damit geringer als die berechnete gestörte Knitterspannung. Die Begründung dafür wurde bereits in Abschnitt 5.6 erläutert. Mechanisch sinnvoll wäre, wenn nach der Berechnung im Grenzfall die ungestörte Knitterspannung als Obergrenze herauskäme.

Zusätzlich zur Unterscheidung nach Versuchsart wird in Abbildung 7.24b nach der Linierungstiefe differenziert. Damit wird der Herleitung des Ansatzes von Lübke (2014) Rechnung getragen, die ursprünglich auf ebenen Deckschichten basiert. Die Grenze von $d = 0,5$ mm wurde aus Lübke (2014, Bild 7.7) übernommen und entspricht der dort angesetzten Differenzierung für die geringste Linierungstiefe. In dieselbe Gruppe wurden zusätzlich alle Versuche an gesickten Deckschichten einbezogen, da der Einfluss der vorhandenen Sicken auf die Steifigkeit der Deckschicht mit einer geringen Linierungstiefe vergleichbar ist. Durch den Wegfall der Versuche mit großen Linierungstiefen reduzieren sich die betrachteten Versuche auf nur noch sieben Versuchstripel. Deren Ergebnisse stimmen

im Mittel deutlich besser mit dem Berechnungsansatz überein. Wird die berechnete auf die im Versuch bestimmte Spannung bezogen, beträgt der Mittelwert der Abweichung lediglich 1 %. Der dazugehörige Variationskoeffizient fällt mit 34 % jedoch extrem hoch aus. Die damit verbundenen Abweichungen sind für die meisten praktischen Anwendungsfälle zu groß, insbesondere in Anbetracht einiger Versuche oberhalb der Geraden, die deutlich auf der unsicheren Seite liegen.

7.6 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Nachfolgend werden die wesentlichen Erkenntnisse dieses Kapitels und die damit verbundenen Schlussfolgerungen aufgelistet.

- Die Untersuchung bezüglich Orthotropie und Inhomogenität des Kerns brachte folgende Erkenntnisse:
 - Das Verhältnis zwischen E-Modul in Längs- und Querrichtung wurde in Hassinen und Misiak (2012) näherungsweise zu drei angenommen. Dieser Näherung stimmt mit der Mehrheit der Versuchsergebnisse gut überein.
 - Die Steifigkeit in Querrichtung variierte in drei von vier Fällen deutlich über die Elementhöhe. In einem Fall war sie homogen verteilt. Ein Steifigkeitsanstieg wurde sowohl zur Innen- als auch zur Außenseite beobachtet. Teilweise war die steifste Schicht in der Kernmitte.
- Zwei Lastansätze wurden für den Ersatzträgerversuch verglichen: Der Ansatz von zwei Einzellasten jeweils halber Größe an den Rändern der Lasteinleitungslänge (Doppelauflegeransatz) und der Ansatz einer einzigen Einzellast in Feldmitte (Einzelauflegeransatz). Die Last-Verformungskurven der Wandelemente zeigten, dass der Doppelaufleger- dem Einzelauflegeransatz vorzuziehen ist. Für Dachelemente waren die Ergebnisse in Teilen nicht so eindeutig. Der Doppelauflegeransatz wurde für die Dachelemente dennoch übernommen. Bemerkenswerterweise betreffen seine Auswirkungen hauptsächlich das Deckschichtmoment. Ob der Doppelauflegeransatz eine allgemeine Gültigkeit besitzt, bleibt zu klären.
- Die Messung der exakten Eindrückung gestaltete sich als sehr schwierig, weswegen letztlich nur wenige Ergebnisse zur Verfügung standen. Zu den Rändern der Lasteinleitung war ein deutlicher Anstieg der Eindrückung zu beobachten, was den Ansatz eines Doppelauflegers bestärkt.
- Entgegen der Erwartung versagten einige Elemente als erstes auf Querdruck bzw. Schub. Die Auswertung der zugehörigen Tragfähigkeiten zeigte, dass nach DIN EN 14509 kein Versagen hätte eintreten dürfen. Die vergleichende Berechnung des Widerstands bei Kontaktpressung führte zu konservativen Ergebnissen.
- Werden die beiden Versuchsserien zusammen betrachtet, bildet der Ersatzträger den Zweifeldträger ausreichend gut ab. Es wurden im Zweifeldträgerversuch sowohl etwas höhere als auch etwas geringe Traglasten erreicht. In Martikainen und Hassinen (1996) wurden ebenfalls vergleichende Versuche zwischen Ersatz- und Zweifeldträger durchgeführt (siehe Abschnitt 5.4). Dort lieferte der Ersatzträgerversuch eine gute Übereinstimmung bzw. Ergebnisse auf der sicheren Seite. Unter Einbezug dieser Versuche wird im Folgenden davon ausgegangen, dass es ausreicht, Ersatzträgerversuche zu betrachten.
- Die beiden ersten Versuchsserien jeweils für sich betrachtet, wurde der positive Einfluss

einer vergrößerten Lasteinleitungslänge und eines zunehmenden Verhältnis zwischen Sandwichstützmoment und (simulierter) Mittelauflegerkraft auf die Tragfähigkeit deutlich. In beiden Versuchsserien zeigte sich, dass eine nach DIN EN 14509 übliche Ersatzträgerlänge zu einer ungestörten Knitterspannung führt, die je nach Anwendungsfall entweder wirtschaftliche oder sicherheitsrelevante Defizite aufweisen kann.

- Die für die Parameterstudie in Kapitel 6 eingeführten Grenzwerte η_3 und η_{10} (zum Einbezug von Lastkombinationen mit geringerem Stützmoment jedoch höherer Mittelauflegerkraft) konnten bestätigt werden.
- Die Zulassungsversuche decken die Variation möglicher Sandwichelemente in großer Breite ab. Die experimentellen Last-Verformungskurven wurden mit den nach Sandwichtheorie berechneten Werten verglichen. Die meisten Elemente können ohne Einschränkungen verwendet werden. Einige Elemente sind mit Unsicherheiten behaftet, da der Schubmodul wahrscheinlich deutlich größer ist als angenommen.
- Die Zulassungsversuche bilden mit den ersten beiden Versuchsserien eine Datenbasis, mit der die vorhandenen Ansätze aus der Literatur überprüft wurden:
 - Die Ansätze zur Berücksichtigung der Linierung von Baehre (1989) bzw. Kech (1991) und Misiek und Hassinen (2010) wurden anhand der Knitterspannungsversuche überprüft. Der Ansatz von Baehre (1989) bzw. Kech (1991) zeigte plausible Ergebnisse. Offen ist, inwieweit er auf den Ersatzträgerversuch übertragen werden kann. Dagegen lieferte der Ansatz von Misiek und Hassinen (2010) deutliche Abweichungen von den Versuchsergebnissen.
 - Die Überprüfung der Ansätze von Berner (1995), Martikainen und Hassinen (1996), Meyer (2000) und Lübke (2014) brachte hervor, dass keine der Bestimmungsmethoden zielführende Ergebnisse liefert. Ein Teil der Ansätze überschätzt die Tragfähigkeit für den Großteil der Versuche (Berner 1995; Martikainen und Hassinen; Lübke 2014 bei mittel bis stark linierten Deckschichten). Bei den restlichen Ansätzen ist die Standardabweichung zu hoch. Zusätzlich liegen viele Ergebnisse auf der unsicheren Seite, sodass eine Verwendung in den meisten praktischen Anwendungsszenarien nicht erfolgversprechend ist (Meyer 2000; Lübke 2014 bei ebenen bzw. schwach linierten Deckschichten). Daraus folgt, dass die gestörte Knitterspannung nach wie vor im Versuch zu ermitteln bzw. alternativ ein neuer Berechnungsansatz notwendig ist. Letzter wird im folgenden Kapitel entwickelt.

8 Entwicklung eines Berechnungsverfahrens zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck auf Basis der Finite Elemente Methode

Nachdem in Kapitel 7 gezeigt wurde, dass die existierenden Ansätze für eine allgemeine Anwendung nicht zielführend sind, soll in diesem Kapitel ein eigenes Berechnungsverfahren zur Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck entwickelt werden. Die bisherigen Berechnungsansätze bauen alle darauf auf, die globale Beanspruchung nach der Sandwichtheorie zu bestimmen und die daraus entnommenen Eingangsgrößen in ein lokales Modell einfließen zu lassen. Im lokalen Modell wird die eigentliche Traglast mit Hilfe von analytischen oder empirischen Verfahren ermittelt. Da mit diesem Weg keine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen festgestellt werden konnte, vereint das vorgestellte Verfahren globale und lokale Berechnungen in einem Modell. Anstelle einer analytisch bzw. empirisch gestützten Traglastbestimmung wird auf die Finite Elemente Methode zurückgegriffen. Vor der Vorstellung des Berechnungsverfahrens und der Nachrechnung der Versuchsergebnisse, wird die grundlegende Modellierung durch einen Vergleich mit analytischen Lösungen verifiziert. Auch werden die offen gebliebenen Punkte der vorangegangenen Kapitel untersucht. An die Nachrechnung der Versuchsergebnisse schließt sich ein kritischer Blick auf das Potential und die Grenzen des vorgestellten Berechnungsverfahrens an.

8.1 Numerische Überprüfung ausgewählter Ansätze und Annahmen der vorangegangenen Kapitel

8.1.1 Ideelle Knitterspannung bei unendlicher Kerndicke

Bevor die eigentliche numerische Untersuchung begonnen wird, ist es sinnvoll, die grundlegende Modellierung durch einen Vergleich mit der analytischen Lösung zu validieren. Dazu bietet sich die ideelle Knitterspannung bei unendlicher Kerndicke an. Sie ist vergleichsweise einfach zu berechnen und die Beschränkung auf unendliche Kerndicken lässt die in Abschnitt 4.1.2 thematisierte Unsicherheit bezüglich der endlichen Kerndicke zunächst aus. Den Ergebnissen aus Abschnitt 4.1.2 folgend wird nur orthotropes Kernmaterial betrachtet. Die allgemeinen Modellierungsannahmen werden nachfolgend stichpunktartig zusammengefasst. Auf sie wird auch in späteren FE-Modellen zurückgegriffen:

- Durchführung der Berechnungen mit RFEM 5, Versionsnummer 5.07.11.122642, der Dlubal Software GmbH. Verwendung der Zusatzmodule RF-STABIL zur Eigenwertanalyse,

später RF-IMP zur Generierung von Imperfektionen und RF-MAT NL für orthotropes, plastisches Materialverhalten.

- Berechnung an einem zweidimensionalen Streifenmodell mit an den Anwendungsfall angepasster Modellbreite (1 mm-Streifen, 1 m-Streifen oder Elementbreite).
- Abbildung des Sandwichelements in Anlehnung an die in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte HSAPT:
 - Abbildung der Deckschicht bzw. der Deckschichten als Bernoulli-Balken mit I_F und A_F entsprechend der Deckschichteigenschaften.
 - Abbildung des Kerns als Scheibe mit orthotropem Materialverhalten.
- Linear elastisches Materialverhalten für Deckschicht und Kern.
- Um den Faktor $1/(1 - \nu_F^2)$ erhöhte Deckschichtsteifigkeit zur Berücksichtigung des ebenen Verzerrungszustandes.
- In Längsrichtung um den Faktor drei erhöhter E-Modul des Kerns.
- In allen Richtungen konstanter Schubmodul des Kerns.
- Wahl der höheren Querdehnzahl zu 0,25; die niedrigere folgt zu 0,083.
- Verwendete Elementgrößen: 20 mm, 10 mm, 5 mm, 2,5 mm, 1,25 mm und 0,625 mm. Anpassung und Wahl der Elementgröße u. a. in Abhängigkeit von der Gesamtmodellgröße, Belastungssituation, Deckschichtnähe und -steifigkeit, Knitterwellenlänge und Spannungs- bzw. Schnittgrößengradient. Überprüfung der Elementgröße mittels Sensitivitätsanalysen.

Zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung wurde festgelegt, die Normalkraft in der gedrückten Deckschicht an der maximalen Auslenkung der Eigenform abzugreifen. Dieses Vorgehen wurde gewählt, da die Normalkraft nur annähernd konstant war. Die ideelle Knitterlast wurde anschließend durch Multiplikation mit dem dazugehörigen Laststeigerungsfaktor berechnet.

Für den Vergleich mit der analytischen Lösung wurde zunächst ein unendlich ausgedehnter Halbraum näherungsweise abgebildet. Damit ist sichergestellt, dass die Ausgangsbindungen für Analytik und Numerik vergleichbar sind. Sollten Unterschiede auftreten, sind sie nicht auf die Modellierung zurückzuführen. Das Halbraummodell ist in Abbildung 8.1 dargestellt. Dafür wurden die nachfolgenden Festlegungen getroffen:

- Die Symmetrie des Systems in Längsrichtung wurde ausgenutzt.
- Die Modelllänge der gedrückten Deckschicht wurde für die ebene Deckschicht zu 750 mm und für die linierte Deckschicht zu 1000 mm gewählt. In beiden Fällen wurde ein unbelasteter Überstand von 250 mm angesetzt. Eine Vergrößerung der gewählten Längen wurde untersucht und zeigte keinen entscheidenden Einfluss auf die Ergebnisse.
- Die Tiefe der Abbildung des Halbraums, also die der Dicke angesetzten Kernschicht, wurde zu 200 mm gewählt. Anhand der analytischen Ergebnisse aus Abschnitt 4.1.2 kann diese Dicke als unendlich angesehen werden.
- Am Ende des simulierten Halbraums wurde eine vertikal feste Lagerung angebracht.

Bevor die Ergebnisse präsentiert werden, muss auf eine Einschränkung des verwendeten Programms RFEM 5 hingewiesen werden. Aus der dazugehörigen Dokumentation (RFEM 5 Handbuch 2016, S. 65 f.) ist zu entnehmen, dass die Nachgiebigkeitsmatrix der Schalenelemente so formuliert ist, dass sie bei Verwendung als Scheibe automatisch einen ebenen Spannungszustand abbildet. Eine zusätzliche Option, um auf den erwünschten ebenen Ver-

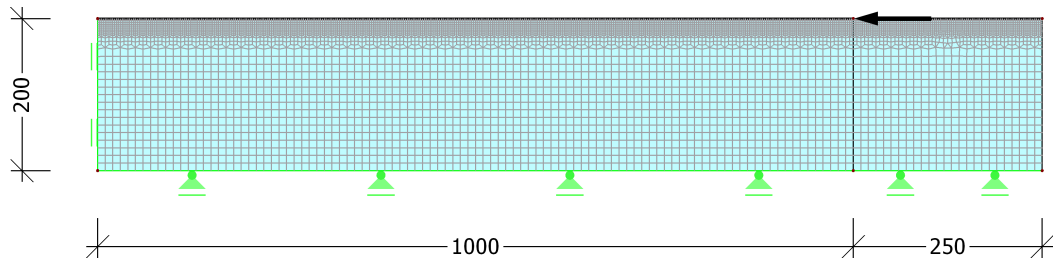


Abbildung 8.1: Halbraummodell mit Vernetzung, Lagerung und Belastung am Beispiel der linierten Deckschicht. Symmetrieachse am linken Modellrand. Maße in mm.

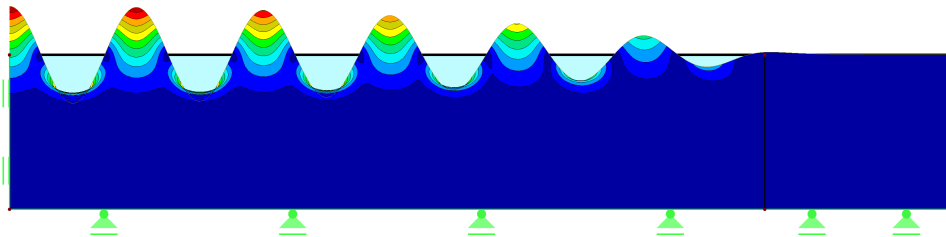


Abbildung 8.2: Erste Eigenform am Beispiel der linierten Deckschicht mit $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$ für das Halbraummodell. Symmetrieachse am linken Modellrand.

zerrungszustand umzuschalten, existiert nicht. Wie bereits in den Abschnitten 3.3 und 4.1.2 ausgeführt, hält sich die praktische Bedeutung in Grenzen, da die Unterschiede sehr klein sind. Die in Abschnitt 4.1.2 aufgeführte Abweichung von 5% zwischen ebenem Spannungs- und Verzerrungszustand reduziert sich auf lediglich 2%, sofern für die Deckschicht der erhöhte E-Modul E'_F angesetzt wird. Damit wirkt sich die Einschränkung des verwendeten Programms so geringfügig aus, dass der entstehende Fehler vernachlässigbar klein ist.

Tabelle 8.1a zeigt die Ergebnisse der numerischen und analytischen Lösung. Abbildung 8.2 stellt exemplarisch eine Eigenform dar. Der Ergebnisvergleich ergibt, dass die ideellen Knitterspannungen mittels FEM sehr gut mit der analytischen Lösung übereinstimmen. Die Abweichung zwischen beiden Lösungsmethoden ist konstant bei 2% und entspricht damit exakt dem prognostizierten Unterschied aufgrund der Annahme eines ebenen Spannungszustandes für den Kern im FE-Modell. Die Ergebnisse bestätigen demnach die numerische Modellierung und erlauben es, weitere Untersuchungen auf dem vorhandenen Modell aufzubauen.

Im ersten Schritt wurde gezeigt, dass die analytische Lösung mit dem FE-Halbraummodell übereinstimmt. Im zweiten Schritt soll überprüft werden, ob sich ein ähnliches Bild zeigt, wenn anstatt des Halbraummodells ein Einfeldträgersversuch modelliert wird. Die Umsetzung im Versuch wurde in Abschnitt 4.3 vorgestellt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Für das Einfeldträgermodell wurden zusätzlich folgende Annahmen getroffen:

- Abbildung der gezogenen analog zur gedrückten Deckschicht als Bernoulli-Balken. Vereinfachend wurden für beide Deckschichten dieselben Eigenschaften angesetzt.
- Anstelle der Halbraumtiefe wurde der Deckschichtabstand zu $e = 200 \text{ mm}$ gesetzt.
- In Anlehnung an Tabelle 4.1 wurde die Spannweite zu 6000 mm gewählt. Der Überstand an den Endauflagern wurde entsprechend der Durchführungspraxis am Fachgebiet Stahlbau der TU Darmstadt auf jeweils 50 mm festgelegt.

Tabelle 8.1: Vergleich der ideellen Knitterspannung zwischen der analytischen Lösung nach Gleichung (4.12) und der numerischen Lösung mittels FEM für ausgewählte Parameterkombinationen. $I_F = 0,13 \text{ mm}^3$ entspricht etwa 1 mm Linierungstiefe.

(a) Halbraummodell.

Deckschicht	t	I_F	E_C	G_C	Analytisch $\sigma_{cr,w}$	FEM $\sigma_{cr,w}$	Verhältnis Analyt./FEM
–	in mm	in mm^3	in N/mm^2	in mm	in N/mm^2	in N/mm^2	in %
eben	0,51	0,01105	3,5	3,5	111,0	108,9	102
eben	0,51	0,01105	6,0	3,0	131,0	128,8	102
eben	0,51	0,01105	2,0	5,0	93,8	91,8	102
liniert	0,51	0,13	3,5	3,5	252,5	247,8	102
liniert	0,51	0,13	6,0	3,0	298,0	292,0	102
liniert	0,51	0,13	2,0	5,0	213,3	209,2	102

(b) Einfeldträgermodell.

Deck- schichten	t	I_F	E_C	G_C	Analytisch $\sigma_{cr,w}$	FEM $\sigma_{cr,w}$	Verhältnis Analyt./FEM
–	in mm	in mm^3	in N/mm^2	in mm	in N/mm^2	in N/mm^2	in %
eben	0,51	0,01105	3,5	3,5	111,0	108,8	102
eben	0,51	0,01105	6,0	3,0	131,0	128,4	102
eben	0,51	0,01105	2,0	5,0	93,8	91,8	102
liniert	0,51	0,13	3,5	3,5	252,5	248,2	102
liniert	0,51	0,13	6,0	3,0	298,0	292,5	102
liniert	0,51	0,13	2,0	5,0	213,3	209,5	102

- Sowohl die Lasten als auch die Lager wurden punktuell aufgebracht. Eine genauere Modellierung unter Berücksichtigung der tatsächlichen Aufstandsfläche zeigte keine relevanten Auswirkungen auf die ideelle Knitterspannung.
- Die ideelle Knitterspannung wurde ausschließlich aus den äußeren Lasten generiert.

Die Abbildungen 8.3 und 8.4 zeigen beispielhaft die Modellierung und die erste Eigenform. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8.1b aufgeführt. Sie unterscheiden sich praktisch nicht vom Halbraummodell. Dementsprechend zeigt sich ein konstanter Fehler von 2% im Vergleich zur analytischen Lösung. Gemäß der Erwartung ist die Annahme eines Halbraums für den Einfeldträgerversuch zutreffend. Für weitere Untersuchungen können sowohl die numerische als auch die analytische Lösung verwendet werden.

Abschließend wurde exemplarisch eine Berechnung durchgeführt, bei der die gezogene Deckschicht profiliert ist ($I_{F2} = 150 \text{ mm}^3$). Dafür wurde das Beispiel mit gedrückter, liniertem Deckschicht und $E_C = G_C = 3,5 \text{ N}/\text{mm}^2$ herangezogen. Die ideelle Knitterspannung ändert sich minimal auf $249,1 \text{ N}/\text{mm}^2$. Da die Kernschicht als unendlich angesehen werden kann, wurde erwartet, dass die Ausbildung der gezogenen Deckschicht keinen relevanten Einfluss nehmen kann. Somit ist das FE-Modell auch für Dachelemente verwendbar.

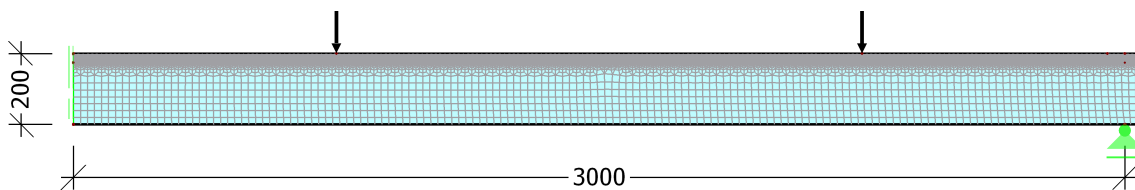


Abbildung 8.3: Einfeldträgermodell mit Vernetzung, Lagerung und Belastung. Symmetrieachse am linken Modellrand. Maße in mm.



Abbildung 8.4: Erste Eigenform am Beispiel der linierten Deckschicht mit $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$ für das Einfeldträgermodell. Symmetrieachse am linken Modellrand.

8.1.2 Ideelle Knitterspannung bei endlicher Kerndicke

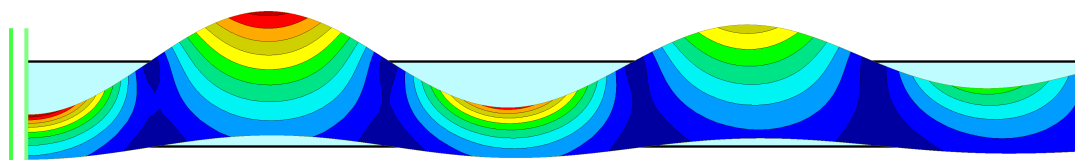
Nachdem der vorangegangene Abschnitt die Übereinstimmung zwischen Modellierung und Analytik bestätigt hat, soll überprüft werden, ob die Zugseite beim Knittern unverformt bleibt. In der Herleitung zur endlichen Kerndicke war diese Voraussetzung getroffen worden (siehe Abschnitt 3.3.1). In Abschnitt 4.1.2 wurde herausgearbeitet, dass die endliche Kerndicke ohnehin nur bei sehr geringen Kerndicken und zugleich starker Linierung der gedrückten Deckschicht relevant ist. Als Grenzfall wird daher die Basiskonfiguration mit 40 mm Kerndicke und $I_{F2} = 0,40 \text{ mm}^3$ (entspricht $t_2 = 0,41 \text{ mm}$ bei 2 mm Linierungstiefe) herangezogen. Für sie betrug der Unterschied in den analytischen Lösungen zwischen endlicher und unendlicher Kerndicke 16 %. Bei größeren Kerndicken bzw. geringeren Deckschichtsteifigkeiten hat die endliche Kerndicke einen so geringen Einfluss, dass auf weitere Untersuchungen verzichtet werden kann. Für den numerischen Vergleich wurde das Einfeldträgermodell des vorangegangenen Abschnitts herangezogen. Die Länge des Sandwichelements wurde Tabelle 4.1 folgend auf 4000 mm angepasst. Vereinfachend wurde die Kerndicke mit dem Deckschichtabstand gleichgesetzt. Ausgehend von der Basiskonfiguration wurde die Deckschichtsteifigkeit der gedrückten Seite variiert.

Die Variationen der Zugseite und die Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 8.2 aufgelistet. Die Ergebnisse lassen sich in zwei Gruppen aufteilen. Ist die gezogene Deckschicht profiliert, zeigt sich zwischen der analytischen Lösung für die endliche Kerndicke und dem numerischen Ergebnis eine sehr gute Übereinstimmung. Die Größe der Profilierung nimmt dabei – selbst bei sehr geringen Werten¹ – keinen Einfluss. Ist die gezogene Deckschicht dagegen eben oder liniert, liefern die FEM-Berechnungen Werte zwischen den beiden analytischen Lösungsansätzen, wobei die Ergebnisse näher an der unendlichen Lösung liegen. Ob die gezogene Deckschicht in diesem Fall sehr dünn und eben ist oder eine ausgeprägte Linierung aufweist, ist von untergeordneter Bedeutung. Die Ursache ist direkt in der Ausprägung der ersten Eigenform sichtbar (siehe Abbildung 8.5). Die grundlegende Annahme, dass die gezogene Deckschicht unverformt bleibt, bestätigt sich nicht für quasi-ebene Deckschichten.

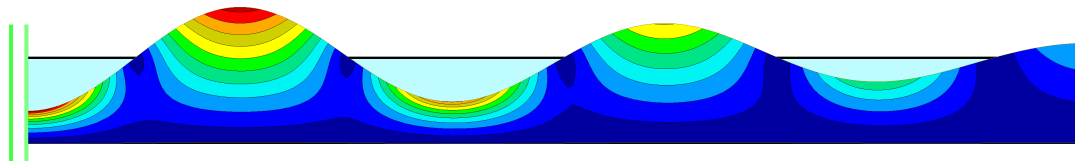
¹Zum Vergleich: Die in Kapitel 7 vorgestellten Dachelemente weisen alle ein Flächenträgheitsmoment von $I_{F1} = 100 \text{ mm}^3$ oder größer auf. Ein Flächenträgheitsmoment von $I_{F1} = 25 \text{ mm}^3$ ergibt sich je nach Ausbildung der Profilierung bei ca. 15 mm bis 17 mm Profilierungstiefe.

Tabelle 8.2: Vergleich der ideellen Knitterspannung zwischen analytischen Lösungen und der numerischen Lösung mittels FEM für einen Einfeldträger für ausgewählte Parameterkombinationen. Analytische Lösungen auf Basis von Gleichung (3.50) für die endliche und nach Gleichung (4.12) für die unendliche Kerndicke. Für alle Varianten gilt: $e = 40 \text{ mm}$, $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$. Druckseite (2 mm Linierungstiefe): $t_2 = 0,41 \text{ mm}$, $I_{F2} = 0,40 \text{ mm}^3$. Zugseite: siehe Tabelle.

Deck- schicht Zugseite –	t_1 –	I_{F1} in mm^3	Analytisch endlich $\sigma_{cr,w}$ in N/mm^2	Analytisch unendlich $\sigma_{cr,w}$ in N/mm^2	FEM $\sigma_{cr,w}$ in N/mm^2	Verhältnis A. endl./ FEM in %	Verhältnis A. unendl./ FEM in %
eben	0,36	0,00389	531,0	456,8	484,4	110	94
liniert	0,41	0,1	531,0	456,8	486,7	109	94
liniert	0,41	0,4	531,0	456,8	492,8	108	93
profiliert	0,41	25	531,0	456,8	522,9	102	87
profiliert	0,41	50	531,0	456,8	524,7	101	87
profiliert	0,41	100	531,0	456,8	525,8	101	87



(a) Linierte Zugseite: $I_{F1} = 0,10 \text{ mm}^3$.



(b) Profilerte Zugseite: $I_{F1} = 25 \text{ mm}^3$.

Abbildung 8.5: Erste Eigenform bei 40 mm Kerndicke und $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$. Druckseite (2 mm Linierungstiefe): $t_2 = 0,41 \text{ mm}$, $I_{F2} = 0,40 \text{ mm}^3$. Die dargestellten Ausschnitte reichen von der Symmetrieachse in Feldmitte (linke Bildseite) bis zur ersten Lasteinleitung (rechte Bildseite).

Die Deckschichtsteifigkeit reicht dafür offensichtlich nicht aus. Dies ist erst der Fall, wenn die Zugseite eine ausreichende Deckschichtsteifigkeit wie bei profilierten Deckschichten aufweist. Die Kernsteifigkeit ist demnach abhängig von der gezogenen Deckschicht, was dazu führt, dass die Knitterwellenlänge zwischen den Abbildungen 8.5a und 8.5b trotz identischer gedrückter Deckschicht und identischem Kernmaterial nicht gleich ist.

Weitere Berechnungen mit anderen Deckschichtkombinationen bestätigten die aufgeführten Ergebnisse. Tendenziell stimmt die numerische Rechnung für Wandelemente besser mit der analytischen Rechnung für die unendliche Kerndicke überein. Mit zunehmender Kerndicke oder abnehmender Steifigkeit der gedrückten Deckschicht verringerten sich die Abweichungen und die Unterscheidung zwischen Wand- und Dachelementen wird hinfällig. Dies war zu erwarten, da die analytische Lösung für endliche recht schnell in die für unendliche Kerndicken übergeht. Beispielsweise zeigten die FEM-Ergebnisse bereits bei einer Deckschichtsteifigkeit (Druckseite) von $I_{F2} = 0,10 \text{ mm}^3$ selbst bei 40 mm Kerndicke keinen

relevanten Unterschied zu den analytischen Lösungen. So kann zusammengefasst werden, dass der ohnehin nur sehr begrenzte Einfluss der endlichen Kerndicke nur bei profilierten Deckschichten relevant ist. Die Grundannahme, dass die zugbeanspruchte Deckschicht unverformt bleibt kann für ebene und linierte Deckschichten nicht gehalten werden. Näherungsweise liefert die analytische Berechnung unter Annahme einer unendlichen Kerndicke eine ausreichend gute Übereinstimmung.

8.1.3 Ideelle Knitterspannung bei inhomogenen Kernmaterial

Bei der Vorstellung der analytischen Lösung in Abschnitt 4.1.3 blieben einige Fragen offen. Sie betreffen die vorgenommene Anpassung an die Orthotropie, die Verwendung für eine verringerte Randsteifigkeit und die Annahme der unendlichen Kerndicke für die zweite Schicht (Restschicht). Zunächst sollen Antworten auf die ersten beiden Fragen gefunden werden. Dafür wird die ideelle Knitterspannung an dem in Abschnitt 8.1.1 vorgestellten Halbraummodell berechnet, das um eine zusätzliche Schicht zur Abbildung der Inhomogenität erweitert wird. Die unendliche Ausdehnung der zweiten Schicht wird wieder mit 200 mm Dicke abgebildet. Der E-Modul in Längsrichtung wurde drei Mal so hoch wie in Dickenrichtung angesetzt. Dieser Faktor wurde für die erste Kernschicht mit erhöhter bzw. verringerter Steifigkeit beibehalten, d. h. der E-Modul in Längsrichtung variierte zwischen erster und zweiter Kernschicht. Alle weiteren Annahmen wurden unverändert übernommen, sodass auf eine erneute Abbildung des Modells verzichtet wurde.

Tabelle 8.3 zeigt die Ergebnisse zahlreicher Berechnungen. Aufgrund der Erkenntnisse der vorangegangenen Abschnitte können die FE-Berechnungen als richtig angesehen werden, und ihre Ergebnisse dienen als Referenzwerte. Unabhängig von der Deckschichtausbildung und der Schichtdicke der veränderten Kernschicht liefert die in Abschnitt 4.1.3 entwickelte Näherungslösung bei erhöhtem E-Modul der Randschicht eine sehr gute Übereinstimmung. Anders sieht es bei einer Verringerung der Randschichtsteifigkeit aus. Zwischen den betrachteten Deckschichten bestehen zwar keine relevanten Unterschiede. Es zeigt sich jedoch, dass die analytische Lösung mit fortschreitender Steifigkeitsabnahme der Randschicht die numerischen Ergebnisse überschätzt. Demnach liefert die analytische Lösung bei einem Steifigkeitsanstieg und einem moderaten Steifigkeitsabfall (bis 0,75) gute bis sehr gute Ergebnisse. Bei geringeren Randsteifigkeiten (0,5 und kleiner) liegt der Fehler bei mehr als 10 %. Die vorgenommene Ergänzung der Orthotropie kann folglich als gelungen angesehen werden. Die von Thermann (1989) nicht vorgesehene Verwendung für einen Steifigkeitsabfall ist nur unter Einschränkungen möglich.

Die Auswirkungen einer weiteren Annahme wurde exemplarisch überprüft. In den FE-Berechnungen wurde in jeder Schicht der E-Modul in Längsrichtung auf den dreifachen Wert der zugehörigen Querrichtung gesetzt. Alternativ wurde untersucht, wie sich diese Annahme im Vergleich zu einem unveränderlichen E-Modul in Längsrichtung verhält. Für diesen Vergleichswert wurde der E-Modul der Längsrichtung konstant auf den dreifachen Wert der Dickenrichtung der zweiten Schicht gesetzt. Den Untersuchungen aus Abschnitt 4.1.2 folgend wurde erwartet, dass sich keine entscheidenden Änderungen ergeben. Für die beispielhafte Nachrechnung wurde der E-Modul der Randschicht verdoppelt bzw. halbiert und jeweils $d_{C1} = 20$ mm angesetzt. Den Erwartungen entsprechend waren die Unterschiede sehr gering und betragen zwischen -2% und $+4\%$.

Tabelle 8.3: Vergleich der ideellen Knitterspannung bei inhomogenem Kernmaterial zwischen der analytischen Näherungslösung auf Basis von Gleichung (3.54) und der numerischen Lösung mittels FEM für ausgewählte Parameterkombinationen. $l_F = 0,13 \text{ mm}^3$ entspricht etwa 1 mm Linierungstiefe. Kerneigenschaften: $E_{C2} = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $G_{C1} = G_{C2} = 3,5 \text{ N/mm}^2$.

Deckschicht	t in mm	l_F in mm^3	E_{C1}/E_{C2} –	d_{C1} in mm	Analytisch $\sigma_{cr,w}$ in N/mm^2	FEM $\sigma_{cr,w}$ in N/mm^2	Verhältnis Analyt./FEM in %
eben	0,51	0,01105	2	10	128,3	131,3	98
eben	0,51	0,01105	2	20	137,9	140,0	99
eben	0,51	0,01105	2	40	141,8	142,6	99
eben	0,51	0,01105	1,5	10	121,3	122,4	99
eben	0,51	0,01105	1,5	20	126,5	127,0	100
eben	0,51	0,01105	1,5	40	128,9	128,2	101
eben	0,51	0,01105	1	–	112,7	108,9	103
eben	0,51	0,01105	0,75	10	107,2	99,4	108
eben	0,51	0,01105	0,75	20	104,2	97,2	107
eben	0,51	0,01105	0,75	40	102,6	96,8	106
eben	0,51	0,01105	0,5	10	100,1	86,1	116
eben	0,51	0,01105	0,5	20	93,7	81,8	115
eben	0,51	0,01105	0,5	40	90,0	80,8	111
liniert	0,51	0,13	2	10	271,6	272,9	100
liniert	0,51	0,13	2	20	287,7	292,8	98
liniert	0,51	0,13	2	40	310,1	314,0	99
liniert	0,51	0,13	1,5	10	265,1	263,5	101
liniert	0,51	0,13	1,5	20	273,8	275,1	100
liniert	0,51	0,13	1,5	40	285,8	286,2	100
liniert	0,51	0,13	1	–	256,3	247,8	104
liniert	0,51	0,13	0,75	10	250,1	234,2	107
liniert	0,51	0,13	0,75	20	245,0	227,0	108
liniert	0,51	0,13	0,75	40	238,1	221,2	108
liniert	0,51	0,13	0,5	10	241,2	213,3	113
liniert	0,51	0,13	0,5	20	230,1	198,3	116
liniert	0,51	0,13	0,5	40	215,7	187,0	115

Abschließend soll die dritte Frage bezüglich der unendlichen Ausdehnung der zweiten Schicht geklärt werden. Für ebene Deckschichten zeigte sich ein eindeutiges Verhalten und es ließ sich dementsprechend schnell eine Antwort finden. Bis zur untersuchten Deckschichtdicke von $t = 0,66 \text{ mm}$ konnten keine relevanten Auswirkungen einer endlichen Kerndicke festgestellt werden. War die gedrückte Deckschicht hingegen liniert, wurde nach den ersten Berechnungen deutlich, dass die Annahme zutreffen kann, jedoch nicht muss. Es ist nicht sinnvoll, die notwendigen Untersuchungen allein am Einfeldträgermodell durchzuführen. Die Anzahl an Kombinationsmöglichkeiten ist sehr hoch, da neben allen bisher auftretenden Parametern zusätzlich die Kerndicke der zweiten Schicht und die Deckschichtausbildung der Zugseite betrachtet werden müssen. Stattdessen bietet die Eindringtiefe der Eigenform ein gutes Maß zur Beurteilung der Auswirkungen auf die zweite Schicht. Aufbauend auf den daraus gewonnen Erkenntnissen können gezielt einzelne Berechnungen am Einfeldträgermodell vorgenommen werden. Exemplarisch wurde die erste Schicht mit 20 mm betrachtet und

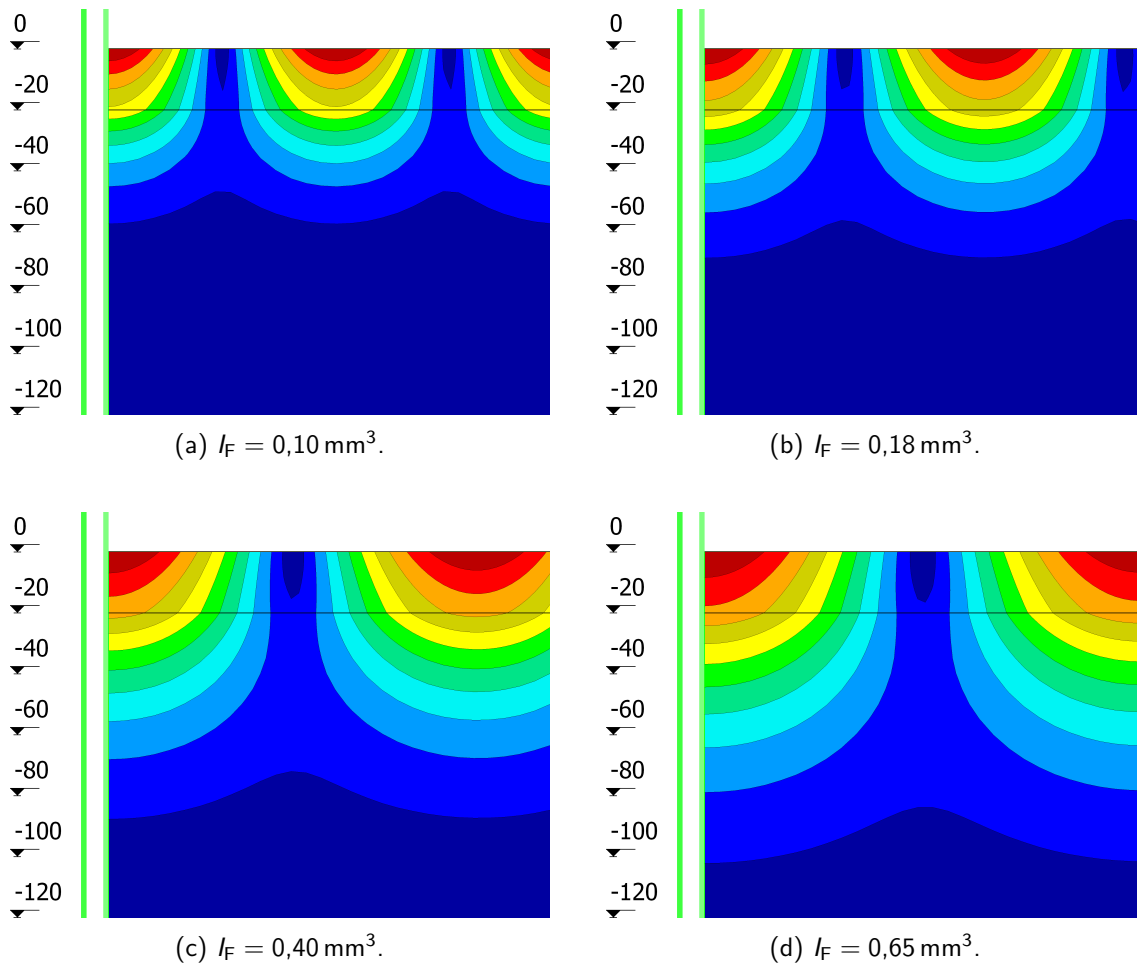


Abbildung 8.6: Eindringtiefe der ersten Eigenform für verschiedene Deckschichtsteifigkeiten am Halbraummodell. Ausschnitt an der Stelle der maximalen Auslenkung neben der Symmetrieachse (jeweils linker Bildrand). Darstellung in Form von Isolinien mit jeweils einem Abstand von einem Zehntel der Maximalauslenkung. Angabe der Kerndicke als Höhenkote in mm mit der gedrückten Deckschicht als Nullpunkt. Für alle Berechnungen gilt: $d_{C1} = 20 \text{ mm}$, $E_{C1} = 2E_{C2}$, $E_{C2} = 3,5 \text{ N/mm}^2$, $G_{C1} = G_{C2} = 3,5 \text{ N/mm}^2$.

dabei der E-Modul des Kerns verdoppelt. Auf eine separate Betrachtung einer halbierten Kernsteifigkeit wurde verzichtet, da sie zu geringeren Eindringtiefen führt.

Abbildung 8.6 zeigt die Eindringtiefe der ersten Eigenform für vier verschiedene Deckschichtsteifigkeiten. Entgegen der bisherigen Darstellungsweise wurden die Eigenformen unverformt abgebildet, um die Ergebnisse verzerrungsfrei ablesen zu können. Beim dunkelsten Rotton beträgt die Verformung mindestens 90 % des maximalen Ausschlags der Eigenform. Für den dunkelsten Blauton sind es hingegen höchstens 10 %. Die Bilder zeigen deutlich, wie die Eindringtiefe mit zunehmender Deckschichtsteifigkeit ansteigt. Während bei $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ die Verformungen bereits bei 60 mm Kerntiefe auf unter 10 % abgeklungen sind, wird die gleiche Stufe bei $I_F = 0,65 \text{ mm}^3$ erst bei über 100 mm erreicht. Vergleichende Berechnungen am Einfeldträgermodell wurden für $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ mit einer Gesamtkerndicke von 40 mm sowie für $I_F = 0,40 \text{ mm}^3$ mit 40 mm, 60 mm und 80 mm Gesamtkerndicke durchgeführt. Die Auswirkungen der endlichen Kerndicke sind für den ersten Fall ($I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ und $d_C = 40 \text{ mm}$) sehr begrenzt. Die Abweichungen zum

Halbraummodell bewegten sich zwischen 8 % bei profilierter Zugseite und 4 % bei ebener Zugseite. In vergleichbarer Größenordnung waren die Unterschiede für die Kombination $I_F = 0,40 \text{ mm}^3$ mit $d_C = 60 \text{ mm}$. Bei 80 mm Gesamtkerndicke und $I_F = 0,40 \text{ mm}^3$ lagen die Abweichungen in allen Fällen unter 5 %. Lediglich die Variante mit $I_F = 0,40 \text{ mm}^3$ und $d_C = 40 \text{ mm}$ zeigte, dass es relevant sein kann, die endliche Kerndicke zu berücksichtigen. Das Einfeldträgermodell lieferte 12 % (Zugseite eben) bis 23 % (Zugseite profiliert) höhere ideale Knitterspannungen als das Modell des Halbraums. So kann geschlossen werden, dass die Auswirkungen bei liniierter gedrückter Deckschicht insgesamt sehr begrenzt sind. Lediglich die Kombination aus dünnem Kern und hoher Deckschichtsteifigkeit rechtfertigt die Annahme der unendlich ausgedehnten zweiten Kernschicht nicht.

8.1.4 Beanspruchung der Deckschicht unter der Winkler'schen Bettung nach Thomsen

In Abschnitt 3.7 wurde eine Winkler'sche Bettung vorgestellt, die für das Momentenmaximum unter einer Einzellast hergeleitet wurde. Die ursprüngliche Idee geht auf Hetényi (1946) zurück und wurde in Thomsen (1997) aufgegriffen. Inwiefern sie sich für eine weitere Verwendung eignet, soll nachfolgend untersucht werden. Der Winkler'sche Bettungsmodul von Thomsen ergibt sich zu

$$k_w = 0,28 E_C \left(\frac{E_C}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.66)$$

und berücksichtigt nicht die Orthotropie des Kernmaterials. Aufgrund der bisherigen Erkenntnisse wird Gleichung (3.66) angepasst, indem der E-Modul nach Gleichung (3.13) ersetzt wird, um die Orthotropie näherungsweise zu berücksichtigen. Mit $\nu_C = 0,25$ ergibt sich:

$$k_w = 0,516 \sqrt{G_C E_C} \left(\frac{\sqrt{G_C E_C}}{B_F} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (8.1)$$

Mit diesem Bettungsmodul wurden analytisch das Deckschichtmoment und die Deckschichtverformung mit Hilfe der Gleichungen (5.3) und (5.4) bestimmt. Der Bettungsparameter k_1 wurde zu null gesetzt. Zusätzlich zur analytischen Berechnung wurde der elastisch gebettete Balken in RFEM modelliert. Dies ermöglichte neben einer Berechnungskontrolle einen einfacheren Vergleich mit der numerischen Berechnung am Halbraummodell. Zur besseren Visualisierung wurde auf eine Ausnutzung der Symmetrie verzichtet. Abbildung 8.7 zeigt die beiden numerischen Modelle samt Lagerung und Belastung. Die horizontalen Knotenlagerungen zur Herstellung eines nicht kinematischen Systems sind ausgeblendet. Der nicht vermaßte Überstand beträgt je Seite 100 mm. Die Belastung wurde exemplarisch gewählt und bildet einen Ersatzträger mit 2 m Spannweite, einer Einzellast von 4 kN in Feldmitte und einem Deckschichtabstand von 80 mm ab. Für die Berechnungen wurden ebenfalls beispielhaft eine ebene Deckschicht ($t = 0,51 \text{ mm}$) und eine linierte Deckschicht ($t = 0,51 \text{ mm}$, $I_F = 0,13 \text{ mm}^3$) ausgesucht.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.8 dargestellt. In beiden Fällen stimmt der Maximalwert des Deckschichtmoments nach Gleichung (8.1) gut mit dem Halbraummodell überein (Überschreitung 10 % bzw. 7 %). Hier zählt sich die von Hétenyi vorgenommene Kalibrierung am Maximalwert des Moments aus. Dagegen sind die Ergebnisse für die Eindrückung nicht brauchbar. Sowohl die Maximalwerte als auch der Verlauf sind grundsätzlich verschieden. Die Eindrückungen am elastisch gebetteten Balken treten lokal begrenzt auf und schlagen

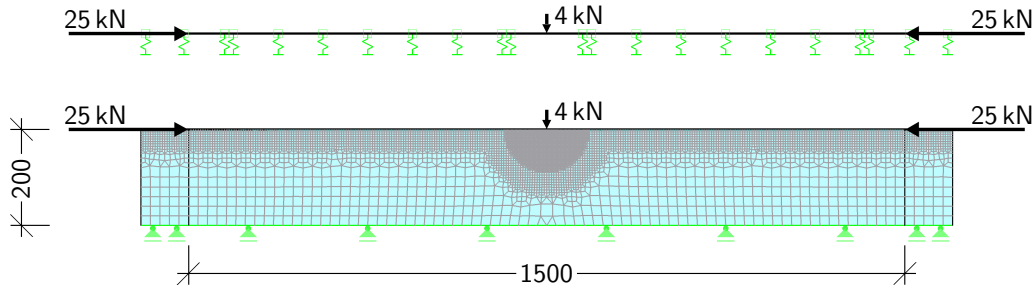


Abbildung 8.7: Modell des elastisch gebetteten Stabs und zugehöriges Halbraummodell unter Normalkraft und Einzellast. Maße in mm.

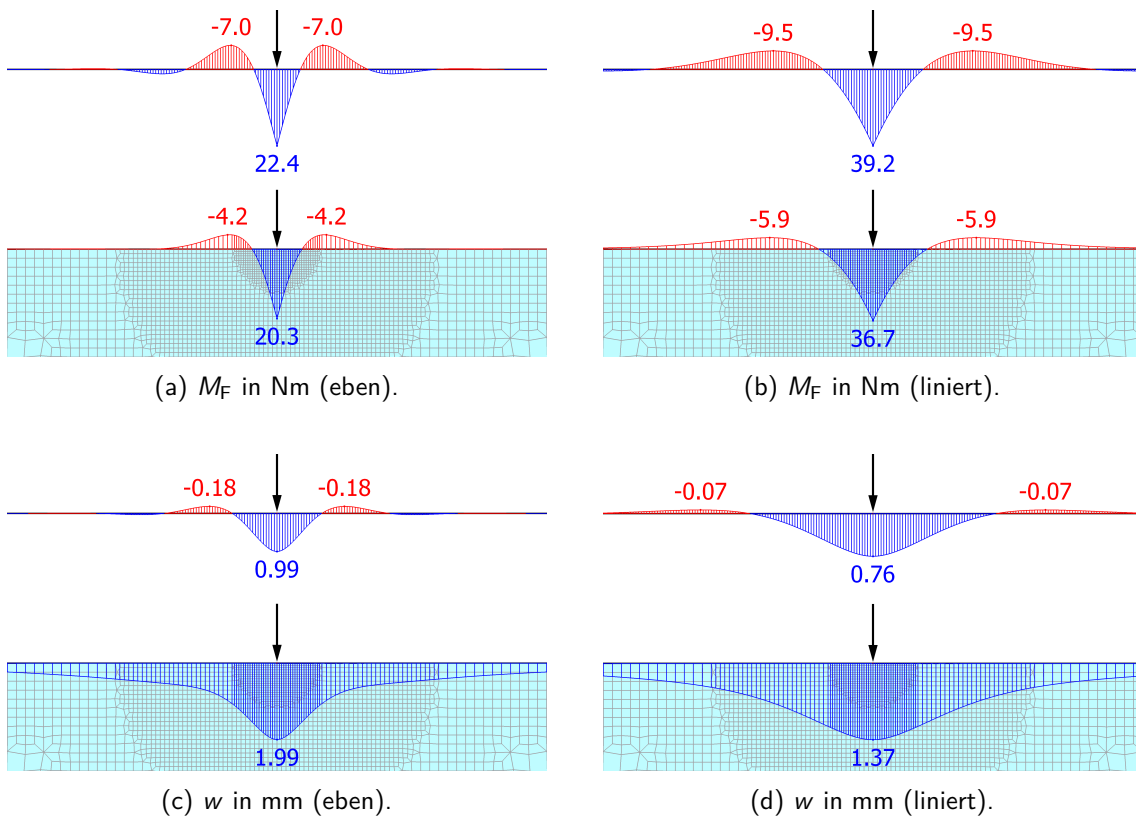


Abbildung 8.8: Vergleich zwischen elastischer Bettung – in allen vier Teilabbildungen jeweils oben – und Halbraummodell – jeweils unten. Elastische Bettung nach Gleichung (8.1). Vergleich anhand der Verläufe des Deckschichtmoments M_F und der Eindrückung w nach Theorie II. Ordnung. Ausschnittsgröße: ± 150 mm von der Lasteinleitung. Ebene und linierte Deckschicht: $t = 0,51$ mm. Linierte Deckschicht: $I_F = 0,13$ mm³. Kerneigenschaften: $E_C = G_C = 3,5$ N/mm², $\nu_C = 0,25$.

zudem ins Negative über. Da die Eindrückungen bzw. die Vertikalverformungen die einzige Möglichkeit darstellen, den Bettungsdruck zu berechnen, wird auf eine weitere Verwendung des Ansatzes von Thomsen im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Eine richtige Ermittlung der Deckschichtverformungen und Druckspannungen im Kern ist für die korrekte Abbildung der lokalen Lasteinleitung entscheidend. In Anbetracht der aufgetretenen Abweichungen wird auf einen Vergleich unter Variation aller Parameter verzichtet.

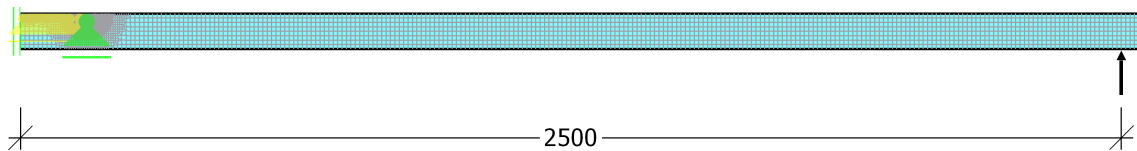


Abbildung 8.9: Ersatzträgermodell mit Vernetzung, Lagerung und Belastung. Nichtlineare Lager in gelb. Symmetrieachse am linken Modellrand. Maße in mm.

8.1.5 Lasteinleitung am Zwischenaufleger

Aus der Literaturrecherche in Kapitel 5 ging kein einheitlicher Ansatz für die Lasteinleitung am Zwischenaufleger hervor. Die durchgeführten Versuche der Serien 1 und 2 (siehe Abschnitte 7.1 und 7.2) legten nahe, dass sich die Lasteinleitung an den beiden Rändern des Lagers konzentriert. Inwieweit diese Erkenntnis zutrifft und ob sie sich auf Sandwichelemente mit anderen Eigenschaften übertragen lässt, soll nachfolgend untersucht werden.

Modellbildung Für die numerische Berechnung wurde die Lasteinleitung am Ersatzträgerversuch abgebildet. Dafür wurden die Grundannahmen des Einfeldträgermodells übernommen und auf die Belastungs- und Lagerungssituation am Ersatzträger angepasst. Der Modellierung der lokalen Lasteinleitung am simulierten Mittelaufleger muss sicherstellen, dass wie im Versuch nur andrückende Lasten übertragen werden. Auf eine Lösung des Problems über Kontaktelemente wurde aufgrund der aufwändigen Modellierung, der erhöhten Fehleranfälligkeit und der Vergrößerung der Rechenzeit verzichtet. Stattdessen wurde die einfachere Möglichkeit gewählt, Lasteinleitung und Lagerung für das FE-Modell zu vertauschen. D. h., die Last wird an den eigentlichen Auflagerstellen an den Rändern des Elements eingeleitet und an der ursprünglichen Lasteinleitung in Feldmitte werden Lager vorgesehen. Diese Vorgehensweise ist statisch gleichwertig und bietet den Vorteil, das simulierte Mittelaufleger so zu lagern, dass nur Druckkräfte übertragen werden können. Diese Art der Lagerung wird nachfolgend mit nichtlinear bezeichnet. Lediglich die Ränder des Mittelauflegers wurden mit einem herkömmlichen vertikalen Knotenlager versehen. Zum einen sind sie ohnehin überdrückt, sodass eine Nichtlinearität nicht notwendig ist. Zum anderen werden numerische Probleme vermieden, da so das gesamte Modell in der Ebene fest gelagert ist. Damit besteht das simulierte Mittelaufleger in Feldmitte aus linearen Knotenlagern an den Rändern und nichtlinearen Linienlagern (kein Abheben möglich) dazwischen². Abbildung 8.9 zeigt das Ersatzträgermodell, bei dem wie zuvor die Symmetrie in Feldmitte ausgenutzt wurde. Eine detaillierte Darstellung der Mittelauflagerung ist in Abbildung 8.10 enthalten. Die Ergebnisse wurden geometrisch nichtlinear nach der Theorie der großen Verformungen („Theorie III. Ordnung“) berechnet. Dies geschah nicht, weil die Genauigkeit nach Theorie II. Ordnung nicht ausreichte. Vielmehr begründete sich die Entscheidung darin, dass sich der Lösungsalgorithmus für die Theorie der großen Verformungen in einigen Fällen etwas robuster zeigte und schneller zum Ergebnis führte.

²Genau genommen wurden zwischen Knoten- und Linienlager ein 5 mm langer Streifen nicht gelagert, was zu einem besseren Konvergenzverhalten der nichtlinearen Rechnung führte. Wie sich bei der Ergebnisdiskussion zeigen wird, stützt sich in diesem Bereich die Deckschicht nicht auf dem Lager ab, sodass der lokale Verzicht auf die Lagerung gerechtfertigt ist.

Tabelle 8.4: Anteil der Ränder der Lasteinleitung am Lastabtrag. Variation von Deckschichtausbildung und Lasteinleitungslänge. Für alle Varianten gilt: $e = 80 \text{ mm}$, $L = 5000 \text{ mm}$, $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$. Druck- und Zugseite identisch.

Deckschichten	t	I_F	L_S	R	Anteil Doppelaufleger in %
–	in mm	in mm^3	in mm	in kN	
eben	0,41	0,00574	60	2	63
eben	0,41	0,00574	100	2	50
eben	0,41	0,00574	150	2	45
eben	0,41	0,00574	200	2	44
eben	0,41	0,00574	300	2	47
eben	0,66	0,02396	60	2	85
eben	0,66	0,02396	100	2	70
eben	0,66	0,02396	150	2	63
eben	0,66	0,02396	200	2	61
eben	0,66	0,02396	300	2	63
liniert	0,41	0,10	60	4	100
liniert	0,41	0,10	100	4	86
liniert	0,41	0,10	150	4	76
liniert	0,41	0,10	200	4	74
liniert	0,41	0,10	300	4	77
liniert	0,41	0,40	60	4	100
liniert	0,41	0,40	100	4	100
liniert	0,41	0,40	150	4	100
liniert	0,41	0,40	200	4	95
liniert	0,41	0,40	300	4	98

} Vergleichswerte
für Tabelle 8.5

Lasteinleitungslänge und Deckschichtsteifigkeit für die Druckseite Die nachfolgenden Berechnungen wurde alle an dem vorgestellten Ersatzträgermodell durchgeführt. Spannweite und Kerndicke wurden einheitlich auf 5000 mm respektive 80 mm festgelegt. Die erste Variation betrifft die Lasteinleitungslänge und die Ausbildung der gedrückten Deckschicht. Vereinfachend wurde die gezogene Deckschicht jeweils identisch gewählt. Die gesamte Mittelauflegerkraft R wurde entsprechend der Tragfähigkeit zwischen ebenen und linierten Deckschichten variiert. Für jedes Modell wurde der Anteil an R ermittelt, der an den Rändern der Lasteinleitung abgetragen wird. Ein Wert von 100 % entspricht dem Doppelauflegeransatz. Bei geringeren Werten steht die Differenz zu 100 % dafür, wie viel Last auf die nichtlinearen Linienlager entfällt. Tabelle 8.4 listet die Ergebnisse der ersten Variation auf. Erstaunlicherweise trifft der Doppelauflegeransatz nur bei hohen Deckschichtsteifigkeiten zu. Nimmt diese ab oder vergrößert sich die Lasteinleitungsbreite, wird zunehmend mehr Last über die Mitte des Auflagers abgetragen. Dabei besteht jedoch keine monotone Zunahme. Wird die Deckschichtsteifigkeit festgehalten, ist der Anteil des Lastabtrags über die Ränder ab $L_S = 150 \text{ mm}$ jeweils annähernd konstant. Beachtlich ist, wie hoch der Anteil an Lasten sein kann, die über die Mitte übertragen werden. Bei ebenen Deckschichten können Werte von 50 % und mehr, bei linierten 25 % erreicht werden. Aus Tabelle 8.4 wird ebenfalls deutlich, warum die Versuchsergebnisse der Serien 1 und 2 auf einen Doppelauflegeransatz hindeuteten. Ihre Deckschichtsteifigkeiten bewegen sich zwischen $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ und $I_F = 0,40 \text{ mm}^3$. Für $L_S = 60 \text{ mm}$ ergibt sich der Doppelauflegeransatz zu 100 %, für $L_S = 200 \text{ mm}$ werden 100 % annähernd erreicht.

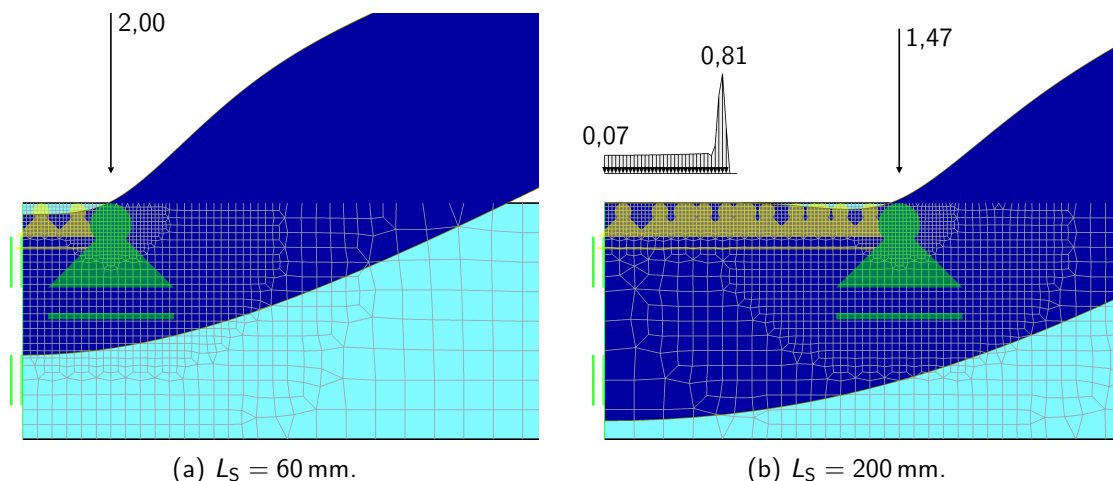


Abbildung 8.10: Modellierung, Lastabtrag und lokale Verformung (50-fach überhöht) am simulierten Mittelaufleger für zwei Lasteinleitungsbreiten. Knotenlagerkräfte in kN, Linienlagerkräfte in kN/cm. Nichtlineare Lager in gelb. Symmetrieachse am linken Modellrand. Eigenschaften der inneren und äußeren Deckschicht: $t = 0,41 \text{ mm}$, $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$. Kerneigenschaften: $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$.

Die Unterschiede zwischen dem Doppelauflegerlastabtrag und dem gemischten Lastabtrag sind beispielhaft für $t = 0,41 \text{ mm}$ und $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ in Abbildung 8.10 visualisiert. Zu beachten ist, dass aufgrund der Ausnutzung der Symmetrie jeweils nur das halbe Mittelaufleger abgebildet ist. Für $L_S = 60 \text{ mm}$ stützt sich das Auflager vollständig an seinen Rändern ab. Zwischen den Rändern entsteht ein Spalt. Bei $L_S = 200 \text{ mm}$ bildet sich nahe der Ränder ebenfalls ein kleiner Spalt. Jedoch ist die Spaltgröße begrenzt. Etwa 40 mm von der Mitte entfernt legt sich die Deckschicht wieder an das Auflager an. An den Anlegepunkten entsteht eine näherungsweise punktuelle Belastung, die rasch in eine annähernd gleichförmige Belastung übergeht. Diese Form des Lastabtrags zeigte sich als typisch bei gemischten Lastabtrag und trat bei allen Variationen auf. Unterschiede ergaben sich für die Höhe der Rand-, Punkt- und Gleichlasten sowie für die Länge des lastfreien Raums.

Profilierung der Zugseite Die Versuchsergebnisse der ersten Serie aus Abschnitt 7.1.3 zeigten für die Dachelemente kein klares Bild bezüglich des Lagerungsansatzes. Daher ist von Interesse, inwieweit eine Profilierung der gezogenen Deckschicht die Ergebnisse beeinflusst. Dazu wird beispielhaft eine linierte Deckschicht mit $t = 0,41 \text{ mm}$ und $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ betrachtet. Für die Zugseite wird eine Profilierung mit $I_F = 100 \text{ mm}^3$ angesetzt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8.5 dargestellt. Tabelle 8.4 enthält in ihrem dritten Zahlenblock Vergleichswerte, bei der die Zugseite liniert ist, ansonsten jedoch kein Unterschied besteht. Im Vergleich wird deutlich, dass die profilierte Deckschicht einen Einfluss nimmt. Für $L_S = 60 \text{ mm}$ ändert sich nichts. Bei allen anderen Lasteinleitungslängen sinkt der Doppelauflegeranteil um vier bis neun Prozentpunkte. Weitere Berechnungen für andere Deckschichtsteifigkeiten zeigten ein ähnliches Bild. Anhand der Ergebnisse ist zu schließen, dass sich der Lastabtrag am Mittelaufleger zwischen Dach- von Wandelementen unterscheiden kann. Die in Abschnitt 7.1 aufgetretenen Unstimmigkeiten müssen eine andere Ursache haben, da die Unterschiede vergleichsweise gering ausfallen.

Tabelle 8.5: Anteil der Ränder der Lasteinleitung am Lastabtrag bei profilierter Deckschicht der Zugseite. Variation der Lasteinleitungslänge. Für alle Varianten gilt: $e = 80 \text{ mm}$, $L = 5000 \text{ mm}$, $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$.

Deckschicht Druckseite –	t_2 in mm	I_{F2} in mm^3	Deckschicht Zugseite –	t_1 –	I_{F1} in mm^3	L_S in mm	R in kN	Anteil Doppelaufleger in %
liniert	0,41	0,10	profiliert	0,41	100	60	4	100
liniert	0,41	0,10	profiliert	0,41	100	100	4	82
liniert	0,41	0,10	profiliert	0,41	100	150	4	69
liniert	0,41	0,10	profiliert	0,41	100	200	4	65
liniert	0,41	0,10	profiliert	0,41	100	300	4	68

Tabelle 8.6: Anteil der Ränder der Lasteinleitung am Lastabtrag bei unterschiedlichem Lasteintrag. Für alle Varianten gilt: $e = 80 \text{ mm}$, $L = 5000 \text{ mm}$, $E_C = G_C = 3,5 \text{ N/mm}^2$. Druck- und Zugseite identisch.

Deckschichten –	t in mm	I_F in mm^3	L_S in mm	R in kN	Anteil Doppelaufleger in %
liniert	0,41	0,10	200	1	87
liniert	0,41	0,10	200	2	83
liniert	0,41	0,10	200	3	78
liniert	0,41	0,10	200	4	74
liniert	0,41	0,10	200	5	68

Höhe der Belastung Als letzte Variation wird die Höhe des Lasteintrags betrachtet. Dazu wird wie zuvor für die gedrückte Deckschicht $t = 0,41 \text{ mm}$ und $I_F = 0,10 \text{ mm}^3$ angesetzt. Die Lasteinleitungslänge wurde konstant bei $L_S = 200 \text{ mm}$ gehalten. Die Ergebnisse in Tabelle 8.6 zeigen, dass eine Abhängigkeit zwischen dem Lastabtrag am Mittelaufleger und der Höhe der Belastung besteht. Bei geringen Belastungen ist annähernd von einem Doppelauflegeransatz auszugehen. Mit zunehmender Belastung steigt der Traganteil zwischen den Rändern an.

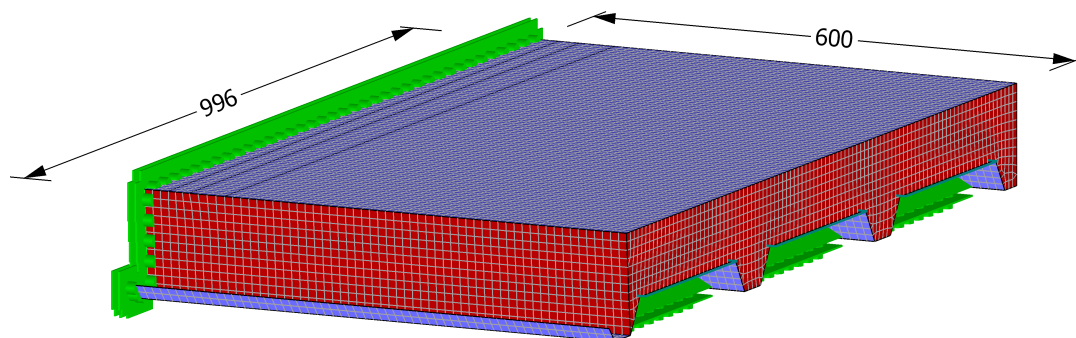
Zusammenfassung Für die Betrachtung aller Variationen kann festgehalten werden, dass sie fast ausnahmslos einen Einfluss auf den lokalen Lastabtrag am Mittelaufleger nehmen. Es treten zwar viele Fälle auf, die die Annahme eines Doppelauflegeransatzes wenigstens näherungsweise rechtfertigen. Doch eine allgemeine Gültigkeit kann dafür nicht ausgesprochen werden. Tritt ein gemischter Lastabtrag auf, zeigt sich ein einheitliches Bild in Bezug auf die Art des Lastabtrags: Randlasten kombiniert mit angrenzendem lastfreien Streifen und eine belastete Mitte zusammengesetzt aus Punktlasten und Gleichlast. Die Höhe der einzelnen Größen lässt sich pauschal nicht festlegen. Sie unterliegt den vorliegenden Eigenschaften des Sandwichelementes. Dennoch ergibt die Gesamtbetrachtung ein stimmiges Bild. Die Art des Lastabtrags ist von der lokalen Deckschichtverformung abhängig. All ihre Einflussgrößen entscheiden ebenfalls über Art und Größe der Lastverteilung am Mittelaufleger. So verwundert es nicht, dass die Kerneigenschaften ebenfalls einen starken Einfluss nehmen. Auf eine zusätzliche tabellarische Auflistung wurde verzichtet. Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass sich kein einheitlicher Lastabtrag ergibt, sondern sich für jedes Element und jede Belastung eine neue Situation einstellt.

8.1.6 Steifigkeit der Dachelemente aus Serie 1

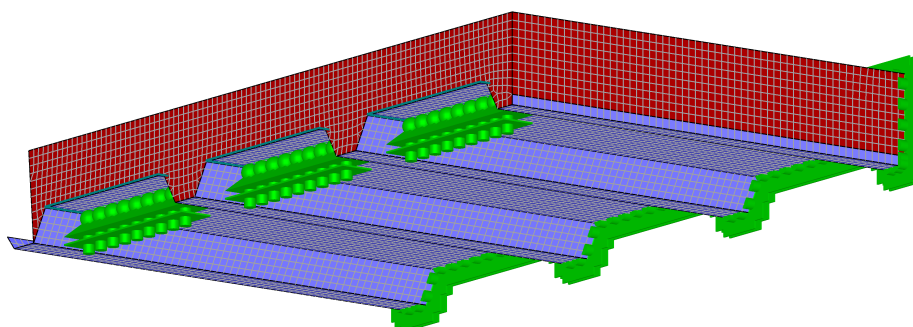
In Abschnitt 7.1.3 wurden die Last-Verformungskurven für die Versuchsserie 1 näher betrachtet. Dabei wurde festgestellt, dass die Steifigkeit für die Dachelemente mit der kürzesten Spannweite ($L = 1100$ mm) deutlich von der Sandwichtheorie abweicht (siehe Abbildung 7.6b). Da dieses Phänomen nur die Dachelemente der kürzesten Spannweite betraf, wurde vermutet, dass die Ursache auf zusätzliche Schubverformungen im Kern zurückzuführen ist. Es wurde angenommen, dass sie infolge einer veränderten Querkraftverteilung zwischen profilierter Deckschicht und Kern aufgrund der vollständigen Lasteinleitung und -ausleitung über den Kern auftraten. Im Zuge der weiteren Auswertung in Abschnitt 7.1.3 wurden zudem Unstimmigkeiten zwischen berechnetem und gemessenem Deckschichtmoment festgestellt.

Überprüfung der Verformung am 2D-FE-Modell Zur Überprüfung dieser Vermutung wurden zunächst verschiedene Vergleichsrechnungen mit dem Ersatzträgermodell für $L_S = 60$ mm durchgeführt. Für die Deckschicht wurde kein ebener Verzerrungszustand angenommen. In Übereinstimmung mit DIN EN 14509, Tabelle E.10.1, wurde stattdessen der tatsächliche Elastizitätsmodul angesetzt. Als Flächenträgheitsmoment der Deckschicht wurde sowohl das vollständige als auch das reduzierte Flächenträgheitsmoment nach Baehre und Kech (entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 4.2.1) betrachtet. Da dies ohne relevanten Einfluss auf die Verformungen blieb, wurde mit dem vollständigen Flächenträgheitsmoment weiter gerechnet. Die Lasteinleitung an den Endauflagern wurde nicht als Einzellast, sondern zunächst als Gleichlast auf die profilierte Deckschicht abgebildet, um die Ergebnisse nicht durch unrealistische Eindrückungen zu verfälschen. Die so bestimmten Verformungen zeigten keinen relevanten Unterschied zur Berechnung nach der Sandwichtheorie. Eine genauere Abbildung der Endauflagerung mittels Lagerplatte und Druckkontakten führte zu keinem verbesserten Ergebnis. Alternativ wurde an den Endauflagern die Gleichlast nicht an der profilierten, sondern an der linierten Deckschicht angesetzt. Damit sollte die Vermutung bezüglich der Querkrafteinleitung in den Kern überprüft werden. Dadurch wurde die Verformungen jedoch leicht reduziert, anstatt entsprechend der Vermutung erhöht. Anstelle einer Eindrückung trat an den Endauflagern nun eine leichte Streckung auf. Die anschließende Betrachtung der Querkraftverläufe aller Variationen zeigte, dass die Lasteinleitung keinen entscheidenden Einfluss auf die Querkraftaufteilung nimmt. Folglich kann die Vermutung, dass der Verformungsunterschied zwischen Sandwichtheorie und Versuch infolge veränderter Querkraftverteilung auftritt, nicht bestätigt werden.

Überprüfung der Verformung am 3D-FE-Modell Da das zweidimensionale Ersatzträgermodell die Ursache nicht aufdecken konnte, wurde der Ersatzträger dreidimensional abgebildet (siehe Abbildung 8.11). Die Symmetrie wurde erneut ausgenutzt, sodass das Modell nur aus der halben Länge des Sandwichelements bestand. Der Überstand betrug wie im Versuch 50 mm je Ende, sodass sich bei 1100 mm Spannweite, die abgebildete Sandwichelementlänge zu 600 mm ergibt. Den Deckschichten wurden Schalenelemente, dem Kern Volumenelemente zugeordnet. Vereinfachend wurden die gedrückte Deckschicht und die linierten Teilbereiche zwischen den Hochsicken der profilierten Deckschicht als ebene Flächen modelliert. Diesen Flächen wurde entsprechend ihrer Linierung eine orthotrope Steifigkeit zugewiesen. Im Vergleich zu einer genauen Abbildung der linierten Flächen ermöglichte die gewählte Methode eine einfachere Vernetzung der Volumenkörper. Zur



(a) Isometrie von oben. Symmetrieachse am linken Modellrand.



(b) Isometrie von unten. Symmetrieachse am rechten Modellrand.

Abbildung 8.11: 3D-FE-Modell des Ersatzträgerversuchs mit Vernetzung und Lagerung für das Dachelement aus Serie 1 mit 1100 mm Spannweite. Maße in mm.

Beschleunigung der Rechenzeit wurde linear elastisch nach Theorie I. Ordnung gerechnet. Theorien höherer Ordnung wirken sich in diesem Anwendungsfall nicht entscheidend auf die gesuchte, globale Verformung aus. Ebenfalls zu Gunsten der Rechenzeit wurde auf den Tausch von Lagerung und Belastung und die damit verbundene Einführung nichtlinearer Lager in der Feldmitte verzichtet. Stattdessen wurde die Lastverteilung für das simulierte Mittelaufleger am zweidimensionalen Ersatzträgermodell ermittelt und als äußere Last auf das dreidimensionale Modell übertragen. In Abbildung 8.12 sind die sich ergebenden Lastbilder dargestellt. Die vorhandene Lastabhängigkeit geht mit dieser Vorgehensweise zwar verloren. Jedoch sind die Unterschiede im Gebrauchslastbereich begrenzt und die Auswirkungen auf die Gesamtverformung vernachlässigbar klein. Die Endauflagerung wurde an die Versuchsdurchführung³ angepasst und erfolgte als Linienlager in den linierten Teilbereichen zwischen den Hochsicken. Durch die Linienlagerung besteht die Gefahr, die Eindrückung und damit die Gesamtverformung zu überschätzen. Es wurde eine Vergleichsrechnung mit deutlich erhöhter Deckschichtsteifigkeit an den Auflagerflächen, was einer flächigen Auflagerung gleichkommt, durchgeführt. Dadurch verringerte sich die Eindrückung bei 5 kN Endauflagerlast (entspricht $R = 10$ kN) um lediglich 0,2 mm, sodass die vereinfachte Modellierung mittels Linienlagerung ohne großen Fehler beibehalten werden konnte.

Abbildung 8.13 stellt die numerisch berechnete Durchbiegung den Versuchsergebnissen gegenüber. Aufgrund der Modellierungsannahmen beschränkt sich die Darstellung auf den elastischen Bereich. Vom Störbereich bei Aufbringung der Lasten abgesehen, bildet die 3D-FE-Berechnung die Verformungen gut ab. Nur bei genauer Betrachtung fällt auf,

³Für die Versuchsdurchführung siehe Abbildung 7.1.

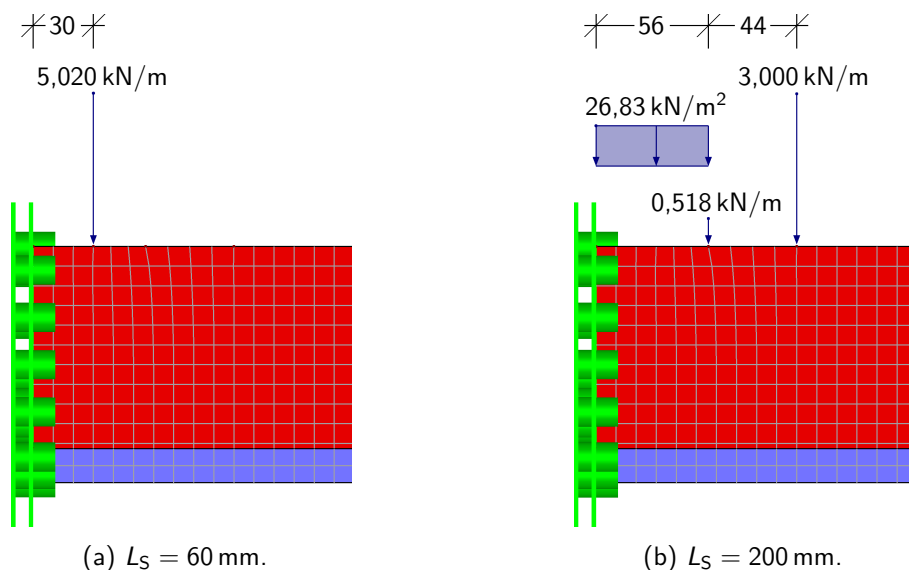


Abbildung 8.12: Belastung in Feldmitte für eine Gesamtlast von $R = 10$ kN. Seitenansicht von Modell und Belastung. Symmetrieachse am linken Modellrand. Maße in mm.

dass die Steifigkeit geringfügig überschätzt wird. Im Vergleich zur Sandwichtheorie (siehe Abbildung 7.6b) stellen die Berechnungsergebnisse aus dem dreidimensionalen Modell eine klare Verbesserung dar. Die Betrachtung der Längsnormalkraftverteilung der profilierten Deckschicht offenbart die Ursache für die nach der Sandwichtheorie unerwartet hohe Verformung (siehe Abbildung 8.14). Dargestellt sind nur die linierten Teilbereiche zwischen den Hochsicken der profilierten Deckschicht. Wie eingangs erwähnt, wurden sie als ebene Fläche mit orthotroper Steifigkeit modelliert, weswegen die Linierung im FE-Modell und in den Ergebnissen nicht zu sehen ist. Im Bereich der Lasteinleitung (Symmetrieachse) ist ein deutlicher Spannungsanstieg zu den Hochsicken hin zu beobachten. Die ungleiche Spannungsverteilung ist eine Folge der Schubverzerrungen in den linierten Teilbereichen, womit die Grundannahme vom Ebenbleiben des Querschnitts nicht mehr zutrifft. Vergleichbar mit breiten Gurten eines Brückenquerschnitts wirkt nicht die volle Breite der linierten Teilbereiche mit. Für eine Berechnung nach der Sandwichtheorie, die für die profilierte Deckschicht einen Bernoulli-Balken voraussetzt (siehe Abschnitt 2.2.1.1), müsste demnach eine mittragende Breite für die linierten Teilbereiche definiert werden. Dies erklärt auch, warum die Verformungsberechnung nur für die kürzesten Träger und nur bei Dachelementen so starke Abweichungen von der Sandwichtheorie zeigte. Wie allgemein bekannt (z. B. Petersen 2013, S. 127 f.), steigt die mittragende Breite mit zunehmender Spannweite an, und bei Wandelementen entfällt die Problematik wegen der quasi-ebenen Ausbildung der Deckschichten.

Überprüfung des Deckschichtmoments Eine weitere Besonderheit trat im Zuge der Verformungsermittlung in Abschnitt 7.1.3 auf. Aufgrund der unerwarteten Verformungsabweichung zwischen Sandwichtheorie und Versuch wurde stattdessen das Deckschichtmoment betrachtet (siehe Abbildung 7.7). Dort ergaben die Rückrechnungen aus den DMS-Messungen für beide Lasteinleitungslängen vergleichbare Ergebnisse. Abschließend soll kurz geklärt werden, ob sich dieses Verhalten im dreidimensionalen FE-Modell wiederfindet. Der Vergleich aus Abbildung 7.7 ist für den Ersatzträgerversuch mit $L = 2500$ mm geführt. Daher wurde das 3D-FE-Modell entsprechend verlängert. Belastung und Lagerung

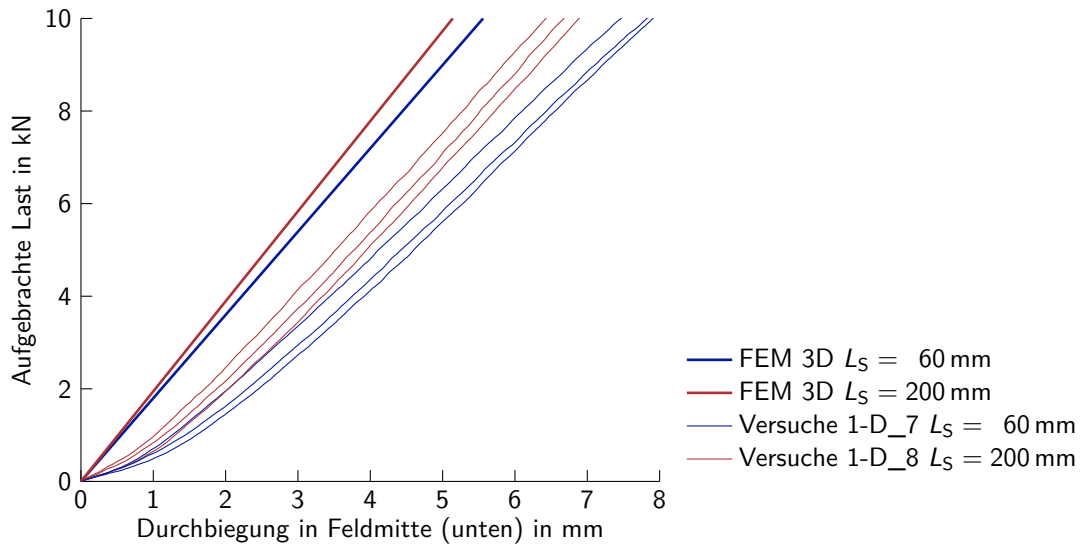


Abbildung 8.13: Vergleich der gemessenen mit der mittels FEM berechneten Durchbiegung für die Ersatzträgerversuche des Dachelements aus Serie 1 mit 1100 mm Spannweite. Darstellung für den elastischen Bereich.

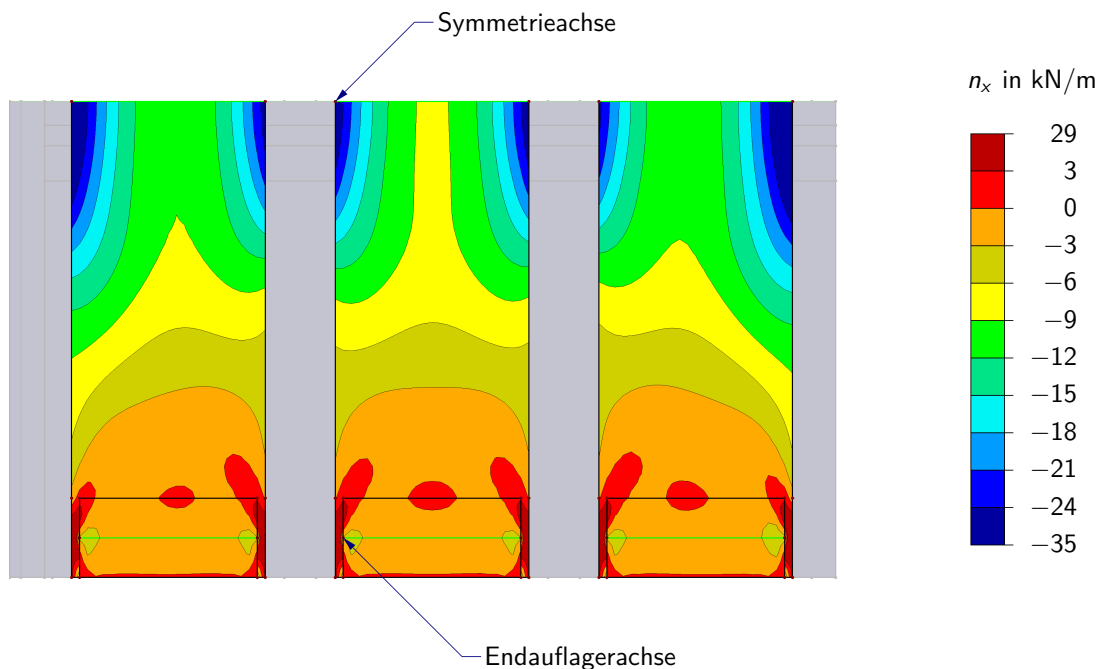


Abbildung 8.14: Normalkraftverteilung in Längsrichtung für die linierten Teilbereiche zwischen den Hochsicken der profilierten Deckschicht.

wurden analog zum bisherigen Vorgehen aufgebracht. In den linierten Teilbereichen war die Normalkraftverteilung nahe der Lasteinleitung ebenfalls nicht konstant. Die Ausprägung und die Ausbreitung des nichtlinearen Verlaufs waren jedoch deutlich geringer. Die Deckschichtmomente wurden aus den mittleren Normalkräften des FE-Modells berechnet. Tabelle 8.7 zeigt die Ergebnisse für die Laststufe $R = 5 \text{ kN}$. Die 3D-FE-Berechnung und der Versuch stimmen fast exakt überein. Die 2D-FE-Berechnung (Ersatzträgermodell) weicht knapp 15 % für beide Lasteinleitungslängen ab. Die Sandwichtheorie zeigt nur für $L_S = 200 \text{ mm}$ eine gute Übereinstimmung. Bei $L_S = 60 \text{ mm}$ wird das Moment deutlich

Tabelle 8.7: Deckschichtmoment M_{F1} in kNcm für verschiedene Berechnungsansätze im Vergleich zu den Versuchsergebnissen des Dachelements aus Serie 1 mit $L = 2500$ mm. Auswertung jeweils für die Laststufe $R = 5$ kN. Berechnungen für die Sandwichtheorie nach dem Doppelauflageransatz.

	$L_S = 60$ mm	$L_S = 200$ mm
Sandwichtheorie	80,4	66,2
2D-FE-Modell	74,9	69,4
3D-FE-Modell	64,1	61,1
Versuch	65,4	61,3

überschätzt. Werden Versuch und 3D-FE-Modell als die realistischste Lösung betrachtet, nimmt die Lasteinleitungsbreite auf das Deckschichtmoment nur einen geringfügigen Einfluss. Weitere Berechnungen mittels Sandwichtheorie oder 2D-FE-Modell sind trotz der beobachteten Abweichungen für die lokale Lasteinleitung möglich. Denn die Auswirkungen auf die Normalkraft in der gedrückten Deckschicht sind gering, da das Deckschichtmoment bei ausreichend großer Stützlänge nur einen geringen Anteil am Gesamtmoment hat. Dies gilt jedoch nicht für die kürzeste Spannweite von 1100 mm (siehe Abbildung 7.4a), sodass alle Versuche an Dachelementen mit dieser Spannweite von einer weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden. Folglich betrifft dieser Ausschluss auch die zugehörigen Zweifeldträgerversuche.

8.2 Berechnungsverfahren

Die Beschreibung des Berechnungsverfahrens beginnt mit der Vorstellung des Berechnungsmodells, wobei auf die nichtlinearen Kerneigenschaften ein besonderes Augenmerk gelegt wird. Im darauffolgenden Abschnitt wird der Ansatz von Imperfektionen besprochen. Wie sich zeigen wird, greift einer der Imperfektionsansätze in die Kerneigenschaften ein. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle nochmals auf die Kerneigenschaften eingegangen. Abschließend werden die betrachteten Versagensmodi vorgestellt.

8.2.1 Berechnungsmodell

Grundlegende Modellannahmen Der Überblick über die Literatur in Kapitel 5, die Überprüfung mittels Versuchen in Abschnitt 7.5 und die numerischen Untersuchungen aus dem vorangegangenen Abschnitt 8.1 ergaben, dass kein analytisches Berechnungsmodell existiert, welches eine ausreichende Genauigkeit zur Bestimmung der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck liefert. Aufgrund der enormen Anforderungen an ein Modell, wie z. B. die Abbildung der Inhomogenität und Orthotropie des Kerns oder der nichtlinearen Lasteinleitungssituation, stellt sich die Frage, inwieweit eine analytische Berechnung möglich bzw. sinnvoll ist. Zudem wird kein Vorteil darin gesehen, globale und lokale Schnittgrößenermittlung zu trennen. Als alternativer Lösungsweg bietet sich an, den gesamten Ersatzträger mit der FEM abzubilden. Eine Modellierung mittels finiten Elementen hat den Vorteil, dass sich für einen Großteil der Probleme vergleichsweise einfache Lösungen finden lassen. Dem steht die Gefahr gegenüber, aus mangelnder Erfahrung falsch zu modellieren, ihre Mög-

lichkeiten und Grenzen falsch einzuschätzen oder einen unnötig hohen Detaillierungsgrad anzustreben, der zu Lasten des schnellen Ergebnisüberblicks und der Wirtschaftlichkeit geht. Dennoch soll für das Berechnungsmodell auf die FEM zurückgegriffen werden. Zum einen relativieren sich die meisten kritischen Punkte durch eine sorgfältige Modellierung. Zum anderen bietet die FEM aufgrund der bisherigen Erkenntnisse dieser Arbeit die einzige Lösungsmöglichkeit⁴, die lokale Lasteinleitung korrekt zu erfassen. Der große Vorteil der FEM besteht zudem in der weiten Verbreitung im Ingenieuralltag und damit verbunden in einer großen Auswahlmöglichkeit an Software.

Um den zuvor geäußerten Bedenken bezüglich der FEM Rechnung zu tragen, werden zwei grundlegende Anforderungen an das nachfolgend Verwendung findende FE-Modell gestellt:

1. Es soll ein einfach zu bedienendes FE-Programm Verwendung finden, das nicht nur in Forschungseinrichtungen, sondern auch in Ingenieurbüros des Bauwesens verbreitet ist. Damit wird die Gefahr umgangen, eine Speziallösung anzubieten, die die Programmwahl und damit den Anwenderkreis stark einschränkt.
2. Die Modellbildung soll unkompliziert sein. Dadurch werden viele Fehlerquellen im Vorhinein vermieden. Außerdem ist dies die Grundvoraussetzung, um Ergebnisse reproduzierbar zu gestalten.

Die erste Anforderung führte dazu, dass das Programm RFEM ausgewählt wurde. Aus der zweiten Anforderung resultiert, dass sich auf eine zweidimensionale Betrachtung des Problems beschränkt wird. Genau genommen wird auf dem bereits in Abschnitt 8.1 vorgestellten Ersatzträgermodell aufgebaut. Alle zuvor gemachten Annahmen werden übernommen bzw., wie nachfolgend beschrieben, ergänzt. Basis ist demnach das Grundmodell aus Abbildung 8.9 mit folgenden Detaillierungen bzw. Ergänzungen:

- Um die Lasteinleitung im Ersatzträgerversuch möglichst realitätsnah abzubilden, wird auf die in Abschnitt 8.1.5 vorgestellte nichtlineare Lagerung in Feldmitte zurückgegriffen. Für eine genaue Modellierung ist wichtig, die Aufstandsfläche der Lasteinleitungsträger möglichst exakt zu erfassen. Dies ist für die Mitte der Profile durch die ausschließliche Berücksichtigung andrückender Lasten sichergestellt. Für den Rand des Profils bzw. die anzusetzende Auflagerbreite sind die Längen der ebenen Aufstandsflächen entscheidend. Sie sind – bedingt durch die Ausrundungen – etwas geringer als ihre Nennbreiten. Ergänzende Verformungsberechnungen ergaben, dass die Ausrundung der verwendeten Profile stärker als die lokale Eindrückung ansteigt. Daher wurden die Auflager in allen Berechnungen nur bis zum Ende der ebenen Aufstandsfläche geführt. Für die einzelnen Profile ergibt dies folgende Auflagerbreiten bzw. maximalen Aufstandsflächen:

Rechteckhohlprofil $60 \times 40 \times 4 \text{ mm}^3$	(60 mm Nennbreite): $L_S = 52 \text{ mm}$
Rechteckhohlprofil $80 \times 80 \times 4 \text{ mm}^3$	(80 mm Nennbreite): $L_S = 70 \text{ mm}$
Platte $200 \times 20 \text{ mm}^2$	(200 mm Nennbreite): $L_S = 198 \text{ mm}$

Es sei angemerkt, dass die angegebenen Aufstandsflächen durch Messung der tatsächlich verwendeten Profile bestimmt wurden.

- Durch die Vertauschung von Lagerung und Belastung im Modell kann das Eigengewicht nicht mehr als Gleichlast aufgebracht werden. Stattdessen wird es als Ersatznormalkraft

⁴Die einzige Alternative wäre die HSAPT mit den in Abschnitt 2.2.2 angesprochenen Erweiterungen. Gegen sie spricht in erster Linie die Nichtverfügbarkeit einer kommerziellen Software. Außerdem ist dem Autor dieser Arbeit nicht bekannt, ob die erforderlichen Erweiterungen, wie Inhomogenität, Orthotropie und nichtlineares Materialverhalten des Kerns, nur einzeln oder den Erfordernissen entsprechend in Kombination existieren.

in den Deckschichten in Form einer Linienlast angesetzt. Ihre Höhe wurde so gewählt, dass die maximale Normalkraft mit der aus einem Einfeldträger gleicher Spannweite bei Belastung durch Eigengewicht übereinstimmt. Bei Dachelementen wurde das sich ergebende Deckschichtmoment M_{F1} vereinfachend nicht angepasst. Die sich daraus ergebende Abweichung für M_{F1} ist im Vergleich zur Gesamtlast vernachlässigbar klein. Zudem ist in erster Linie die gedrückte Deckschicht von Interesse.

- Zur Berücksichtigung der wirksamen Breite bei linierten Deckschichten wird der Ansatz von Baehre und Kech aus Abschnitt 4.2.1 für die gedrückte Deckschicht verwendet:
 - Aufgrund der guten Übereinstimmung mit genaueren Lösungen wird der Bettungsparameter K vereinfachend nach Gleichung (3.14), isotroper Kern unendlicher Ausdehnung mit näherungsweise Berücksichtigung der Orthotropie, bestimmt.
 - Für die Deckschichtfläche wird A_F (bzw. t bei Berechnung an einem Einheitsstreifen), für die Deckschichtsteifigkeit $I_{F,eff,BF}$ angesetzt.

Eine Überprüfung, inwieweit dieser Ansatz zur Berechnung einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung und Querdruck geeignet ist, wird in Abschnitt 8.3.1 anhand der Versuchsergebnisse der Wandelemente aus Serie 1 erfolgen.

- Zur Abbildung des in Versuchen beobachteten Kerndruckversagens wird dem Kern orthotropes, plastisches Materialverhalten mit Verfestigung zugeordnet. Details zum nichtlinearen Materialverhalten des Kerns werden nachfolgend separat besprochen.
- Sofern aufgrund des Imperfektionsansatzes erforderlich, wird die Inhomogenität des Kerns über zwei verschiedene Kernschichten abgebildet. Für beide Schichten wurde dabei $\nu_{Czx} = 0,25$ gewählt.
- Für den E-Modul des Kerns in Dickenrichtung wird der E-Modul aus den Druckwürfelversuchen herangezogen, da der entscheidende Bereich um die Lasteinleitung herum unter Druckspannung steht.
- Der E-Modul des Kerns in Längsrichtung wird, sofern nicht durch Versuche bestimmt, auf den dreifachen Wert der Dickenrichtung gesetzt. Bei zweischichtigem Aufbau wird für den E-Modul in Längsrichtung der Wert der Hauptschicht (Schicht 2 bzw. Restschicht) für alle Schichten übernommen.

Nichtlineare Kerneigenschaften Wie in Abschnitt 2.1.3 erwähnt, weist der Kern auf Querdruck zumeist ein annähernd bilineares Materialverhalten auf. Aufgrund der bisherigen Erkenntnisse sollte zudem die Orthotropie des Kerns berücksichtigt werden. Daher wird von der Möglichkeit des RFEM-Zusatzmoduls RF-MAT NL Gebrauch gemacht, orthotropes, plastisches Materialverhalten mit Verfestigung auf Basis der Fließfläche nach Tsai und Wu (1971) anzusetzen. Die Spannung am Abknickpunkt der Last-Verformungskurve wird als Fließgrenze definiert. Für sie wird die Bezeichnung f_{Ccy} eingeführt. Der Steigung des linearen Astes nach dem Abknickpunkt wird der Verfestigungsmodul zugeordnet. Er lässt sich wie folgt berechnen:

$$E_{Cc,pl} = \frac{f_{Cc} - f_{Ccy}}{\varepsilon_u - \varepsilon_y} = \frac{f_{Cc} - f_{Ccy}}{0,10 - \frac{f_{Ccy}}{E_{Cc}}} \quad (8.2)$$

Für das Materialmodell sind zusätzlich die Fließgrenzen für die Zug- und Druckspannungen in Längsrichtung, für die Zugspannungen in Dickenrichtung und für die Schubspannungen anzugeben. Für die letzten beiden kann auf die Messwerte aus den Kleinteilversuchen zurückgegriffen werden. Die Fließspannungen in Längsrichtung sind von untergeordneter

Bedeutung und werden, in Anlehnung an die Versuchsergebnisse der Kerneigenschaften (siehe Abschnitte 7.1.2 und 7.2.2), auf den zweifachen Wert der jeweils angesetzten Fließspannung in Dickenrichtung gesetzt. Eine Ausnahme bilden die Versuche der ersten beiden Serien. Für sie liegen für alle aufgezählten Fließspannungen Messwerte vor. Dabei wird für die Längsdruckspannungen vereinfachend auf den Wert bei 10 % Stauchung (f_{Cc} in Längsrichtung) zurückgegriffen.

8.2.2 Imperfektionen

Die in einem Sandwichelement auftretenden Imperfektionen setzen sich aus einem geometrischen und einem strukturellen Anteil zusammen. Für eine Berechnung besteht das Problem, dass wesentliche Imperfektionsgrößen nicht erfasst werden. Beispielsweise werden Unebenheiten der Deckschichten im Rahmen von Zulassungsversuchen nicht vermessen. Oder die inhomogene Verteilung von Steifigkeit und Festigkeit im Kern wird vereinfachend homogenisiert. Dennoch muss für ein Berechnungsmodell eine Möglichkeit gefunden werden, Imperfektionen möglichst realitätsnah einfließen zu lassen. Für die beiden nachfolgend aufgeführten Vorschläge wird die Grundidee aus Lübke (2014) aufgegriffen. Wie in Abschnitt 5.6.1 beschrieben, wird bei Lübke (2014) eine geometrische Ersatzimperfektion aus dem Unterschied zwischen ungestörter und ideeller Knitterspannung bestimmt. Diese Idee wird übernommen, jedoch in ihrem Ansatz modifiziert. Die ungestörte Knitterspannung wird ebenfalls herangezogen. Sie wird jedoch nicht berechnet⁵, sondern aus dem Einfeldträgerversuch übernommen. Über den Unterschied zwischen der Knitterspannung aus dem Versuch und der ideellen Knitterspannung werden nachfolgend zwei Imperfektionsansätze entwickelt. Dieses Verfahren hat den entscheidenden Vorteil, dass alle auftretenden Imperfektionen über einen Versuchswert abgesichert sind. Alle nicht erfassten Einflussgrößen auf die Traglast finden somit automatisch Berücksichtigung.

8.2.2.1 Geometrische Ersatzimperfektionen

Die Ermittlung der geometrischen Ersatzimperfektionen ist zweigeteilt. Ersten muss ihr Maximalwert bestimmt werden. Zweitens müssen die Ersatzimperfektionen auf die Deckschicht aufgebracht werden. Zur besseren Lesbarkeit wird festgelegt, dass der Maximalwert der geometrischen Ersatzimperfektionen mit „geometrischer Ersatzimperfektion“ bezeichnet wird. Die geometrische Ersatzimperfektion wird aus dem Einfeldträgerversuch ermittelt. Theoretisch sind drei Versagensmodi denkbar: Erstens das Überschreiten der ertragbaren Vertikalspannungen im Kern. Zweitens das Erreichen der Fließgrenze in der Deckschicht. Drittens das Ansteigen der Schubspannungen auf die Schubfestigkeit im Kern. Der zuletzt genannte Versagensmodus wird nicht weiter betrachtet, da keiner der Einfeldträgerversuche aus Kapitel 7 auf Schub versagte. Die Bestimmung der geometrischen Ersatzimperfektion aus den anderen beiden Versagensmodi wird ausführlich besprochen. Die maßgebende Ersatzimperfektion ergibt sich aus der kleineren der beiden Größen. Abschließend wird das Aufbringen der geometrischen Ersatzimperfektionen erläutert.

⁵Selbst das sehr aufwändige Verfahren von Misiak, Frank et al. (2011b) lieferte – wie in Abschnitt 7.4 gezeigt – schlecht verwertbare Knitterspannungen.

Vertikalspannung im Kern Die Vertikalspannung im Kern soll auf folgenden Wert begrenzt werden:

$$\max \sigma_C = \min \begin{cases} f_{Ct} \\ f_{Cc} \end{cases} \quad (8.3)$$

Aufgrund des spröden Versagens muss die Zugfestigkeit als Begrenzung eingeführt werden. Dies ist in einem anderen Zusammenhang ebenfalls bei Stamm und Witte (1974, S. 225) vorgesehen. Zusätzlich wird die Druckfestigkeit begrenzt. Zwar ist bei Erreichen von f_{Cc} i. d. R. die maximale Traglast auf Druck nicht erreicht. Doch ist durch den Abfall des Druck-E-Moduls nach Erreichen von f_{Ccy} ab einem gewissen Punkt mit einem Verlust der Gesamttragfähigkeit zu rechnen. Durch das Zulassen einer maximalen Stauchung von 10 % (als Folge der Festlegung auf f_{Cc}) wird näherungsweise die plastische Verformbarkeit des Kerns einschließlich der sich daraus ergebenden Lastumlagerung berücksichtigt. Von der strengeren Grenze f_{Ccy} wurde abgesehen, da sie letztlich nicht auf der sicheren Seite liegt. Denn, je geringer die zugelassene Spannung, desto niedriger fällt die Ersatzimperfektion aus.

Angenommen, die Deckschicht weist sinusförmige Imperfektionen mit der Amplitude e_0 auf. Dann ist die maximale Vertikalspannung im Kern mit

$$\sigma_C = \pi \frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} \cdot \frac{e_0}{a_x} K \quad (4.7)$$

gegeben. Darin steht

$$\alpha_w = \frac{\sigma_w}{\sigma_{cr,w}} \quad (4.6)$$

für das Verhältnis zwischen ungestörter und ideeller Knitterspannung. Für die ungestörte Knitterspannung wird der Versuchswert aus dem Einfeldträgerversuch angesetzt. Die ideale Knitterspannung und die dazugehörige Halbwellenlänge müssen berechnet werden. Wie in Abschnitt 8.1.2 gezeigt, genügt es, vereinfachend den Kern unendlicher Dicke anzusetzen, was zu

$$\sigma_{cr,w} = \frac{3}{2t} \sqrt[3]{2K^2 B_F} \quad (4.2)$$

und

$$a_x = \pi \left(\frac{2B_F}{K} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.27)$$

führt. Für die näherungsweise Berücksichtigung der Orthotropie muss der Bettungsparameter K – ebenso wie in Gleichung (4.7) – wie folgt bestimmt werden:

$$K = \frac{2(1 - \nu_C)}{3 - 4\nu_C} \sqrt{\frac{2G_C E_C}{1 + \nu_C}} \quad (3.14)$$

Alternativ für K wäre K_{orth} nach Gleichung (3.37) möglich. Wegen des erhöhten Bestimmungsaufwands wurde davon abgesehen. In Abschnitt 4.1.2 wurde gezeigt, dass die Vereinfachung gerechtfertigt ist. Bei linierten Deckschichten ist $B_F = B_{F,eff} = E'_F I_{F,eff,BF}$ mit $I_{F,eff,BF}$ nach Gleichung (4.37) zu setzen. Nachdem nun alle Größen aus Gleichung (4.7) bekannt sind, lässt sich durch Gleichsetzen der Gleichungen (8.3) und (4.7) nach der gesuchten Ersatzimperfektion auflösen:

$$e_0 = \frac{1 - \alpha_w}{\pi \alpha_w} \cdot \frac{a_x}{K} \cdot \max \sigma_C \quad (8.4)$$

Fließen der Deckschicht Als zweites Versagenskriterium wird das Erreichen der Fließgrenze der Deckschicht festgelegt:

$$\frac{N_F}{A_{F,\text{eff},W}} + \frac{M_F}{W_{F,\text{el}}} = f_y \quad (8.5)$$

Es wird davon ausgegangen, dass mit dem Erreichen der Fließgrenze das Versagen schlagartig einsetzt, weswegen der Biege widerstand elastisch zu berechnen ist. Für den elastischen Widerstand spricht zudem, dass nach Petersen (2013, S. 426 f.) in Versuchen zu wirksamen Breiten beim Plattenbeulen festgestellt wurde, dass am Rand der Platte maximal die Fließspannung erreicht wird. Da die wirksame Breite nichts anderes macht, als die Randspannung auf eine äquivalente Ersatzbreite zu beziehen, erscheint das Ansetzen plastischer Reserven nicht sinnvoll bzw. sind diese gar nicht vorhanden. Zur weiteren Berechnung bietet sich an, Gleichung (8.5) umzuschreiben:

$$\frac{N_F}{A_{F,\text{eff},W} f_y} + \frac{M_F}{W_{F,\text{el}} f_y} = \frac{\sigma_w}{f_y} + \frac{M_F}{M_{F,\text{el}}} = 1 \quad (8.6)$$

Die ungestörte Knitterspannung σ_w wird aus dem Versuchswert des Einfeldträgerversuchs bestimmt. Sofern vorhanden, wird f_y mit R_{eh} , ansonsten mit $R_{\text{p}0,2}$ gleichgesetzt. $W_{F,\text{el}}$ bzw. $M_{F,\text{el}}$ sind mit $I_{F,\text{eff},W}$ nach Gleichung (4.39) zu berechnen. Als innerer Hebelarm wurde der größere der beiden Deckschichtabstände (d_{11} oder d_{12} bzw. d_{21} oder d_{22}) angesetzt. Unbekannt ist noch M_F , das die gesuchte Ersatzimperfektion enthält.

Unter Ansatz einer sinusförmigen Vorverformung mit dem Stich e_0 lässt sich über die Gleichungen (3.7) und (4.5) die Deckschichtverformung bestimmen:

$$w = e_0 \cdot \frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a_x} x\right) \quad (8.7)$$

Über die Differentialgleichung der Biegelinie

$$w'' = -\frac{M}{EI} = -\frac{M_F}{B_F} \quad (8.8)$$

kann das Deckschichtmoment

$$M_F = -B_F w'' = e_0 \cdot \frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} \cdot B_F \left(\frac{\pi}{a_x}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a_x} x\right) \quad (8.9)$$

und durch Einsetzen von Gleichung (3.27) für a_x sein Maximalwert nach Theorie II. Ordnung bestimmt werden:

$$M_{0,\text{II}} = \max M_F = e_0 \cdot \underbrace{\frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2K^2 B_F}}_{:=N_0} \quad (8.10)$$

Die neu eingeführte Größe N_0 beschreibt dabei die Normalkraft, die multipliziert mit der Imperfektion e_0 das maximale Deckschichtmoment erzeugt. Welche Größen für α_w , K und B_F einzusetzen sind, wurde bereits bei der Bestimmung der Ersatzimperfektion aus den Vertikalspannungen des Kerns erläutert. Gleichung (8.10) lässt sich in die Fließbedingung (8.6) einsetzen und nach der Ersatzimperfektion auflösen:

$$e_0 = \left(1 - \frac{\sigma_w}{f_y}\right) \frac{M_{F,\text{el}}}{N_0} \quad (8.11)$$

Aufbringen der geometrischen Ersatzimperfectionen Ist die maßgebende Ersatzimperfection bestimmt, muss sie in ungünstigster Form aufgebracht werden. Dafür bietet sich zumeist die erste Eigenform an. Teilweise führen jedoch höhere Eigenformen (oder sogar andere Verformungsfiguren⁶) zu niedrigeren Traglasten. Der Maximalwert der Verformung ist in der ungünstigsten Richtung anzusetzen. Demnach sind im Zweifel beide Richtungen zu untersuchen. Die praktische Umsetzung in RFEM besteht darin, zunächst die in Betracht kommenden Eigenformen zu ermitteln. Anschließend werden mit dem Zusatzmodul RF-IMP Imperfectionen affin zu den Eigenformen generiert. Der Maximalausschlag entspricht der maßgebenden Ersatzimperfection. Die Generierung der Imperfectionen erfolgt programmintern durch eine Vorverformung des FE-Netzes. Jeder zu betrachtenden Eigenformen bzw. Richtung entspricht ein vorverformtes FE-Netz.

8.2.2.2 Imperfection als Anpassung der randnahen Kernsteifigkeit

Der zweite Vorschlag, Imperfectionen zu berücksichtigen, schlägt einen vollständig anderen Weg ein. Er umgeht den Nachteil der geometrischen Ersatzimperfectionen, dass das Finden der maßgebenden Eigenform mit einigem Aufwand verbunden sein kann. An die Stelle der Ersatzimperfectionen tritt eine Anpassung der randnahen Steifigkeit der Kernschicht. Diese wird solange angepasst, bis die ideelle Knitterspannung mit der im Versuch bestimmten Knitterspannung übereinstimmt. So werden die Imperfectionen durch eine künstliche Schwächung der Randschicht simuliert. Dadurch entsteht ein 2-Schichtmodell, mit dem die Traglast ohne weitere Anpassung berechnet werden kann.

Für die Bestimmung der randnahen Steifigkeiten ist zunächst die Dicke der Randschicht festzulegen. Für die Versuche aus den Serien 1 und 2 mit 80 mm, 40 mm bzw. 30 mm Nennstärke (entspricht dem Nennwert der durchgehenden Kerndicke) werden die Schichtdicken analog zu den vorliegenden Schichtversuchen gewählt, um einen Vergleichswert zu erhalten. Dies führt bei 80 mm Nennstärke auf eine Randschichtdicke von $e/4$; bei 40 mm und 30 mm Nennstärke auf $e/2$. Bei allen anderen Versuchen wird die Randschicht auf den kleineren Wert aus 20 mm oder einem Viertel der Nennstärke festgelegt. Zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung ist es leider nicht möglich, die analytische Näherungslösung für ein 2-Schichtmodell heranzuziehen. In Abschnitt 8.1.3 wurde gezeigt, dass die Abweichungen bei einer reduzierten Randsteifigkeit über das vertretbare Maß hinauswachsen können. Daher wird auf das Einfeldträgermodell aus Abschnitt 8.1.1 zurückgegriffen. Dieses wird um eine zweite Kernschicht erweitert. Als Grundwert wird der aus E_{C_c} und E_{C_t} gemittelte E-Modul verwendet. Die Steifigkeit der Randschicht (Schicht 1) wird mit

$$E_{C1} = f_1 E_C \quad (8.12)$$

festgelegt, wobei der Anpassungsfaktor f_1 noch zu bestimmen ist. Zusätzlich wird die Bedingung eingeführt, dass das 2-Schichtmodell dieselbe Gesamtsteifigkeit wie ein vergleichbares Ein-Schichtmodell haben muss:

$$E_C \stackrel{!}{=} \frac{\sum d_{Ci}}{\sum \frac{d_{Ci}}{E_{Ci}}} = \frac{e}{\frac{d_{C1}}{f_1 E_C} + \frac{e - d_{C1}}{E_{C2}}} \quad (8.13)$$

⁶In den in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen wurde nicht festgestellt, dass eine andere Verformungsfigur als eine der Eigenformen maßgebend wurde.

Die Auflösung von Gleichung (8.13) liefert die Steifigkeit der zweiten Schicht (Restschicht):

$$E_{C2} = \frac{e - d_{C1}}{f_1 e - d_{C1}} f_1 E_C \quad (8.14)$$

Gleichung (8.14) lässt sich auf den Schubmodul übertragen, sofern E_C und E_{C2} durch G_C und G_{C2} ersetzt werden. Mit dem feststehenden Verhältnis der Kerneigenschaften wird f_1 im Einfeldträgermodell solange iteriert, bis die ideale Knitterspannung dem zugehörigen Versuchswert entspricht. Zur Beschleunigung der händisch durchgeführten Iteration, wird die Genauigkeit von f_1 auf zwei Nachkommastellen begrenzt. Um allzu kleine Steifigkeiten für die erste Schicht zu vermeiden, wird der Anpassungsfaktor neben dem E-Modul auch auf den Schubmodul angewendet. Dennoch kann es vereinzelt vorkommen, dass für die zweite Schicht unrealistisch große Werte berechnet werden. Daher wird Gleichung (8.14) nach oben auf den dreifachen Wert von E_C bzw. G_C begrenzt. Dies führt zwangsläufig dazu, dass die ideale Knitterspannung in diesen Fällen nicht mehr an den Versuchswert heranreicht. Dieser Fehler wurde akzeptiert, da in keinem der betrachteten Fälle die Abweichung zwischen den Knitterspannungen 10 % überschritt. Der so bestimmte Anpassungsfaktor wird auf das zweischichtige Ersatzträgermodell übertragen. Für den E-Modul wird entsprechend der bisherigen Vorgehensweise in den Gleichungen (8.12) und (8.14) der Druck-E-Modul (E_{Cc}) anstelle des gemittelten E-Moduls angesetzt. Die Schubmoduln der Schichten werden unverändert vom Einfeldträgermodell übernommen.

Während die Kernsteifigkeiten für das Ersatzträgermodell wie beschrieben angepasst werden, stellt sich die Frage, wie mit den Festigkeiten zu verfahren ist. Bei den Schichtversuchen dieser Arbeit (siehe Abschnitte 7.1 und 7.2) wurde zwar eine Korrelation zwischen Steifigkeit und Festigkeit festgestellt. Dennoch ist fraglich, ob eine allgemeine Übertragbarkeit realistisch ist. Würde die Festigkeit in gleichem Maße wie die Steifigkeit abgemindert, dann wäre in Einzelfällen mit deutlich geringeren Festigkeiten zu rechnen, als sie in realen Sandwichelementen auftreten. Schließlich sind im Anpassungsfaktor alle auftretenden Imperfektionen und Modellunsicherheiten gebündelt. Um eine übertriebene und demnach unrealistische Anpassung der Festigkeiten zu vermeiden, wird auf eine Anpassung verzichtet. Für beide Schichten werden daher dieselben Festigkeiten angesetzt. Welche Werte im Detail verwendet werden, wurde bereits in Abschnitt 8.2.1 bei der allgemeinen Modellvorstellung beschrieben.

8.2.3 Gebrauchslastberechnung und Versagensmodi

Ziel des Berechnungsverfahrens ist die Bestimmung der Gebrauchslast von Sandwichelementen. Bei Ersatzträgerversuchen an Wandelementen ist sie mit der Traglast gleichzusetzen. Aufgrund der statisch bestimmten Lagerung bestehen im Gegensatz zu Durchlaufsystemen keine Möglichkeiten zur Lastumlagerung in die Felder. Kommen hingegen Dachelemente zum Einsatz, können selbst beim Ersatzträger Traglaststeigerungen über die Gebrauchslast hinaus auftreten. Denn bei Dachelementen ist eine Lastumlagerung in die profilierte Deckschicht möglich. Um die Traglast (bzw. Gebrauchslast) zu ermitteln, wird der maximale Belastungswert i. d. R. durch eine weggesteuerte Berechnung bestimmt. Die verwendete Software RFEM sieht diese Möglichkeit jedoch nicht vor. Aus diesem Grund wird der Mittelwert der Versuchslast aufgebraucht und dieser in 1 %-Schritten verringert oder gesteigert, bis die Traglast durch Abbruch der Berechnung oder eine der nachfolgend aufgezählten Versagensmodi erreicht wird:

- Versagen des Kerns auf Druckbeanspruchung
- Versagen des Kerns auf Zugbeanspruchung
- Versagen des Kerns auf Schubbeanspruchung
- Fließen der Deckschicht

Die aufgezählten Versagensmodi und das Erreichen der Traglast durch Abbruch der Berechnung bedürfen einer weiteren Erläuterung, da sie zu Teilen nicht programmintern überprüft werden können. Eine vollständige Automatisierung des Berechnungsverfahrens ist über die Schnittstellen von RFEM und Verwendung weiterer Software (z. B. Excel) möglich. Im Rahmen dieser Arbeit wurde von der beschriebenen Möglichkeit nicht Gebrauch gemacht. Stattdessen wurde eine händische Überprüfung vorgezogen.

Durch die Wahl eines elastisch-plastischen Kernmaterials passt sich der Druckwiderstand automatisch an die Höhe der Einwirkung an. Obgleich die Traglastberechnung den Gebrauchslastbereich betrifft, werden plastische Druckdehnungen zugelassen. Bei geringfügigen, bleibenden Dehnungen ist die Gebrauchstauglichkeit trotzdem gewährleistet. Optisch sind dauerhafte Eindrückungen durch das anliegende Auflager versteckt und somit kaum sichtbar. Auch stellt die beobachtete Größenordnung der maximalen Verformungen⁷ keine Beeinträchtigung der Dichtigkeit dar. Und nicht zuletzt sieht der Grenzwert der Druckfestigkeit f_{Cc} in DIN EN 14509 planmäßig plastische Verformungen vor. Durch das Zulassen plastischer Dehnungen tritt reines Druckversagen nicht auf. In den Berechnungen dieser Arbeit wurde es ausschließlich in einer Mischform bei Dachelementen beobachtet. Nach Erreichen der Gebrauchslast, erfolgte schlagartig eine Lastumlagerung auf die profilierte Deckschicht. Sie ging mit einem deutlichen Anstieg der Eindrückung im Kern und des Deckschichtmoments der Druckseite bei gleichzeitiger Verringerung der Deckschichtnormalkraft einher. Das elastisch-plastische Materialmodell des Kerns sieht zwar ein Fließen unter Zug- und Schubbeanspruchung vor. Jedoch ist durch die Kleinteilversuche bekannt, dass dieses Versagen schlagartig erfolgt und demnach durch eine Fließgrenze nicht richtig abgebildet werden kann. Als Lösung dieses Missstandes wird händisch überprüft, ob die Zug- und Schubspannungen ihre jeweilige Festigkeit nicht überschreiten. Phänomenologisch äußert sich ein Überschreiten der Zugspannungen i. d. R. nicht als eigenständiges Versagen, sondern tritt als Knittern auf. Nur selten äußert es sich als Delamination der Deckschicht. Das Fließen der Deckschicht wird ebenfalls händisch überprüft. Die Voraussetzungen, die zum Versagen führen, stimmen mit denen zur Bestimmung der geometrischen Ersatzimperfektion (siehe Abschnitt 8.2.2.1) überein. Das Versagenskriterium geht von elastischen Querschnittswiderständen aus und entspricht Gleichung (8.5). Das Deckschichtmoment kann sowohl positive als auch negative Werte annehmen. Abhängig vom Widerstandsmoment kann es daher notwendig sein, den Nachweis an zwei Stellen zu führen. Auch wenn in der Berechnung ein Fließen der Deckschicht zum Versagen führt, kann im Versuch dennoch ein Knitterversagen beobachtet worden sein, das als Folge des Verlusts der Deckschichtsteifigkeit aufgetreten war. Das letzte betrachtete Versagenskriterium stellt die Traglast des Systems dar, die durch den Abbruch der Berechnung gekennzeichnet ist. Er resultiert aus der Singularität der Gesamtsteifigkeitsmatrix. Ursache können die auftretenden Abtriebskräfte, das Plastizieren des Kerns oder eine Mischung aus beidem sein. Die beobachteten Deckschichtverformungen in den Berechnungen lassen darauf schließen, dass auch diese Versagensform im Versuch als Knittern auftritt.

⁷Sowohl im Versuch (siehe Abschnitt 7.2.4) als auch in den durchgeführten Berechnungen betragen die gesamten Verformungen (einschließlich reversibler elastischer Verformungen) nie mehr als wenige Millimeter.

Bei Dachelementen musste zusätzlich ein möglicher Systemwechsel betrachtet werden. Bevor eines der genannten Versagenskriterien eintritt, besteht die Möglichkeit, dass die Zugseite der Deckschicht plastiziert. Aufgrund der linear elastischen Modellierung der Deckschichten wird das Fließgelenk manuell durch Einfügen eines Momentengelenkes und eines zurückdrehenden Biegemoments der Größe $M_{F,pl}$ abgebildet. Vereinfachend wird auf die Berücksichtigung eines Normalkraftgelenkes verzichtet. In den meisten Berechnungen war ohnehin kurz nach Auftreten des Fließgelenkes die Versagenslast erreicht. Für Deckschichten von Sandwichelementen existieren keine Angaben über den plastischen Querschnittswiderstand bei kombinierter Beanspruchung. Daher wurde zum einen der Fließbeginn als lineare Momenten-Normalkraft-Interaktion mit elastischen Widerständen (also analog zu Gleichung (8.5)) überprüft. Und zum anderen wurde auf die Interaktionsbedingung für Kaltprofile zurückgegriffen (DIN EN 1991-1-3, Gleichung (6.36)):

$$\left(\frac{N_F}{N_{F,pl}}\right)^{0,8} + \left(\frac{M_F}{M_{F,pl}}\right)^{0,8} \leq 1 \quad (8.15)$$

Beide Varianten lieferten annähernd den gleichen Fließbeginn. Unterschiede betragen im Maximum $\pm 5\%$. Da für einen Versuch⁸ DMS-Messungen vorlagen und sie exakt der linearen Momenten-Normalkraft-Interaktion mit elastischen Widerständen entsprachen, wurde entschieden, diese Interaktionsbeziehung vorzuziehen.

In der Gesamtbetrachtung des Berechnungsverfahrens wurde das Ziel einer unkomplizierten Berechnung nur bedingt eingehalten. Zwar ist das zweidimensionale Grundgerüst des Modells schnell eingegeben. Jedoch erschweren die vielen Vorberechnungen für die wirkenden Deckschichten und die Imperfektionsansätze in Kombination mit den händisch zu führenden Nachweisen die Traglastbestimmung. Dennoch wird an dem Modell festgehalten und keine Vereinfachung angestrebt. Denn jede Vereinfachung geht mit einer Reduktion der Berechnungsgenauigkeit einher.

8.3 Nachrechnung der Versuchsergebnisse

Bevor mit der Nachrechnung begonnen werden kann, erfordern die Abbildung des nichtlinearen Kerns, die beiden Imperfektionsansätze und der Ansatz der wirksamen Deckschichtfläche die Bestimmung zusätzlicher Werte. Eine Übersicht der wichtigsten Größen ist im Anhang in Tabelle B.2, S. 243 f., aufgeführt. Die erste Anwendung des in Abschnitt 8.2 vorgestellten Berechnungsverfahrens erfolgt mit den ersten beiden Versuchsserien aus Kapitel 7. Mit ihnen ist es möglich, die Einflüsse aus Lasteinleitungsbreite und Spannweite zu überprüfen. Außerdem sind zusätzliche Messwerte (Eindrückung und Inhomogenität) dokumentiert, was die Vergleichs- und Interpretationsmöglichkeiten erhöht. Im ersten Schritt werden die Wandelemente aus Versuchsserie 1 herangezogen. Mit ihnen wird überprüft, ob das Verfahren von Baehre und Kech zur Bestimmung der wirksamen Breite zur Anwendung bei der lokalen Lasteinleitung geeignet ist. Wie sich zeigen wird, reichen diese Versuche nicht aus, um zu klären, welcher Imperfektionsansatz besser zutrifft. Daher wird im zweiten Schritt mit den eigens durchgeführten Versuchen der Serien 1 und 2 entschieden, welcher Imperfektionsansatz weiter verfolgt wird. Mit Teilen der Ergebnisse für Serie 2 kann zudem die gemessene mit der berechneten Eindrückung verglichen werden. Mit dem Wissen

⁸Serie 1, Dachelement mit Nenndicke 80 mm, $L_S = 200$ mm.

um den geeigneteren Imperfektionsansatz werden zunächst die Zweifeldträgerversuche berechnet und mit den zugehörigen Ersatzträgerversuchen verglichen, ehe die restlichen Versuche ebenfalls berechnet werden. Abschließend werden Vorschläge zur Optimierung der Berechnungsgenauigkeit unterbreitet.

8.3.1 Vergleiche mit den Versuchsergebnissen der Serien 1 und 2

8.3.1.1 Erster Vergleich der Imperfektionsansätze und Überprüfung der wirksamen Deckschichtsteifigkeit

Für die erste Anwendung bzw. Überprüfung des Berechnungsverfahrens werden die Ersatzträgerversuche der Wandelemente der ersten Versuchsserie herausgegriffen. Die Berechnung erfolgt entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 8.2. Tabelle 8.8 zeigt die Berechnungsergebnisse. Im Hinblick auf die später folgende Gesamtbetrachtung aller Versuchsergebnisse wurden neue Abkürzungen für die Zuordnung nach Element und Versuchsaufbau notwendig. Die Elementbezeichnung setzt sich aus der Seriennummer (z. B. 1), dem Elementtyp (W für Wand, D für Dach), der Nenndicke in mm (z. B. 80) und der Ausführung der gedrückten Deckschicht (L für liniert, S für gesickt, E für eben) zusammen. Die Bezeichnung für

Tabelle 8.8: Berechnungsergebnisse für die Ersatzträgerversuche der Wandelemente der Serie 1.

(a) Geometrische Ersatzimperfektionen.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-W-80-L	5900- 60	3,40	89	53	51	111	Traglast
1-W-80-L	5900-200	4,21	99	58	75	107	Fließen
1-W-80-L	2500- 60	7,35	77	59	32	102	Traglast
1-W-80-L	2500-200	9,16	100	71	46	113	Fließen
1-W-80-L	1000- 60	13,57	97	83	35	95	Traglast
1-W-80-L	1000-200	20,19	101	95	19	96	Fließen
Mittelwert						104	
Standardabweichung						8	

(b) Anpassung der Randsteifigkeit des Kerns.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-W-80-L	5900- 60	3,40	84	29	36	108	Traglast
1-W-80-L	5900-200	4,21	97	33	50	102	Traglast
1-W-80-L	2500- 60	7,35	83	40	21	103	Traglast
1-W-80-L	2500-200	9,16	100	52	31	116	Fließen
1-W-80-L	1000- 60	13,57	101	64	24	96	Fließen
1-W-80-L	1000-200	20,19	100	82	21	99	Fließen
Mittelwert						104	
Standardabweichung						7	

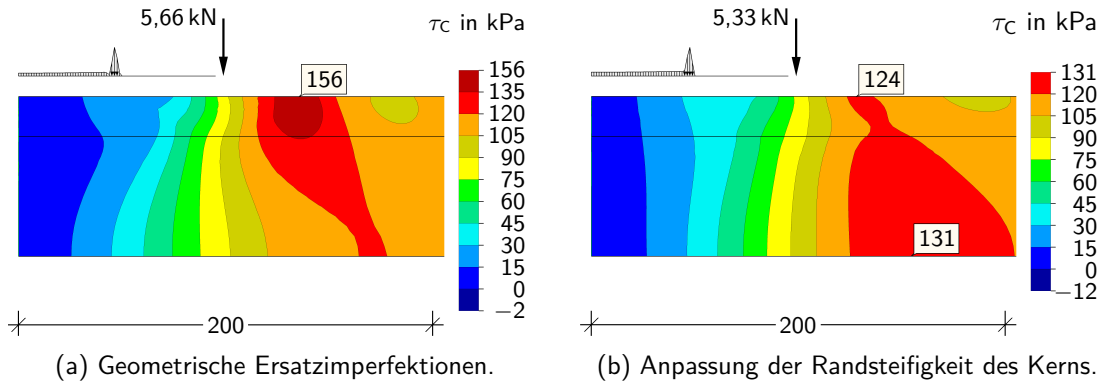


Abbildung 8.15: Schubspannungsverteilung für die verschiedenen Imperfektionsansätze an der Lasteinleitung für Element 1-W-80-L, Versuchsaufbau 1000-200. Laststufe: 96 % von F_{exp} . Symmetrieachse am linken Modellrand. Maße in mm.

den Versuchsaufbau besteht aus Spannweite in mm (z. B. 5900) und dem Nennwert der Lasteinleitungslänge in mm (z. B. 60). Für beide Imperfektionsansätze zeigt sich unabhängig von Spannweite und Lasteinleitungslänge eine sehr gute Übereinstimmung mit den Traglasten aus den Versuchen. Bevor weitere Vergleiche mit den Versuchsergebnissen gezogen werden, sollen die Imperfektionsansätze untereinander verglichen werden. Beide Ansätze liefern für jeden Versuch annähernd die gleiche Traglast. Dies zeigt sich auch im identischen Mittelwert und der fast gleichen Standardabweichung. Die Versagensmodi entsprechen bis auf zwei Ausnahmen einander. In diesen beiden Fällen zeigt ein Blick auf die Auslastung der Deckschichtnormalkraft, dass die Modi Traglast und Fließen so nahe beieinander liegen, dass der jeweils andere Modus bei minimal höherer Belastung aufgetreten wäre. Auch hier stimmen die beiden Berechnungsmethoden überein. Der einzige auffallende Unterschied zwischen den Ansätzen liegt in der Auslastung auf Schub und Zug im Kern. Die geometrischen Ersatzimperfektionen führen in den allermeisten Fällen zu höheren Spannungen im Kern.

Wird der Versuchsaufbau 1000-200, also $L_{\text{EST}} = 1000$ mm, $L_S = 200$ mm, herausgegriffen, zeigt sich, dass sich höhere Schubspannungen besser mit den Versuchsergebnissen decken. In Abschnitt 7.1.4 wurde ausgeführt, dass für diesen Versuch Schubversagen und Knittern sehr nahe beieinander lagen. Der Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen liefert das gleiche Ergebnis (Versagen durch Fließen, Schubauslastung 95 %). Hingegen bestehen für die Anpassung der Randsteifigkeit noch Reserven bezüglich der Schubfestigkeit (Versagen durch Fließen, Schubauslastung 82 %). In Abbildung 8.15 ist die Schubspannungsverteilung am Zwischenaufleger für eine Last von 96 % von F_{exp} dargestellt. Die Höhe der Last entspricht für Abbildung 8.15a der numerischen Traglast F_{FEM} . Für Abbildung 8.15b liegt sie um drei Prozentpunkte darunter. Beim Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen fällt eine Schubkonzentration nahe der Lasteinleitung auf. Davon abgesehen gleichen die Schubspannungsverteilungen beider Ansätze. Ebenfalls ist die vom Rand der Lasteinleitung ausgehende Last in beiden Fällen ähnlich groß. Der Unterschied liegt bei 6 %. Ursächlich für die Schublinse ist nicht der Imperfektionsansatz, sondern die Schubsteifigkeit der randnahen Schicht. Die beobachtete Spannungskonzentration trat in vergleichbarer Form bei homogenem Kern ohne Ansatz von Imperfektionen ebenfalls auf. Beim inhomogenem Kern (Anpassungsfaktor der ersten Schicht $f_1 = 0,35$) ist der Schubspannungsverlauf annähernd konstant, der Maximalwert verlagert sich zur gezogenen Deckschicht. Wird nochmals das Auftreten der Schubkonzentration beim Ansatz geometrischer Ersatzimperfektionen

fektionen betrachtet, erklärt sich das Schubversagen im Versuch. Es trat auf, obgleich die Schubauslastung nach der Sandwichtheorie im Mittel bei lediglich 72 % lag. Aufgrund ihrer vereinfachten Betrachtung des Kerns kann die Sandwichtheorie nur eine mittlere Schubbeanspruchung prognostizieren. Sie ist jedoch nicht in der Lage, lokale Effekte, wie den hier vorliegenden, abzubilden.

Die Betrachtung der Versagensmodi liefert für die Ersatzträgerlängen 2500 mm und 5900 mm eine gute Übereinstimmung. Die Versuche zeigten ein Versagen durch Knittern oder eine Mischform davon (siehe Tabelle 7.2). Wie in Abschnitt 8.2.3 ausgeführt, können die numerischen Versagensmodi Traglast und Fließen ebenfalls einem Knitterversagen zugeordnet werden. Lediglich für $L_{EST} = 1000$ mm stimmen Versuch und Berechnung nicht überein. Im Versuch wurde für $L_S = 60$ mm Kerndruckversagen und für $L_S = 200$ mm Schubversagen beobachtet. Die Berechnungen für den Versuchsaufbau 1000-60 zeigen bei Maximallast jeweils einen großen Bereich plastischer Dehnungen im Kern. Dieser Bereich erstreckt sich in Längsrichtung über die doppelte Lasteinleitungslänge und reicht bis auf eine Tiefe von maximal 25 mm. Das beobachtete Versagen auf Kerndruck spiegelt sich demnach in den Berechnungsergebnissen wider. Für den Versuchsaufbau 1000-200 wurde die Versagensform im vorangegangenen Absatz bereits ausführlich diskutiert und eine gute Übereinstimmung für den Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen festgestellt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass beide Imperfektionsansätze zu sehr guten Ergebnissen führen. Dies lässt darauf schließen, dass der zugrunde liegende Ansatz nach Baehre und Kech für die wirksame Deckschichtsteifigkeit geeignet ist, Sandwichelemente auf Biegung und Querdruck abzubilden. In Bezug auf die maximalen Schubspannungen zeigte sich, dass der Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen geeigneter ist, lokale Spannungskonzentrationen zu identifizieren. Dennoch werden für die nächsten Vergleichsrechnungen beide Ansätze weiter verfolgt. Einerseits trat in der Mehrzahl der Versuche kein Schubversagen auf. Andererseits besteht die Möglichkeit, dass sich bei einer größeren als der betrachteten Teilmenge einer der beiden Ansätze als besser herausstellt.

8.3.1.2 Zweiter Vergleich der Imperfektionsansätze

Nachdem der erste Vergleich der Imperfektionsansätze keine eindeutige Entscheidung zugunsten einer der beiden Varianten zuließ, soll nachfolgend die Versuchsmenge erhöht werden. Dazu werden zusätzlich die restlichen Ersatzträgerversuche der ersten Serie und alle Ersatzträgerversuche der Serie 2 mit 30 mm bzw. 40 mm Nenndicke betrachtet. Herausgenommen wurden lediglich die kurzen Ersatzträgerversuche ($L_{EST} = 1100$ mm) an Dachelementen der ersten Serie. In Abschnitt 8.1.6 wurde herausgearbeitet, dass die profilierte Deckschicht nicht vollständig mitträgt und eine Berechnung ohne Anpassung bei kurzen Spannweiten zu verfälschten Ergebnissen führt.

Die weiteren Berechnungen führten ein Problem des Ansatzes auf Grundlage der abgeminderten Kernsteifigkeit zutage. Bei großen Imperfektionen muss die Randsteifigkeit stark reduziert werden (z. B. auf $f_1 = 0,26$ für das Element 2-D-30-L). Dies führt bei gleichzeitig dünnem Kern dazu, dass die Restschicht sehr steif werden muss, damit der Gesamtkern die Steifigkeit aus dem Kleinteilversuch erreicht. Würden noch größere Imperfektionen auftreten, bestünde die Möglichkeit, dass die Restschicht negative Werte annehmen müsste. Diesem Verhalten wurde durch die aufgeführten Begrenzungen in Abschnitt 8.2.2.2

Tabelle 8.9: Berechnungsergebnisse für die Ersatzträgerversuche der Dachelemente der Serie 1 und der Wand- und Dachelemente der Serie 2.

(a) Geometrische Ersatzimperfectionen.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-D-80-L	5900- 60	3,20	100	50	49	145	Fließen
1-D-80-L	5900-200	4,12	100	52	70	127	Fließen
1-D-80-L	2500- 60	8,12	99	63	34	114	Fließen
1-D-80-L	2500-200	11,64	100	65	35	103	Fließen
2-W-40-L	3900- 60	2,70	79	54	45	101	Traglast
2-W-40-L	3900-200	3,01	97	70	62	116	Traglast
2-W-40-L	1800- 60	4,87	69	64	26	109	Traglast
2-W-40-L	1800-200	5,95	100	96	39	119	Fließen
2-D-30-L	3900- 60	2,77	69	46	49	130	Traglast
2-D-30-L	3900-200	3,59	99	70	87	121	Fließen
2-D-30-L	2350- 60	5,02	70	52	32	115	Traglast
2-D-30-L	2350-200	5,86	100	80	64	123	Fließen
2-D-30-L	1800- 60	6,43	78	65	38	113	Traglast
2-D-30-L	1800-200	7,49	100	81	45	122	Fließen

(b) Anpassung der Randsteifigkeit des Kerns.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-D-80-L	5900- 60	3,20	100	36	35	141	Fließen
1-D-80-L	5900-200	4,12	99	37	56	128	Fließen
1-D-80-L	2500- 60	8,12	100	46	23	113	Fließen
1-D-80-L	2500-200	11,64	100	50	28	105	Fließen
2-W-40-L	3900- 60	2,70	85	47	33	116	Traglast
2-W-40-L	3900-200	3,01	102	57	61	118	Fließen
2-W-40-L	1800- 60	4,87	85	64	17	123	Traglast
2-W-40-L	1800-200	5,95	101	79	26	125	Fließen
2-D-30-L	3900- 60	2,77	80	32	37	136	Traglast
2-D-30-L	3900-200	3,59	99	43	95	120	Fließen
2-D-30-L	2350- 60	5,02	80	40	26	120	Traglast
2-D-30-L	2350-200	5,86	100	53	42	127	Fließen
2-D-30-L	1800- 60	6,43	79	44	22	115	Traglast
2-D-30-L	1800-200	7,49	99	58	30	126	Fließen

zwar Rechnung getragen. Doch noch größere Imperfektionen würden zu größeren als den tolerierten Abweichungen und damit zu verfälschten Ergebnissen führen.

Tabelle 8.9 zeigt die Ergebnisse für beide Imperfektionsansätze. Auffällig ist, dass alle Rechenergebnisse die Versuchslast überschreiten, in Einzelfällen sehr deutlich. Dabei ist keine Tendenz bezüglich Spannweite und Lasteinleitungslänge erkennbar. Lediglich die Dachelemente zeigen etwas schlechtere Ergebnisse. Zwischen den Ansätzen bestehen bezüglich der Traglasten und der Versagensmodi nur geringfügige Unterschiede. Wie zuvor führt der

Ansatz der geometrischen Ersatzimperfectionen zu höheren Spannungen im Kern. Werden die zuvor ermittelten Ergebnisse für Serie 1 aus Tabelle 8.8 einbezogen, liegen Mittelwert und Standardabweichung der Traglast F_{FEM} für die geometrischen Ersatzimperfectionen bei 114 % und 12 % von F_{exp} bzw. für die Anpassung der Kernsteifigkeit bei 117 % und 12 % von F_{exp} . Dies stellt eine deutliche Verschlechterung der Berechnungsqualität im Vergleich zu den bisherigen Ergebnissen dar.

Als erste Ursache wird die vereinfachte Betrachtung des Kerns vermutet, dessen Steifigkeit sich nicht an Schichtversuchen orientiert. Die Versuchsergebnisse zur Inhomogenität des Kerns aus den Abschnitten 7.1.2 und 7.2.2 untermauern diese Vermutung. Für die Wandelemente aus Serie 1 besteht für den E-Modul auf Querdruck zwischen der randnahen Schicht und dem gesamten Kern praktisch kein Unterschied. Für diese Elemente traten sehr gute Ergebnisse bei der Traglastberechnung auf. Für die Dachelemente aus Serie 1 und die Wandelemente aus Serie 2 wurde ein Rand-E-Modul von 65 % bzw. 62 % des Werts der Gesamthöhe ermittelt. Zwar sind die absoluten Zahlen mit Vorsicht zu betrachten, da – wie in den Abschnitten 7.1.2 und 7.2.2 ausgeführt – aus den Einzelschichtmoduln nicht der Gesamtmodul bestimmt werden konnte. Dennoch bestätigen sie in ihrer Tendenz den Fehler in den Berechnungen. Dies gilt nicht für die Dachelemente aus Serie 2. Für sie ergaben die Schichtversuche nahezu identische E-Moduln. Eventuell hätte eine feinere Schichtunterteilung als die Halbierung der Elemente zu einem anderen Ergebnis geführt. Sie hätte Inhomogenitäten innerhalb der Schichten aufdecken können. Mögliche Abweichungen in den ersten Millimetern unter der Deckschicht, die den größten Einfluss auf die Traglast nehmen, wurden nicht berücksichtigt. Auch ist die Verteilung der Schubsteifigkeit und -festigkeit über die Kernhöhe unbekannt, womit ein großer Einflussfaktor nicht betrachtet wurde. Die Abweichungen in der Traglast lassen sich für diese Elemente (2-D-30-L) daher nicht sicher auf die Kerneigenschaften zurückführen. Die zweite Ursache für die Abweichungen könnte im Ansatz für die wirksame Deckschichtsteifigkeit nach Baehre und Kech liegen. Der Ansatz wurde aus der Literatur übernommen und greift auf eine Abminderung, die als von-Kármán-Formel bekannt ist, zurück. Besagte Formel wurde für nicht gebettete Stahlbleche entwickelt. Die Übertragbarkeit auf die ebenen Teilfelder von Sandwichelementen wurde vorausgesetzt. Zwar bestätigen die bisherigen Berechnungsergebnisse die Eignung. Jedoch konnte sich der im vorigen Abschnitt vorgenommene Vergleich nur auf die Traglast beziehen. Eine umfassende Untersuchung hätte anderer Messmethoden bedurft. Für die Versuche in den Abschnitten 7.1 und 7.2 konnten die Dehnungen nur punktuell mit Dehnmessstreifen an ausgewählten Versuchen ermittelt werden. Eine Überprüfung der wirksamen Deckschichtfläche setzt aufgrund des lokal biaxialen Lastabtrags eine flächige Dehnungsmessung voraus. Dafür sind optische Messsysteme, die mittels Bildkorrelation arbeiten, sehr geeignet. Zum Versuchszeitpunkt stand die dafür notwendige Messeinrichtung jedoch nicht zur Verfügung. So besteht die Möglichkeit, dass die wirksame Deckschichtsteifigkeit nach Baehre und Kech die wirklichen Verhältnisse nur mit Abstrichen richtig abbildet. Als dritte mögliche Ursache bleiben die restlichen Imperfectionen geometrischer und struktureller Herkunft zu nennen, deren Größen unbekannt ist und die zusammen mit allen Unsicherheiten nur pauschal über den Imperfectionsansatz abgedeckt werden.

Zwei weitere Auffälligkeiten in den berechneten Ergebnissen sollen kurz Erwähnung finden. Zum einen verhält sich die berechnete Traglast für beide Ansätze über die Versuche hinweg annähernd synchron. Beide Ansätze führen demnach zu Imperfectionen vergleichbarer Auswirkung. Zum anderen bestehen für einige Elemente, z. B. 1-D-80-L, hohe Schwankungen über die Spannweite und die Lasteinleitungslänge. Ob die Ursache hierfür in der Nicht-

beachtung der Inhomogenität, einem Mangel in der Ermittlung der Deckschichtsteifigkeit oder in einer unerwarteten Streuung der restlichen Imperfektionen liegt, bleibt ungeklärt.

Ungeachtet der Abweichungen in der Traglast stimmen die Versagensmodi zwischen Berechnung und Versuch sehr gut überein. Lediglich für die Versuche mit dem Aufbau 1800-60 zeigen sich Unterschiede. Im Versuch wurde jeweils eine Delamination der Deckschicht beobachtet. Angesichts der geringen Auslastungen auf Schub und Zug im Kern scheint eine Spannungsüberschreitung im Kern als Auslöser unrealistisch. Möglicherweise war die beobachtete Delamination nur die Folge eines zuvor eingetretenen Stabilitätsversagens.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass sich beide Imperfektionsansätze annähernd gleich verhalten. Der Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen liefert sowohl in Bezug auf die Traglast als auch auf die Spannungen im Kern etwas bessere Ergebnisse. In Anbetracht der Probleme des Ansatzes mit reduzierter Randsteifigkeit, die sich bei großen Imperfektionen zeigen können, wird nachfolgend bevorzugt auf den Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen zurückgegriffen. Für beide Ansätze wurde festgestellt, dass die Versuchsergebnisse nur mit Abstrichen richtig abgebildet werden. Als wahrscheinliche Ursache für die Abweichungen ist die Vernachlässigung der Inhomogenität des Kerns und als mögliche Ursache die Bestimmung der Deckschichtsteifigkeit nach Baehre und Kech zu nennen.

8.3.1.3 Eindrückung

Die Schwierigkeiten, die Eindrückung im Versuch messtechnisch richtig zu erfassen, wurde in Abschnitt 7.2.4 ausführlich beschrieben. Demzufolge standen für einen Vergleich nur wenige Versuchsergebnisse zur Verfügung. Exemplarisch wird die in Abbildung 7.14 bereits dargestellte Eindrückung für zwei ausgewählte Versuchsanordnungen mit den Berechnungsergebnissen verglichen. Für die daraus entstandene Abbildung 8.16 wurde die Farbkodierung leicht angepasst und für den Versuch 2-W_6.3⁹ die genauere Differenzmessung dargestellt. Der Vergleich für $L_S = 60$ mm zeigt eine gute Übereinstimmung. Die Berechnung am 2D-FE-Modell unterscheidet nicht zwischen hohem und tiefem Teilfeld und liegt erwartungsgemäß zwischen den Kurven. Es ist eine deutliche Tendenz der berechneten Eindrückung in Richtung der Kurven für das hohe Teilfeld erkennbar. Für $L_S = 200$ mm fällt zunächst die zu hoch berechnete Maximallast auf. Da sich dieser Fehler nicht auf die Höhe der Eindrückungen auswirkt, wird er für die folgenden Betrachtungen außen vor gelassen. Für den Rand der Lasteinleitung ($x = \pm 90$ mm von der Mitte) verhält sich das FE-Modell deutlich weicher als der Versuch, erreicht jedoch bei Maximallast eine ähnlich große Eindrückung. In Anbetracht der Ergebnisse für $L_S = 60$ mm liegt die Ursache für den Steifigkeitsunterschied wahrscheinlich daran, dass nur am tiefen Teilfeld gemessen wurde. Demnach ist anzunehmen, dass der Unterschied durch die Messstelle und nicht durch das Berechnungsverfahren bedingt ist. In der Mitte der Lasteinleitung ($x = \pm 90$ mm) besteht zwischen Berechnung und Versuch praktisch kein Unterschied. Hier spielt die Messstelle am tiefen Teilfeld keine Rolle, da die Eindrückung ohnehin bei nahezu null liegt. In der Gesamtbetrachtung kann geschlossen werden, dass das FE-Modell die Eindrückung realitätsnah abbildet.

⁹Entspricht Element 2-W-40-L, Versuchsaufbau 1800-60.

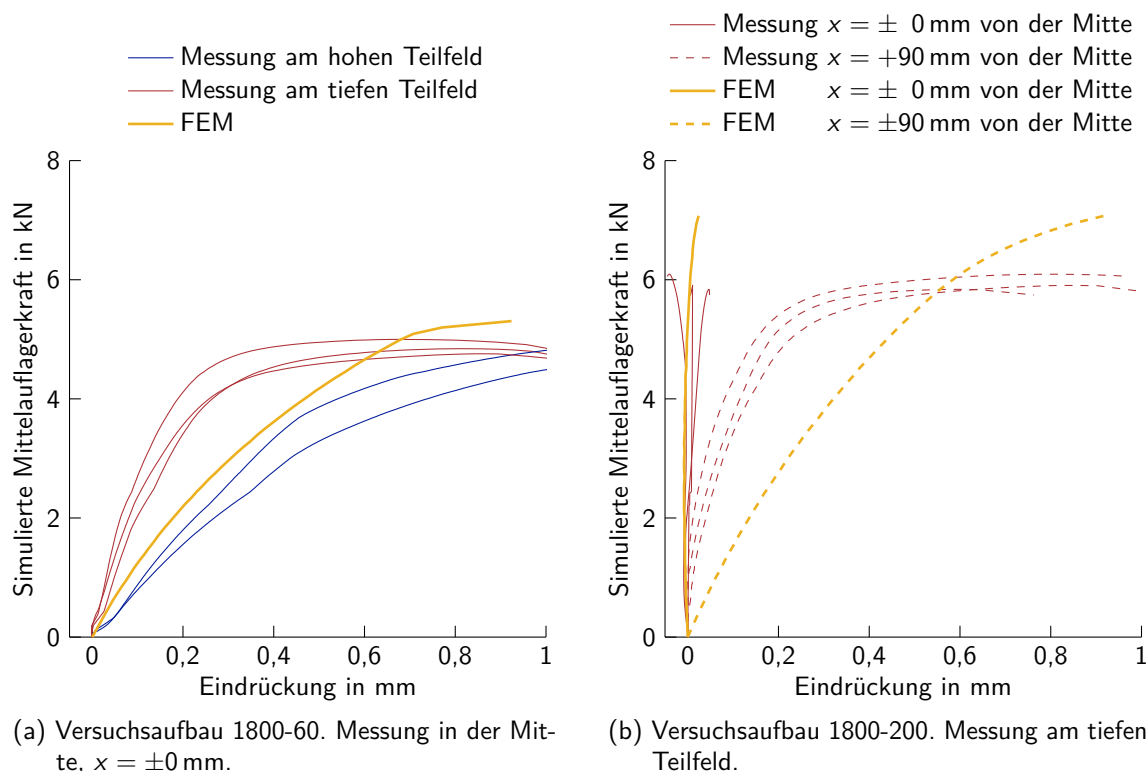


Abbildung 8.16: Vergleich zwischen mittels FEM berechneter und gemessener Eindrückung. Element 2-W-40-L. (Versuchsbezeichnung aus Abschnitt 7.2: 2-W_6 und 2-W_7).

8.3.2 Vergleich zwischen den Berechnungen am Ersatz- und Zweifeldträger

Bevor auf die Details der Berechnung und deren Ergebnisse eingegangen wird, bedarf es einiger Einschränkungen. Entsprechend der Ergebnisse aus Abschnitt 8.1.6 müssen die Dachelemente aus Serie 1 ausgeschlossen werden. Ein weiterer Ausschluss betrifft die Zweifeldträgerversuche aus Serie 2. Für $L_S = 200$ mm existiert kein passender Ersatzträgerversuch, sodass ein Vergleich mit der größeren Lasteinleitungsbreite von vornherein ausscheidet. Für die zweite Versuchsserie muss eine zusätzliche Einschränkung getroffen werden. Durch die besondere Belastungssituation aus Eigengewicht, Stützenüberhöhung und äußerer Last ergibt sich – entgegen den Ersatzträger- und Zweifeldträgerversuchen aus Serie 1 – ein mit der äußeren Last variables M_S/R -Verhältnis. Dies verhindert einen sinnvollen Vergleich auf Traglastniveau, sofern sich die Versuchsergebnisse von Ersatz- und Zweifeldträger oder die FE-Berechnungen von der Versuchsergebnissen unterscheiden. D.h., dass die Traglasten nur für die Wandelemente mit $L_S = 60$ mm bestimmt und verglichen werden. Denn nur hier stimmen Ersatz- und Zweifeldträgerversuch sowie FE-Berechnung und Maximallast im Ersatzträgerversuch annähernd überein. Für die anderen Versuche an Dachelementen muss der Vergleich auf dem Lastniveau des zugrundeliegenden Ersatzträgerversuchs durchgeführt werden. Diese Last bildete die Basis, anhand derer die Stützenüberhöhung (mit der Gleichheit der M_S/R -Verhältnisse als Voraussetzung) berechnet wurde.

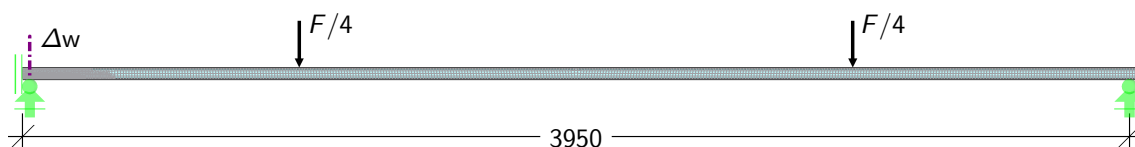


Abbildung 8.17: Zweifeldträgermodell mit Lagerung und Belastung (Eigengewicht nicht dargestellt) am Beispiel von Element 2-W-40-L, Versuchsaufbau $2 \times 2950-60$. Symmetrieachse am linken Modellrand. Maß in mm.

Modellierung und Auswertung der Zweifeldträger Die Modellierung für die Zweifeldträgerversuche baut auf dem in Abschnitt 8.2.1 vorgestellten Berechnungsmodell für den Ersatzträger auf. Für die erste Versuchsserie wird es um die äußeren Lasten und die Lagerung an den Enden, die in Anlehnung an das Einfeldträgermodell aus Abschnitt 8.1.1 als Einzellasten bzw. Einzellager abgebildet werden, ergänzt. Das Eigengewicht wurde als vertikale Linienlast (jeweils zu halber Höhe auf die beiden Deckschichten) aufgebracht. Die Versuchslast (äußere Last) wird in 1 %-Schritten gesteigert. Bezugswert ist der Mittelwert der maximal im Versuch aufgebrachten Last F . Zu beachten ist, dass ein direkter Vergleich mit der Traglast aus dem Ersatzträgerversuch wegen des anderen Bezugswerts nicht möglich ist. Beim Ersatzträger ist F mit der Mittelauflegerkraft gleichzusetzen, beim Zweifeldträger entspricht F der äußeren Last. Für die Auswertung ist die Definition der Traglast anzupassen. Dies liegt in den Umlagerungsmöglichkeiten infolge der statischen Unbestimmtheit begründet. Sofern keiner der bisher betrachteten Versagensformen zuvor eintritt, wird analog zur Versuchsauswertung (siehe Abschnitt 7.1.4) das maximal erreichbare Sandwichmoment als Traglast definiert. Weitere Anpassungen sind nicht notwendig.

Für die zweite Versuchsserie muss zusätzlich die Mittelauflegerüberhöhung abgebildet werden. Da RFEM diese Möglichkeit nur für lineare Lager bietet, wurde für $L_S = 60$ mm vereinfachend das nichtlineare Lager entfernt. Den Ergebnissen der Ersatzträgerversuche folgend, ist es ohnehin nicht notwendig.¹⁰ Die Mittelauflegerüberhöhung wurde mit dem Eigengewicht in einem gemeinsamen Lastfall zusammengefasst. Sie wurde so eingestellt, dass die Mittelauflegerkraft des gemeinsamen Lastfalls dem mittleren Versuchswert aus Stützenüberhöhung und Eigengewicht entspricht. Die äußere Last wird wie zuvor in 1 %-Schritten des Mittelwerts der maximalen Versuchslast F aufgebracht. Abbildung 8.17 zeigt die Modellierung.

Serie 1 Die Berechnungsergebnisse der Zweifeldträgerversuche und der dazugehörigen Ersatzträgerversuche sind in Tabelle 8.10 aufgeführt. Dort sind nur die Zweifeldträgerversuche enthalten, für die die Traglast F_{FEM} ermittelt wurde. Zunächst sollen die Versuche am Element 1-W-80-L mit $L_S = 60$ mm betrachtet werden. Ein erster Anhaltspunkt für den Vergleich liefern die tabellarisierten Auslastungsgrade. Die Ursache für die moderaten Abweichungen lässt sich am besten durch den Auftrag des maximalen Sandwichmoments über der Mittelauflegerkraft verdeutlichen. Für die Darstellung in Abbildung 8.18 wurden

¹⁰ Alternativ hätten die äußeren Lager abgesenkt werden können. Dann wäre sogar eine Beibehaltung der nichtlinearen Lagerung möglich gewesen.

Tabelle 8.10: Berechnungsergebnisse für ausgewählte Zweifeldträgerversuche und die dazugehörigen Ersatzträgerversuche.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-W-80-L	1000- 60	13,57	97	83	35	95	Traglast
1-W-80-L	2×2950- 60	21,78	83	74	20	100	Traglast
1-W-80-L	1000-200	20,19	101	95	19	96	Fließen
1-W-80-L	2×2950-200	30,64	100	95	20	102	Fließen
2-W-40-L	3900- 60	2,70	79	54	45	101	Traglast
2-W-40-L	2×3950- 60	2,02	90	62	47	95	Traglast

zusätzlich die Versuchswerte herangezogen, die mit Hilfe der Sandwichtheorie¹¹ berechnet wurden. Bedingt durch den Berechnungsansatz müssen alle Ersatzträgerversuche einen linearen Verlauf ergeben. Ihre Maximalwerte wurden daher durch einen Punkt gekennzeichnet. Für die Zweifeldträgerversuche wurden nur zwei der drei Versuche dargestellt, da für den dritten Versuch eine geringfügig veränderte Lastanordnung gewählt wurde (siehe Abschnitt 7.1.1).

Abbildung 8.18 verdeutlicht zunächst die sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuch und FE-Berechnung. Sowohl für den Ersatz- als auch für den Zweifeldträger stimmen die Verläufe und die Maximalwerte überein. Der Vergleich zwischen der FE-Berechnung am Ersatz- und Zweifeldträger zeigt bis zu einer Auslastung von 75 % praktisch keine Unterschiede. Danach beginnt sich das Tragverhalten des Zweifeldträgers zu ändern, was sich im nichtlinearen Kurvenverlauf äußert. Beim Zweifeldträger fällt die Steifigkeit am Auflager ab. Dadurch sinkt die Deckschichtnormalkraft und damit das Sandwichmoment an der Stütze und lagert sich ins Feld um. Diese Umlagerungsmöglichkeit besteht beim Ersatzträger nicht, weswegen sich dort die Deckschichtnormalkraft am simulierten Mittelaufleger kontinuierlich erhöht. Dies führt automatisch zu einem Anstieg des Deckschichtmoments, was in Kombination mit der höheren Deckschichtnormalkraft das Versagen einleitet. Als Folge der fehlenden Umlagerungsmöglichkeit erhöht sich die Traglast im Ersatzträger um 15 %.

Die daraus entstehenden Konsequenzen für eine Bemessung sind dennoch begrenzt. Erstens ist der Unterschied in seiner Größenordnung noch vertretbar. Zweitens wurde dieses Verhalten nicht bei allen Zweifeldträgerversuchen beobachtet. Es trat nur noch bei den Dachelementen der ersten Serie auf. Daraus lässt sich schließen, dass es für dieses Verhalten hoher lokaler Lasteinleitungen bzw. sehr kurzer Spannweiten bedarf. In vielen baupraktischen Fällen wird es somit nicht auftreten. Und drittens entsteht zwischen Bestimmung des Widerstands und der Bemessung nach aktueller Norm (DIN EN 14509) gewissermaßen ein Ausgleich. Zwar wird der Widerstand im Ersatzträgerversuch überschätzt. Jedoch gilt das Gleiche für die zugehörige Einwirkung, da sie nach der Sandwichtheorie berechnet wird, die im Gebrauchslastbereich keine Umlagerungsmöglichkeiten vorsieht.

¹¹Für den Zweifeldträger: Das Sandwichmoment aus äußeren Lasten wurde an einem Einfeldträger mit $L = 2L_{2FT}$ bestimmt, indem die äußeren Lasten mit der gemessenen Mittelauflegerkraft unter Ansatz eines Doppelauflegers bzw. einer Doppellast superponiert wurden. Der Eigengewichtsanteil wurde anschließend am Zweifeldträger (ebenfalls mit Doppelauflegeransatz) berechnet und addiert. Für den Ersatzträger: Die äußere Last wurde als Doppellast angesetzt und damit das Sandwichmoment bestimmt. Der Eigengewichtsanteil wurde anschließend addiert.

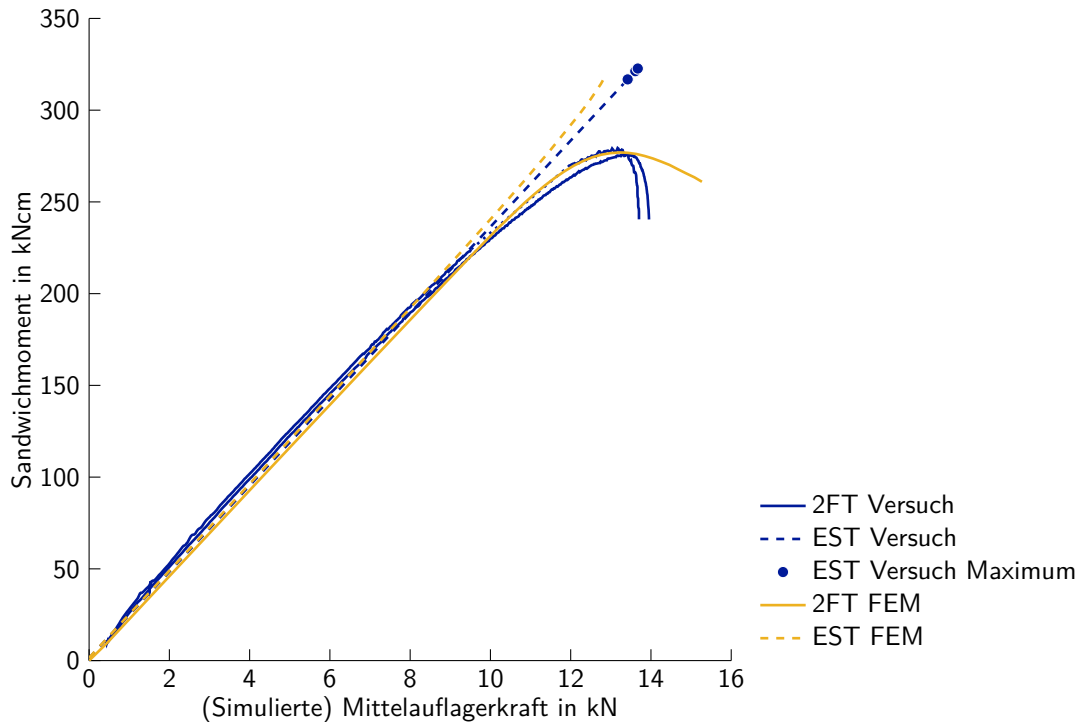


Abbildung 8.18: Vergleich des Sandwichmoments am Mittelauger zwischen Ersatz- und Zweifeldträger sowie FE-Berechnung und Versuch. Element 1-W-80-L, Versuchsaufbauten 1000-60 und $2 \times 2950-60$. Im Bereich der unterbrochenen Linie des einen Zweifeldträgerversuchs ist die Messtechnik ausgefallen.

Für $L_S = 200$ mm tritt die Umlagerung ins Feld nicht auf. Die Mittelaugerkraft zum Versagenszeitpunkt beträgt in der Berechnung am Zweifeldträger 19,29 kN. Damit entspricht sie fast exakt der Mittelaugerkraft aus dem Ersatzträgermodell ($F = R = 19,38$ kN). Des Weiteren wurden die Normalkraft und das Moment der gedrückten Deckschicht sowie die Vertikal- und Schubspannungen im Kern verglichen. Wie aus Tabelle 8.10 ersichtlich, sind die Ergebnisse praktisch gleich. Der Ersatzträger bildet den Zweifeldträger in diesem Fall hervorragend ab. Der einzige Unterschied zwischen Berechnung und Versuch besteht beim Zweifeldträger im Versagensmodus. In der Berechnung trat Fließen der Deckschicht, im Versuch Schubversagen im Kern auf. Wie bereits in den Abschnitten 7.1.4 und 8.3.1.1 diskutiert, liegen beide Versagensmodi nah beieinander, was sich in der Berechnung an der hohen Auslastung der Schubspannungen (95 %) widerspiegelt.

Serie 2 Für die Wandelemente mit $L_S = 60$ mm ist ebenfalls ein Vergleich auf Traglastniveau möglich. Dies wird durch die aus den FE-Berechnungen bestimmten M_S/R -Verhältnisse bestätigt, die annähernd die gleichen Werte annehmen (Ersatzträger: 1055 mm, Zweifeldträger: 1012 mm). Die in Tabelle 8.10 angegebenen Ausnutzungsgrade deuten bereits auf eine gute Übereinstimmung zwischen Ersatz- und Zweifeldträger hin. Wird anhand der maximalen Deckschichtnormalkraft die gestörte Knitterspannung berechnet, ergibt sich für beide Systeme mit $\sigma_{w,red} = 159$ N/mm² derselbe Wert. Sowohl die M_S/R -Verhältnisse als auch die gestörten Knitterspannungen liegen sehr nah an den Versuchsergebnissen (siehe Tabelle 7.14). Da sich zudem die Versagensmodi zwischen Versuch und Berechnung nicht unterscheiden, kann für diesen Fall geschlossen werden, dass der Ersatzträger den Zweifeldträger sehr gut abbildet.

Die Zweifeldträgerversuche an Dachelementen ($L_S = 60 \text{ mm}$) wurden auf dem Lastniveau der Maximallast des jeweiligen Ersatzträgerversuchs ausgewertet, um das gleiche M_S/R -Verhältnis sicherzustellen. Als Vergleichsgrößen wurden die Deckschichtkräfte und die Kernspannungen herangezogen. Für sie zeigten sich keine Unterschiede. Somit kann auch für diese Versuche festgehalten werden, dass der Ersatzträger in der Lage ist, die Belastung am Zweifeldträger abzubilden.

8.3.3 Nachrechnung der Zulassungsversuche

Mit dem in Abschnitt 8.2 vorgestellten Berechnungsverfahren werden die Versuchsergebnisse der Zulassungsversuche aus Abschnitt 7.3 nachgerechnet. Dabei beschränkt sich der Imperfektionsansatz für die meisten Versuche auf die geometrischen Ersatzimperfektionen. Für einige wenige Versuche musste auf den Ansatz der angepassten Randsteifigkeit zurückgegriffen werden. In diesen Fällen unterschreitet die ideelle Knitterspannung die ungestörte Knitterspannung, was negative geometrische Ersatzimperfektionen zur Folge gehabt hätte. Die möglichen Ursachen für die Unterschreitung der ideellen Knitterspannung wurden bereits in Abschnitt 7.4 angesprochen. Für die gesickten Deckschichten wurde eine zusätzliche Anpassung vorgenommen. Zur Erhöhung des sehr geringen elastischen Widerstandsmoments, wurde vereinfacht das Widerstandsmoment so berechnet, als ob die wirksame Deckschicht eben wäre. Somit wird indirekt ein Plastizieren der Sicken erlaubt.

Tabelle 8.11 listet alle Ergebnisse der Zulassungsversuche auf. Eine Zusammenstellung einschließlich der Ergebnisse für die ersten beiden Serien ist in den Anhang B, Tabelle B.3, S. 244 f., ausgelagert. Werden als erstes die Versagensmodi betrachtet, stimmen die Berechnungsergebnisse bis auf wenige Ausnahmen mit den Versuchsergebnissen, die ausnahmslos Knittern aufwiesen, überein. Bei der Betrachtung der berechneten Traglasten fällt auf, dass die Ergebnisse zum Teil deutlich vom Versuchswert abweichen. Werden Mittelwert und Standardabweichung aller Versuche mit geometrischer Ersatzimperfektionen¹² berechnet, werden die Unterschiede offensichtlich. Bezogen auf F_{exp} beträgt die berechnete Traglast im Mittel 112 % bei einer Standardabweichung von 17 %. Somit stellt das Berechnungsverfahren in dieser Form keine Alternative zum Ersatzträgerversuch dar.

Um der Ursache für die Abweichungen auf den Grund zu gehen, werden nachfolgend die in Wirklichkeit vorhandenen Imperfektionen näher betrachtet. Wird von der bereits angesprochenen Unsicherheit bezüglich der wirksamen Deckschichtfläche einmal abgesehen, liegt es nahe, dass die starke Streuung und die auftretenden Abweichungen durch die Imperfektionen der Sandwichelemente verursacht werden. Die Herkunft möglicher Imperfektionen stellt sich wie folgt dar:

- Die Deckschichten bzw. die ebenen Teilfelder weisen Vorbeulen auf.
- Je nach Hersteller, Deckschichtdicke, Linierungstiefe und Teilfeldbreite sind die theoretisch ebenen Teilfelder zwischen den Stegen der Linierung zuweilen gekrümmt.
- Durch die Linierung werden die Deckschichten kaltverfestigt und ihre Kanten sind in Wahrheit ausgerundet.

¹²Herausgenommen wurden die Zweifeldträger der zweiten Versuchsserie, da die berechnete Traglast sich ausschließlich auf die äußere Last bezieht und nicht die gesamte Auslastung aus der kombinierten Beanspruchung (einschließlich der Mittelauflegerüberhöhung) widerspiegelt.

Tabelle 8.11: Berechnungsergebnisse für die Sandwichelemente der Zulassungsversuche. *Hervorgehobene* Versuche sind mit dem Imperfektionsansatz nach Gleichung (8.11), Anpassung der Randsteifigkeit des Kerns, berechnet. Für alle anderen wurde der Ansatz nach Gleichung (8.4), geometrische Ersatzimperfektionen, verwendet.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
2-W-140-L	5900-60	7,01	76	60	47	98	Traglast
3-W- 40-L	3900-80	2,87	95	62	68	131	Traglast
*3-W-200-L	5900-80	8,93	65	90	54	102	Traglast
3-D- 30-L	3900-80	2,89	73	60	55	109	Traglast
4-W- 40-L	3900-80	2,63	100	55	69	125	Fließen
4-W-100-L	5900-80	4,44	99	51	47	114	Fließen
*5-W- 30-L	2900-80	2,78	87	72	40	94	Traglast
**5-W-200-L	5900-80	8,24	84	65	35	94	Traglast
6-W- 30-L	3900-80	1,74	93	65	99	164	Kern Zug
**6-W-240-L	6900-80	7,00	100	80	86	127	Traglast
7-W- 40-L	3900-80	1,77	73	59	103	114	Kern Zug
**7-W-200-L	5900-80	5,00	88	100	68	138	Schub
8-W-150-L	5900-80	5,98	99	83	60	118	Fließen
*9-W- 60-S	3900-60	3,72	99	67	26	92	Fließen
**9-W-140-S	5900-60	4,07	99	61	54	98	Fließen
**9-W- 60-L	3900-60	4,13	78	50	20	95	Traglast
**9-W-140-L	5900-60	5,01	64	66	33	90	Traglast
10-W- 40-E	3900-60	1,65	79	59	102	135	Kern Zug
**10-W-200-E	5900-60	5,54	85	95	57	76	Traglast
10-W- 40-L	3900-60	2,37	86	43	43	117	Traglast
**10-W-200-L	5900-60	7,12	78	63	35	81	Traglast
10-D- 40-L	4900-60	2,97	91	37	50	118	Traglast
10-D-150-L	5900-60	4,61	98	64	88	134	Kern Druck
11-W- 40-L	3900-60	3,37	79	53	50	110	Traglast
**11-D-140-L	5900-60	2,66	57	59	85	104	Traglast
*12-W- 80-L	4900-60	6,82	101	59	39	98	Fließen
**12-W-200-L	5900-60	11,20	99	69	31	86	Fließen
13-W- 40-L	3900-60	2,49	74	63	101	143	Kern Zug
*13-W-200-L	5900-60	6,11	63	100	75	118	Schub
**14-W- 80-L	4900-60	6,45	101	46	19	77	Fließen
*14-W-200-L	5900-60	10,96	99	88	48	96	Fließen

- Die Linierungstiefe kann sowohl in Längs- als auch in Querrichtung Schwankungen von mehreren Zehntelmillimetern unterliegen.
- Lokale Steifigkeit und Festigkeit direkt unter der Kernschicht können vom mittleren Wert über die Kerndicke abweichen.
- Der Einfluss der z. T. hohen Standardabweichung der Kerneigenschaften bleibt unberücksichtigt.

Für all die genannten Imperfektionen gilt, dass sie in den beiden vorgestellten Imperfektionsansätzen gebündelt werden, sofern sie nicht gesondert erfasst werden. Da es im

Nachhinein nicht möglich ist, zusätzliche Informationen über die Versuche zu erlangen, wird zur weiteren Untersuchung auf Versuche an ebenen Deckschichten zurückgegriffen. Für sie entfällt ein Teil der aufgezählten Imperfektionen. Auch haben sie den Vorteil, dass die Unsicherheit bezüglich des wirksamen Anteils der Deckschicht entfällt. Zusätzlich spielt ein weiterer, bisher nicht genannter Punkt, eine Rolle. An der Lasteinleitung entsteht kein Einfluss aus der dritten Dimension; das Hohlprofil zur Lasteinleitung liegt flächig auf. Bei linierten Deckschichten hingegen erfolgt die Lasteinleitung lokal nur über die außen liegenden Teilfelder, was möglicherweise zu einer Störung führt und eine zweidimensionale Berechnung lokal verfälscht. Daraus folgt, dass bei ebenen Deckschichten Abweichungen zwischen Berechnungsmodell und Versuch, im Wesentlichen auf die Vorbeulen der ebenen Deckschicht und die inhomogenen Eigenschaften des Kerns zurückgeführt werden können.

Die beiden Versuche an ebenen Deckschichten mussten mit dem Imperfektionsansatz der reduzierten Randsteifigkeit berechnet werden, da sie zu den wenigen Versuchen gehörten, deren ungestörte Knitterspannung über der ideellen Knitterspannung lag. Aufgrund der Vergleiche aus den Abschnitten 8.3.1.1 und 8.3.1.2 sollten sich die Erkenntnisse auch auf die Berechnungen mit Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen übertragen lassen. Die Berechnungsergebnisse für die Versuche an ebenen Deckschichten unterscheiden sich erheblich. In einem Fall wird die Traglast deutlich unter-, im anderen bedeutend überschätzt. Für das Element 10-W-200-E könnte eine Rolle spielen, dass bei der Qualitätskontrolle der Versuchsergebnisse in Abschnitt 7.3.2 festgestellt wurde, dass die Schubsteifigkeit sehr wahrscheinlich unterschätzt wurde. Dafür spricht, dass die berechnete Traglast lediglich 76 % von F_{exp} beträgt. Die Betrachtung der Kerneigenschaften beider Elemente zeigt (siehe Anhang B, Tabelle B.1, S. 238 ff.), dass sie nur geringen bis moderaten Streuungen unterliegen. In Querrichtung ist demnach von einem homogenen Material auszugehen, was die zweidimensionale Betrachtung rechtfertigt. Wird vorausgesetzt, dass der Imperfektionsansatz in der Lage ist, Vorbeulen richtig abzubilden, kann folgende Annahme getroffen werden: Für das Element 10-W-40-E und eventuell auch für das 10-W-200-E ist die vertikale Steifigkeitsverteilung im Kern stark inhomogen. Der Imperfektionsansatz der Berechnung reicht offenbar nicht aus, um die Abweichung zwischen wahrer und gemittelter Verteilung auszugleichen. Im Übertrag auf alle anderen Versuchsergebnisse bedeutet das, dass die Ursache für die Abweichungen eher im fehlenden Wissen um die Steifigkeitsverteilung im Kern als im Berechnungsverfahren liegt.

8.3.4 Optimierung der Berechnungsgenauigkeit

Wie im vorangegangenen Abschnitt aufgezeigt, ist die Berechnungsgenauigkeit nicht zufriedenstellend. Eine erste Verbesserung ist mit der Einführung einer Obergrenze möglich. Sie ist für jedes Element mit der ungestörten Knitterspannung gegeben. Von ihr wird dennoch kein Gebrauch gemacht, da mit den nachfolgend vorgestellten Optimierungen diese Obergrenze bis auf eine Ausnahme nicht erreicht wird. In diesem einen Fall beträgt die Überschreitung lediglich 1 %, sodass vereinfachend gänzlich auf die Einführung einer Obergrenze verzichtet wurde.¹³

Eine Verbesserungsmöglichkeit mit großer Auswirkung liegt in der Ermittlung der Steifigkeit

¹³Diese Vereinfachung gilt nur für die vorliegenden Versuche. Im Allgemeinen sollte die Abgrenzung nach oben durch die ungestörte Knitterspannung immer vorgenommen werden.

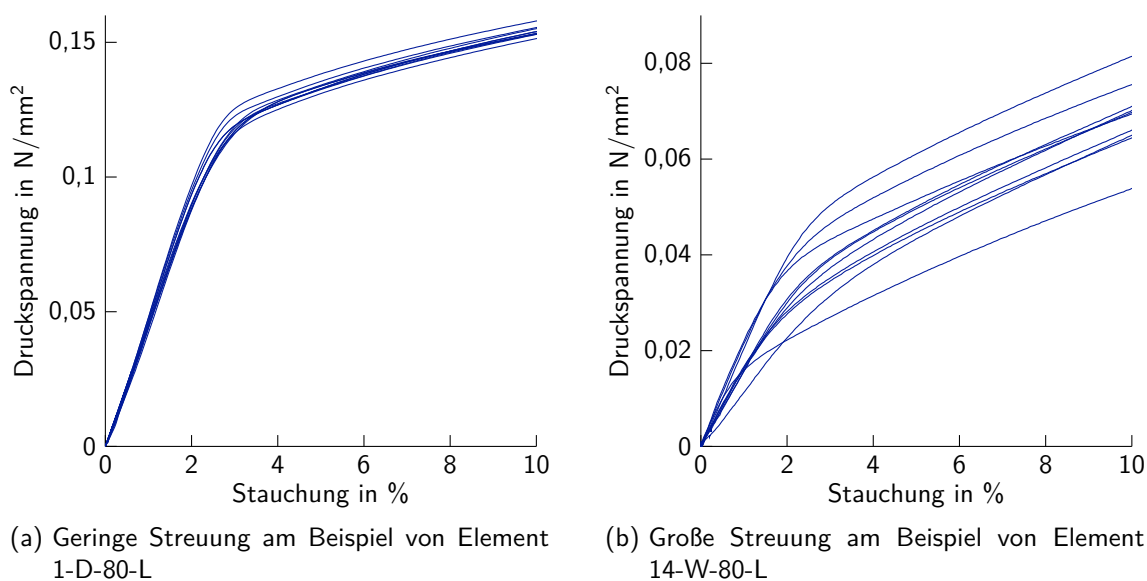


Abbildung 8.19: Vergleich der Kerneigenschaften am Beispiel der Versuche für Querdruck.

und Festigkeit über die Kernhöhe. Da diese Werte für keinen der Zulassungsversuche vorliegen, werden zusätzliche Anforderungen an die Versuche gestellt bzw. bestimmte Versuche gezielt ausgeschlossen. Das erste Ausschlusskriterium betrifft alle Versuche, für die in Abschnitt 7.3.2 eine hohe Abweichung bei den Last-Verformungskurven festgestellt wurde und die demnach mit zwei Sternen gekennzeichnet sind. Eine Unterschätzung des Schubmoduls wurde als wahrscheinliche, aber nicht gesicherte Ursache herausgearbeitet. Daraus folgend müssten die Berechnungen die Traglast unterschätzen, was sie mehrheitlich tun. Das zweite Ausschlusskriterium stellt eine grundlegende Voraussetzung der zweidimensionalen Betrachtung sicher. Die Homogenität in Querrichtung muss gewährleistet sein, was eine geringe Streuung der Kerneigenschaften voraussetzt. Diese Voraussetzung ist nicht immer erfüllt. Abbildung 8.19 verdeutlicht, welche Unterschiede zwischen geringer und großer Streuung bestehen können. Für dieses Beispiel wurden zwei stellvertretende Elemente ausgesucht. Die Abbildung zeigt die Spannungs-Dehnungskurven für Querdruck mit jeweils zehnfacher Wiederholung. Während im Idealfall nahezu alle Versuche auf einer Linie liegen, ist im anderen Extrem eine so große Bandbreite vorhanden, dass die Versuche mit einer einzigen bilinearen Kurve nur unzureichend angenähert werden können. Daraus folgt, dass einige Elemente ausgeschlossen werden müssen. Für die Wahl der Ausschlusskriterien wurde bedacht, dass die Tragfähigkeit des Kerns nicht nur von einer Belastungsart bzw. -richtung abhängt. Da zudem nicht unnötig viele Elemente ausgeschlossen werden sollen, wird festgelegt, dass für einen Ausschluss mindestens zwei Kriterien erfüllt sein müssen. Ausgeschlossen werden alle Elemente, für die mindestens zwei Kerneigenschaften (Steifigkeit oder Festigkeit) aus zwei verschiedenen Kleinteilversuchen überdurchschnittlich stark streuen. Das bedeutet Folgendes: Wenn in einem der drei Kleinteilversuche (Querdruck, Querkzug, Schub) die Steifigkeit oder die Festigkeit starken Schwankungen unterliegt, müssen zusätzlich deutliche Streuungen in Steifigkeit oder Festigkeit in einem der beiden anderen Kleinteilversuche vorliegen. Nur dann wird der Versuch nicht betrachtet. Die Grenzwerte werden wie folgt festgelegt: Als Obergrenze wird für die Festigkeit ein Variationskoeffizient von 20 %, für die Steifigkeit von 15 % akzeptiert. Eine Festlegung anderer Abgrenzungskriterien und anderer Obergrenzen wäre denkbar und würden zu entsprechend mehr oder weniger ausgeschlossenen Elementen führen. Die getroffenen Festlegungen können als großzügig betrachtet

Tabelle 8.12: Berechnungsergebnisse einschließlich Optimierung für alle nicht ausgeschlossenen Sandwichelemente.

Serie	Versuchsaufbau	F_{FEM}	$\frac{F_{FEM}}{1,15}$	Serie	Versuchsaufbau	F_{FEM}	$\frac{F_{FEM}}{1,15}$
		in % von F_{exp}	in % von F_{exp}			in % von F_{exp}	in % von F_{exp}
1-W- 80-L	5900- 60	111	97	2-D- 30-L	3900-200	121	105
1-W- 80-L	5900-200	107	93	2-D- 30-L	2350- 60	115	100
1-W- 80-L	2500- 60	102	89	2-D- 30-L	2350-200	123	107
1-W- 80-L	2500-200	113	98	2-D- 30-L	1800- 60	113	98
1-W- 80-L	1000- 60	95	83	2-D- 30-L	1800-200	122	106
1-W- 80-L	1000-200	96	83	3-W- 40-L	3900- 80	131	114
1-W- 80-L	2×2950- 60	100	87	*3-W-200-L	5900- 80	102	89
1-W- 80-L	2×2950-200	102	89	4-W- 40-L	3900- 80	125	109
1-D- 80-L	5900- 60	145	126	4-W-100-L	5900- 80	114	99
1-D- 80-L	5900-200	127	110	*5-W- 30-L	2900- 80	94	82
1-D- 80-L	2500- 60	114	99	8-W-150-L	5900- 80	118	103
1-D- 80-L	2500-200	103	90	10-W- 40-L	3900- 60	117	102
2-W- 40-L	3900- 60	101	88	10-D- 40-L	4900- 60	118	103
2-W- 40-L	3900-200	116	101	10-D-150-L	5900- 60	134	117
2-W- 40-L	1800- 60	109	95	11-W- 40-L	3900- 60	110	96
2-W- 40-L	1800-200	119	103	13-W- 40-L	3900- 60	143	124
2-W-140-L	5900- 60	98	85	*13-W-200-L	5900- 60	118	103
2-D- 30-L	3900- 60	130	113	*14-W-200-L	5900- 60	96	83
						Mittelwert für $F_{FEM} / 1,15$	99
						Standardabweichung für $F_{FEM} / 1,15$	11

werden und schließen nur Elemente mit wirklich starken Streuungen aus. Tatsächlich sind davon nur fünf Elemente betroffen (3-D-30, 6-W-30, 7-W-40, 12-W-80 und 14-W-80). Davon fällt das Element 14-W-80 zusätzlich unter das erste Ausschlusskriterium (Kennzeichnung mit zwei Sternen). Die restlichen vier Elemente streuen so stark, dass sie die Obergrenzen für Festigkeit oder Steifigkeit mindestens drei Mal überschreiten.

Die Berechnungsergebnisse der übrig gebliebenen Versuche sind in Tabelle 8.12 aufgeführt. Die Bandbreite an Variationen reduziert sich dadurch zwangsläufig. Dennoch sind alle entscheidenden Parameter in ausreichender Breite abgebildet. Einzige Ausnahme stellt die Deckschichtausbildung dar. Die ebenen und gesickten Deckschichten wurden nicht betrachtet, da für sie der Imperfektionsansatz der reduzierten Kernsteifigkeit gewählt werden musste und für die optimierten Ergebnisse ein einheitlicher Ansatz angestrebt wurde. Die Traglast F_{FEM} der nicht ausgeschlossenen Versuche erhöht sich im Mittel minimal auf 114% von F_{exp} . Die Ursache für die Überschätzung der Traglast wird in der Steifigkeitsverteilung über die Kernhöhe vermutet. Unter Druckbeanspruchung stand fast ausnahmslos die Produktionsoberseite. Passend zu den Ergebnissen von Hassinen und Misiek (2012) scheint die Steifigkeit im Mittel zu dieser Seite hin abzufallen. Zum Ausgleich dieser Überschätzung wird ein Korrekturfaktor von 1,15 eingeführt, durch den alle Versuchsergebnisse geteilt werden. Dies setzt den Mittelwert auf annähernd 100%. Die Standardabweichung reduziert sich auf 11%. Das Ergebnis liegt damit für Sandwichelemente im vertretbaren Rahmen. Die gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung zeigt sich auch in Abbildung 8.20. Dort ist der Vergleich zwischen korrigierter, berechneter

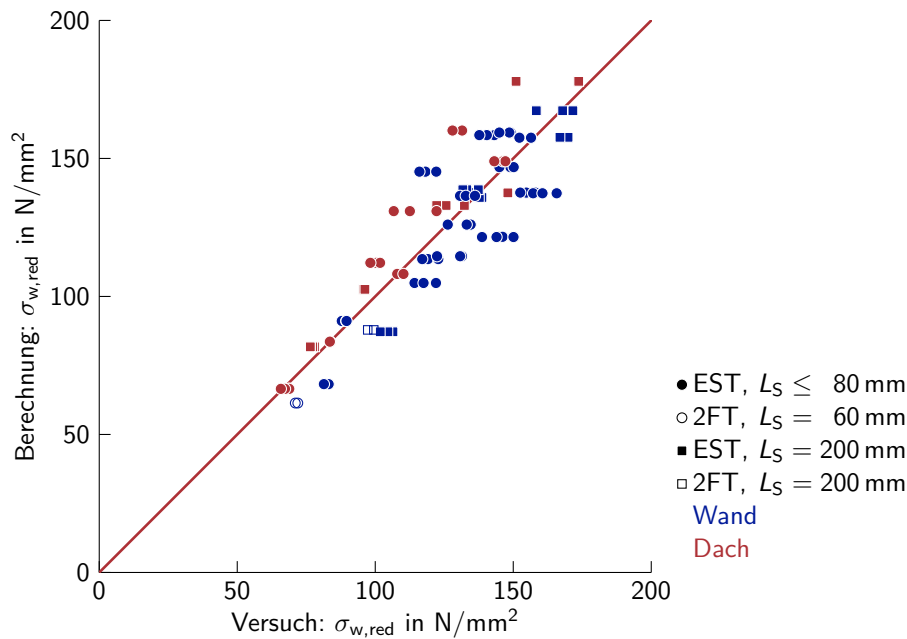


Abbildung 8.20: Vergleich zwischen im Versuch bestimmter und berechneter, gestörter Knitterspannung nach Optimierung für alle nicht ausgeschlossenen Sandwichelemente.

und im Versuch bestimmter, gestörter Knitterspannung graphisch dargestellt.¹⁴ Damit liegt erstmals ein Berechnungsverfahren vor, mit dem die Traglast unter Biegung und Querdruck realitätsnah berechnet werden kann.

8.4 Potential und Grenzen des Berechnungsverfahrens

Ersatz und Ergänzung für den Ersatzträgerversuch Wie in den vorangegangenen Abschnitten aufgezeigt, kann die Tragfähigkeit von Sandwichelementen unter Biegung und Querdruck mit dem vorgestellten Berechnungsverfahren bestimmt werden. Nachteilig wirkt sich dabei der hohe analytische und numerische Berechnungsaufwand aus, der entgegen dem gesetzten Ziel nur schwerlich im Ingenieuralltag zu bewerkstelligen ist. In seiner aktuellen Form bietet sich das Berechnungsverfahren vielmehr für Forschungseinrichtungen an. Auch ist die Forderung nach einer geringen Streuung der Kerneigenschaften als Einschränkung zu nennen. Für diese Fälle wäre es erstrebenswert, Anpassungsfaktoren für eine zweidimensionale Berechnung zu entwickeln und somit die Anwendungsgrenzen zu erweitern. Dies könnte anhand dreidimensionaler Berechnungen mit variabler Kernsteifigkeit geschehen. Die geforderte Übereinstimmung der Sandwichtheorie mit den Last-Verformungskurven aus Bauteilversuchen stellt nach Auffassung des Autors keine Einschränkung, sondern eine grundlegende Voraussetzung für weitere Berechnungen dar. Weichen Versuch und die

¹⁴Für einen unverfälschten Vergleich muss die gestörte Knitterspannung für Versuch und Berechnung mit dem gleichen Ansatz ermittelt werden. Ansonsten würde sich die Relation zwischen Versuchswert und Berechnungsergebnis verändern. Vereinfachend wurde der Doppelaugeransatz gewählt. Dies hat zur Folge, dass die absolute Höhe der berechneten Werte in Einzelfällen geringfügig unterschätzt wird. Eine Ausnahme für die Berechnung bildeten die Zweifeldträger. Um dem nichtlinearen Verlauf des Stützmoments in Abhängigkeit von der einwirkenden Last bzw. der Mittelaugerkraft gerecht zu werden, wurden die Berechnungswerte aus der Normalkraft der gedrückten Deckschicht bestimmt.

Sandwichtheorie als etablierte Berechnungsmethode bereits bei der globalen Verformungsberechnung deutlich voneinander ab, ist die Sinnhaftigkeit komplexer Berechnungsverfahren – wie dem hier vorgestellten – generell zu hinterfragen.

Ob das Berechnungsverfahren angesichts der genannten Nachteile und Einschränkungen den Ersatzträgerversuch in naher Zukunft ersetzen wird, bleibt fraglich. Erstrebenswert wäre, die Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke zukünftig zu ermitteln, womit die Berechnungsqualität gesteigert werden könnte. Das Berechnungsverfahren müsste dazu angepasst werden. Die geometrische Ersatzimperfektion wären dann auf iterativem Weg numerisch zu bestimmen. Sicherlich wird die Zukunft des Berechnungsverfahrens auch davon abhängen, welcher Sicherheitsbeiwert auf die berechneten Traglasten anzusetzen ist. Seine Höhe in Übereinstimmung mit dem Sicherheitskonzept von DIN EN 14509 festzulegen, bedarf weiterer Forschung. Selbst wenn dieser Wert feststeht, ist es gut vorstellbar, dass Hersteller die versuchsgestützte Bestimmung der gestörten Knitterspannung vorziehen, sofern sie dort günstigere Ergebnisse und geringere Sicherheitsbeiwerte erwarten. Im Gegensatz zur vollständigen Ersetzung bietet sich das Berechnungsverfahren bereits jetzt für eine ergänzende Betrachtung der Tragfähigkeit an. Nach den Ergebnissen dieser Arbeit ist ein Ersatzträgerversuch mit fester Spannweite sowohl aus wirtschaftlicher Sicht als auch aus Sicherheitsaspekten nicht mehr ausreichend. Denkbar ist, ein oder zwei Spannweiten im Versuch zu prüfen und die restliche Bandbreite durch Berechnungen abzudecken.

Erweiterung der Einsatzgebiete Wird die dem Berechnungsverfahren zugrundeliegende Modellierung betrachtet, liegt es nahe, nicht nur den Ersatzträgerversuch, sondern das statische System des Sandwichelementes vollständig an einem 2D-FE-Modell zu berechnen. Das Modell würde dann die Berechnung nach der Sandwichtheorie ersetzen. Einwirkung und Widerstand wären somit in einem Modell vereint. Bezüglich der Verformungsberechnungen müssten in diesem Fall der wahre E-Modul der Deckschicht (anstelle des modifizierten E-Moduls E'_F) angesetzt werden bzw. der durch E'_F entstehende Fehler herausgerechnet werden. Gegen diese Erweiterung sprechen die zuvor genannten Nachteile bezüglich des Berechnungsaufwands. Ein vollständiger Ersatz für die Sandwichtheorie erscheint erst sinnvoll, wenn die zuvor genannten Unsicherheiten, insbesondere bezüglich der Inhomogenität des Kerns, beseitigt sind. Es wäre hilfreich, die Eingangsparameter so zu vereinfachen – z. B. durch eine tabellarische Lösung, dass die analytischen Vorberechnungen entfallen können.

Einschränkungen für nachgiebige und breite Auflager Die Ergebnisse aus Versuch und Numerik haben die erhöhte Tragfähigkeit bei vergrößerter Lasteinleitungslänge aufgezeigt. In beiden Fällen wurde ein starres Auflager angesetzt. D. h., dass die Nachgiebigkeit des Auflagerprofils¹⁵ nicht erfasst wurde. Ob eine Nachgiebigkeit zwangsläufig zu geringeren Traglasten führt, ist ungeklärt. Es erscheint möglich, dass sich bei einer elastischen Lagerung keine Lastkonzentration an den Rändern des Auflagers einstellt. Andererseits ist denkbar, dass die Flansche dünner C-, Z- oder Σ -Profile so stark nachgeben, dass sich fast keine Lastausbreitung einstellt und sich die Auflagerkraft stattdessen unter dem Steg des Profils konzentriert. Ohne genaueres Wissen bezüglich dieses Sachverhalts, sollte die positive Wirkung breiter Auflager bei nachgiebigen Profilen nicht angesetzt werden. Alternativ

¹⁵Gemeint ist, dass das Auflager nicht durchgehend starr ist, sondern teilweise nachgiebig. Dieses Verhalten wird beispielsweise durch dünne Flansche – wie bei Kaltprofilen üblich – hervorgerufen.

bietet sich an, auf die in DIN EN 14509 verankerte Mindestauflagerlänge von 60 mm zurückzugreifen. Aus der baupraktischen Erfahrung heraus, scheinen mit ihr, unabhängig von der Ausbildung und Breite des Auflagers, keine Probleme zu bestehen.

Die beobachtete Traglasterrhöhung durch breite Auflager unterliegt einer weiteren Einschränkung. In Versuch und Berechnung wurden nur Systeme betrachtet, die einschließlich ihrer Belastung symmetrisch zur Mittelaullagerachse ausgerichtet waren. Dadurch wurden beide Auflagerenden gleich belastet und somit das Maximum an möglicher Traglasterrhöhung betrachtet. In wirklichen Systemen wird in vielen Fällen keine Symmetrie vorhanden sein, beispielsweise bei Mehrfeldträgern mit ungerader Feldanzahl, ungleichen Feldlängen oder unterschiedlicher Belastung in den Feldern. All dies führt dazu, dass die Lastverteilung über die Auflagerbreite unsymmetrisch wird. Im Extremfall kann es sein, dass sich die Last vollständig an einem der beiden Enden des Auflagers konzentriert. Für die praktische Berechnung nach der Sandwichtheorie ist denkbar, die wahre Lagerung durch Doppelaullager zu ersetzen, sofern diese vollständig überdrückt sind. Ein möglicher Teilabtrag der Lasten über die aufliegende Auflagerfläche würde damit auf der sicheren Seite vernachlässigt werden. Durch die Doppelaullagerung wäre es möglich, die Momentenspitze, die bei einer Einzelaullagerung entsteht, zu reduzieren. Es bleibt zu klären, wie sich dieses Vorgehen bei Dachelementen auf die Aufteilung zwischen Sandwich- und Deckschichtmoment auswirkt. In Abschnitt 8.1.6 wurden bereits beim Zweifeldträger deutliche Unterschiede zwischen Sandwichtheorie und Versuch bzw. 3D-FE-Modell festgestellt.

8.5 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Abschließend werden die wesentlichen Erkenntnisse dieses Kapitels und die damit verbundenen Schlussfolgerungen aufgelistet:

- Das Tragverhalten unter gleichzeitiger Wirkung von Biegung und Querdruck wurde an einem zweidimensionalen FE-Modell untersucht. Die Modellierung baut auf der Annahme auf, dass die Deckschichten mit Balkenelementen nach der Bernoulli-Theorie und die Kernschicht mit orthotropen Scheibenelementen abgebildet werden können. Dieses Grundmodell wurde sukzessive weiterentwickelt bzw. angepasst. Folgende Erkenntnisse konnten gewonnen werden:
 - Der Vergleich mit der analytischen Lösung für die ideelle Knitterspannung bestätigte die Modellierung.
 - Entgegen der Annahme von Stamm und Witte (1974, S. 205) bleibt beim Knitterversagen die gezogene Deckschicht bei Wandelementen nicht unverformt. Sie bleibt nur dann unverformt, wenn die gezogene Deckschicht profiliert ist. Daraus folgt, dass zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung die endliche Kerndicke für Wandelemente immer und für Dachelemente in den meisten Fällen vernachlässigt werden kann.
 - Der in den Abschnitten 3.5.2 und 4.1.3 vorgestellte analytische Ansatz zur Bestimmung der ideellen Knitterspannung bei inhomogenem Kern führt bei einer Erhöhung, nicht jedoch bei einer Verringerung der Randsteifigkeit zu richtigen Ergebnissen. In den meisten Fällen ist die Annahme der unendlichen Kerndicke der Restschicht gerechtfertigt.
 - Bei einer exemplarischen Überprüfung wurde festgestellt, dass der Ansatz der Winkler'schen Bettung nach Thomsen (auf Basis der Herleitung von Hétyenyi) für das Deck-

- schichtmoment sinnvolle Maximalwerte liefert. Die damit berechnete Eindrückung weicht jedoch so deutlich von der numerischen Berechnung ab, dass eine weitere Verwendung des Ansatzes ausgeschlossen werden musste.
- Die Abbildung der lokalen Lasteinleitung kann durch nichtlineare Lager, die bei Zugbeanspruchung ausfallen, abgebildet werden. Durch die Variation zahlreicher Parameter wurde herausgearbeitet, dass in vielen Fällen der Doppelauflegeransatz zumindest näherungsweise zutrifft. Allgemein gesehen gibt es jedoch keinen einheitlichen Lastabtrag. Stattdessen nehmen zahlreiche Faktoren, wie die Lasteinleitungslänge, die Deckschichtsteifigkeit, der Elementtyp (Dach oder Wand), die Höhe der Belastung oder die Kerneigenschaften, Einfluss auf die Lastverteilung.
 - An einem dreidimensionalen FE-Modell wurde für die Versuche aus Serie 1 gezeigt, dass die profilierte Deckschicht bei kurzen Spannweiten nicht vollständig mitgetragen hat. Daraus erklärt sich der in Abschnitt 7.1.3 beobachtete Verformungsunterschied zwischen Versuch und Sandwichtheorie.
 - Auf Basis des zuvor erfolgreich angewendeten zweidimensionalen FE-Modells wurde ein Berechnungsverfahren vorgestellt. Es enthält zwei verschiedene Imperfektionsansätze (geometrische Ersatzimperfektionen, Anpassung der Randsteifigkeit des Kerns), die beide mit Hilfe der versuchstechnisch ermittelten Knitterspannung bestimmt werden.
 - Der Vergleich des Berechnungsverfahrens mit den Versuchsergebnissen kam zu folgenden Ergebnissen:
 - Beide Imperfektionsansätze liefern gleichwertige Traglasten. Mit dem Ansatz über die Anpassung der Randsteifigkeit des Kerns können sehr große Imperfektionen nicht abgebildet werden. Auch besteht ein Defizit in Bezug auf die Höhe der Kernspannungen. Deswegen wurde vorzugsweise auf den Ansatz der geometrischen Ersatzimperfektionen zurückgegriffen.
 - Die Berechnungsergebnisse führen zu dem Schluss, dass die wirksame Breite liniierter Deckschichten nach dem Modell von Baehre und Kech bestimmt werden kann.
 - Aufgrund der guten Übereinstimmung kann anhand der numerischen Berechnung geschlossen werden, dass der Ersatzträger den Zweifeldträger abbilden kann.
 - Das Berechnungsverfahren überschätzt bei der Gesamtbetrachtung aller Versuchsergebnisse die Traglast um 12 % und streut vergleichsweise stark (Variationskoeffizient 17 %).
 - Die Ursache für die Abweichungen liegt mit großer Wahrscheinlichkeit darin, dass die Kernsteifigkeiten über ihre Dicke inhomogen sind. Für die Mehrzahl der Berechnungen standen jedoch nur Werte, die über die gesamte Dicke ermittelt wurden, zur Verfügung.
 - Die Berechnungsgenauigkeit kann durch zwei Einschränkungen verbessert werden. Erstens, wenn nur Versuche mit geringer Streuung der Kerneigenschaften betrachtet werden. Und zweitens, wenn die globale Verformung im Bauteilversuch (z. B. zur Bestimmung der Knitterspannung) nur moderat (maximal 10 %) von der Sandwichtheorie abweicht. Unter diesen Vorgaben und mit der Einführung eines Korrekturfaktors von 1,15 stimmen die Versuche im Mittel mit der Berechnung überein. Der Variationskoeffizient sinkt auf vertretbare 11 %.
 - Der Qualität des Berechnungsverfahrens steht ein vergleichsweise hoher analytischer und numerischer Aufwand gegenüber. Daher bleibt fraglich, inwieweit das Verfahren in naher Zukunft den Ersatzträgerversuch ersetzen kann. Eine ergänzende Betrachtung erscheint möglich, um die Bandbreite an Spannweiten ohne zusätzliche Versuche zu erhöhen. Auf lange Sicht wäre es sinnvoll, nicht nur den Ersatzträgerversuch, sondern das

komplette Sandwichelement mit seiner Einbausituation an einem einzigen 2D-FE-Modell zu berechnen.

- Die positive Wirkung breiter Auflager setzt ein starres Auflager mit massiven Profilen bzw. entsprechend steifen Flanschen voraus. Der Nutzen eines breiten Auflagers hängt zusätzlich vom System (Spannweite, Anzahl Felder, Belastung) ab.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit behandelte das Tragverhalten von Sandwichelementen bei gleichzeitiger Wirkung von Biegung und Querdruck. Diese Belastungskombination tritt an Zwischenauflagern von Sandwichelementen auf, die als Durchlaufträger verlegt sind. Der Bauteilwiderstand wird bisher im Versuch bestimmt. Anstatt einen aufwändigen Durchlaufträger zu simulieren, wird vereinfachend auf den Ersatzträgerversuch, einen 3-Punkt-Biegeversuch, zurückgegriffen. Trotz dieser Vereinfachung bleiben die Versuche sehr aufwändig und damit kostspielig, da sie mit ganzen Bauteilen durchgeführt werden und für jedes Produkt eines Herstellers eigene Versuche notwendig sind. Aufbauend auf dieser Problematik wurden zu Beginn der Arbeit drei Problemfelder skizziert, die durch drei Fragestellungen charakterisiert werden können. Erstens: Kann der Ersatzträgerversuch die Belastung an einem Durchlaufsystem ausreichend gut abbilden? Zweitens: Welche Kombination aus Biegung und Querdruck und damit verbunden welche Spannweite ist in realen Systemen zu erwarten und wie wirkt sie sich auf die Tragfähigkeit aus? Und drittens: Ist es möglich, auf die aufwändige Versuchsdurchführung zu verzichten und stattdessen den Bauteilwiderstand zu berechnen?

Die drei Hauptfragen konnten nicht in der genannten Reihenfolge beantwortet werden und machten zuweilen ein rekursives Vorgehen erforderlich. Nachdem in Kapitel 2 kurz in die Thematik der Sandwichelemente im Bauwesen eingeführt wurde, stand die Analyse des Stands der Forschung und Normung am Beginn dieser Arbeit. Im Zuge dessen fiel der Blick auf die bereits existierenden Berechnungsverfahren. Diese bauten wiederum auf Berechnungen zur (ideellen) Knitterspannung auf, welche die elastische Bettung der Deckschicht voraussetzen. So bestimmte das zuletzt genannte Thema Kapitel 3, das erste Kapitel zum Stand der Forschung. Die Behandlung der zahlreichen Bettungsvarianten schloss endliche und unendliche Kerndicken, endliche und unendliche Breiten, Orthotropie und Inhomogenität sowie Ansätze aus den Nachbarwissenschaften des Maschinenbaus und der Bodenmechanik ein. Eine Übertragung des Ansatzes aus der Bodenmechanik konnte sofort ausgeschlossen werden. Für den Ansatz aus dem Maschinenbau wurden erst an späterer Stelle, im Rahmen der numerischen Untersuchungen in Kapitel 8, Mängel aufgezeigt. Diese erweisen sich als so gravierend, dass sie keine weitere Verwendung zuließen. Auf Basis der Ergebnisse zur elastischen Bettung wurde in Kapitel 4 der Stand der Forschung um die Bestimmungsmöglichkeiten der (ideellen) Knitterspannung erweitert. Als wesentliche Erkenntnisse wurden herausgearbeitet, dass das Kernmaterial nicht als isotrop, sondern als orthotrop betrachtet werden muss, und dass eine vorhandene Inhomogenität die Berechnungsergebnisse so deutlich beeinflussen kann, dass sie Berücksichtigung finden sollte. Die Betrachtung der (ideellen) Knitterspannung enthielt auch die Berücksichtigung der wirksamen Breiten bei linierten Deckschichtflächen. Eine Überprüfung konnte erst mit den später vorgestellten Versuchsergebnissen in Kapitel 7 erfolgen. Anhand dieses Vergleichs zeigte sich, dass der von Misiak und Hassinen (2010) entwickelte Übertrag von Kaltprofilen auf Sandwichelemente nicht möglich ist. Für den schließlich zur Verwendung gekommenen Ansatz von Baehre (1989) bzw. Kech (1991) sprachen sowohl die Versuchsergebnisse als auch

die numerischen Berechnungen am Ende dieser Arbeit. Mit dem Wissen aus den Kapiteln 3 und 4 war die Grundlage geschaffen, die existierenden Berechnungsverfahren in Kapitel 5 intensiv zu analysieren. Alle betrachteten Verfahren bargen in ihren Herleitungen kritische Punkte, z. B. die Vernachlässigung der Orthotropie des Kerns, sodass die zu Teilen gute bis akzeptable Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen auf den ersten Blick verwunderte. Die in den Literaturquellen zur Verifizierung herangezogenen Versuchsergebnisse wiesen jedoch allesamt Defizite auf, sodass ein Vergleich mit einer einheitlichen Versuchsbasis notwendig wurde. Dieser in Kapitel 7 vorgenommene Vergleich führte zu dem Ergebnis, dass keiner der Ansätze für eine weitere Verwendung geeignet war. Neben den Berechnungsverfahren aus der Literatur ist die kritische Betrachtung der Vorgehensweise nach DIN EN 14509 Teil von Kapitel 5. Dort wurde u. a. aufgezeigt, dass DIN EN 14509 eine Mindestlänge für den Ersatzträger vorschreibt und ihre Vorgaben zu variablen Sicherheitsstufen führen.

Die umfassende Auseinandersetzung mit der Literatur konnte die drei Fragestellungen nicht beantworten, weswegen sich ihrer Beantwortung in der Folge angenommen wurde. Die Beantwortung der zweiten Frage zur anzusetzenden Spannweite im Ersatzträgerversuch wurde vorgezogen, denn die sich anschließende Überprüfung über der Berechtigung des Ersatzträgerversuchs sollte realistische Spannweiten enthalten. Kapitel 6 hatte als Ziel herauszufinden, welche Spannweiten sich im Ersatzträgerversuch aus realen Systemen ergeben. Dafür wurde eine umfangreiche Parameterstudie durchgeführt. Sie zeigte, dass die Spannweite entgegen der aktuellen Praxis nach DIN EN 14509 nicht als Festwert, sondern als Bandbreite möglicher Spannweiten aufgefasst werden sollte. Die ermittelte Bandbreite ist von enormen Ausmaß und umfasst mehrere Meter. Für Wandelemente sind Ersatzträgerlängen ab 1,70 m real möglich, für Dachelemente sogar ab 1,20 m. Als Obergrenze wurden bis zu 12 m ermittelt. Welche Auswirkungen sich daraus auf die Tragfähigkeit ergeben, war Bestandteil des darauffolgenden Kapitels 7. Wird eine auf DIN EN 14509 basierende Versuchsdurchführung als Referenzwert betrachtet, wurden bei Dachelementen Mehr- und Mindertragfähigkeiten von 30 % – in Einzelfällen sogar darüber hinaus – beobachtet. Bei Wandelementen lagen die Abweichungen in beide Richtungen bei etwa 20 %. Zusätzlich wurde in Kapitel 7 die erste Hauptfragestellung positiv beantwortet. Der Ersatzträgerversuch ist in der Lage, einen Zweifeldträgerversuch richtig abzubilden. Die numerischen Untersuchungen in Kapitel 8 konnten diese Erkenntnis auf dem Rechenweg bestätigen. Die dritte und letzte Problemstellung wurde ebenfalls in Kapitel 8 beantwortet, indem ein Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Tragfähigkeit unter Biegung und Querdruck entwickelt wurde. Aufgrund der aufgezeigten Grenzen der analytischen Berechnungsmöglichkeiten basiert das vorgestellte Verfahren auf der Finite Elemente Methode. Für das Verfahren wurden zwei neue Möglichkeiten zur Bestimmung der Imperfektionen vorgestellt. Beide basieren auf den Versuchsergebnissen zur Bestimmung der Knitterspannung und führten zu gleichwertigen Traglasten. Trotz des relativ hohen numerischen Aufwands und der umfangreichen analytischen Bestimmung der Eingangparameter zeigten die Berechnungsergebnisse zu Teilen große Abweichungen von den Versuchsergebnissen. Sie konnten zum einen darauf zurückgeführt werden, dass die Steifigkeitsverteilung über die Kernhöhe nicht erhoben wird. Zum anderen waren Teile der Versuche nicht verwertbar. Entweder wiesen sie zu große Streuungen der Kernmaterialien auf, was der Grundidee einer zweidimensionalen Betrachtung widersprach. Oder sie waren in sich nicht schlüssig, was sich in starken Verformungsabweichungen zwischen Bauteilversuch und Sandwichtheorie äußerte. Nach Ausschluss dieser Versuche und durch Einführung eines konstanten Korrekturfaktors konnte, obgleich die wahre Steifigkeitsverteilung über die Kernhöhe unbekannt war, die Traglast

im Mittel berechnet werden. Die Ergebnisse zeigten mit einem Variationskoeffizienten von 11 % eine akzeptable Abweichung.

Mögliche Folgen, die im Rahmen dieser Arbeit erlangten Erkenntnisse, sollen nachfolgend diskutiert werden. Bezüglich der Ergebnisse der Ersatzträgerlänge wird dringend angeraten, die derzeitige Bestimmung des Widerstands bei gleichzeitiger Wirkung von Biegung und Querdruck zu überarbeiten. Da eine zeitnahe Neubestimmung des Widerstands für alle auf dem Markt verfügbaren Sandwichelemente weder wirtschaftlich vertretbar noch praktisch durchführbar ist, wäre es im ersten Schritt sinnvoll, Anwendungsgrenzen einzuführen. Die Verhältnisse zwischen Biegung und Querdruck aus den Zulassungsversuchen würden die zulässige Untergrenze bilden. In einem nächsten Schritt, könnten Bedingungen eingeführt werden, unter denen das Verhältnis dennoch unterschritten werden darf. Dies erscheint beispielsweise bei sehr geringer Momentenauslastung (nach bisheriger Berechnung) sinnvoll. Auf mittlere Sicht wäre der Widerstand für Biegung bei Querdruck neu zu bestimmen, und zwar in Abhängigkeit von deren Verhältnissen zueinander. In diesem Zusammenhang könnte das entwickelte Berechnungsverfahren als Ergänzung oder Ersatz für den Ersatzträgerversuch zum Einsatz kommen. Auf lange Sicht scheint es sinnvoll, die vollständige Berechnung an einem 2D-FE-Modell vorzunehmen und die Sandwichtheorie nur zu Kontrollzwecken einzusetzen. Damit wären erstmals Einwirkung und Widerstand in einem Modell vereint. Zuvor sollte das Berechnungsverfahren um einige Punkte ergänzt bzw. in einem Punkt verifiziert werden:

- Die Steifigkeitsverteilung über die Kerndicke sollte künftig zwingend erhoben und in das Berechnungsverfahren eingepflegt werden.
- Die wirksame Breite der Deckschicht nach dem Ansatz von Baehre und Kech sollte anhand weiterer Versuche bestätigt werden.
- Elemente mit starker Streuung der Kerneigenschaften sollten eingebunden werden. Dies könnte beispielsweise mithilfe eines zu entwickelnden Korrekturfaktors geschehen.
- Eine vereinfachte Bestimmung der Eingangsparameter wäre wünschenswert, jedoch nicht zwingend erforderlich.
- Ebenfalls wäre es wünschenswert, auf die Knitterspannungsversuche zur Ermittlung der Imperfektionen zu verzichten.

Zum ersten Punkt ist anzumerken, dass die Ermittlung der Steifigkeitsverteilung über die Kernhöhe keine triviale Aufgabe ist, sondern erforscht werden muss. In Querrichtung wurden die Probleme bei einer schichtweisen Bestimmung angesprochen, jedoch nicht gelöst. Für die Schubbeanspruchung muss erst herausgefunden werden, welcher Versuchsaufbau eine schichtweise Messung zulässt. In diesem Zusammenhang wäre es sinnvoll, zunächst die bisherige Bestimmung des Schubmoduls zu überprüfen. Für die beobachteten Verformungsunterschiede zwischen Berechnung und Versuch wurde vermutet, dass sie in einem falsch bestimmten Schubmodul liegen. Mit Erfüllung des letzten Aufzählungspunkts wäre die Bestimmung des Widerstands unabhängig von jeglichen Bauteilversuchen. Wahrscheinlich stellt sie die herausforderndste der genannten Aufgaben dar. Schließlich wird sich dieser Forschungsfrage seit Jahrzehnten gewidmet.

Die bisher aufgezählten Punkte und Verbesserungsvorschläge orientieren sich an dem in der Einleitung vorgegebenen Rahmen. Ziel zukünftiger Arbeiten sollte sein, die angesprochenen, aber nicht explizit betrachteten Themenkomplexe zu erforschen. Dies betrifft zum einen das Kernmaterial Mineralwolle, zum anderen das Zwischenaufleger mit Zugbeanspruchung.

Für beide Punkte wird vermutet, dass sich die Ergebnisse prinzipiell übertragen lassen. Für die gleichzeitige Wirkung von Biegung und Querkraft ist anzunehmen, dass – analog zum Querkraft – ein erhebliches Sicherheitsdefizit vorliegt: Für abhebende Lasten ist in realen Systemen eine ähnlich große Bandbreite möglicher Ersatzträgerlängen wie für andrückende Lasten wahrscheinlich. Dagegen sind die Zulassungsversuche auf Basis von DIN EN 14509 ebenfalls Ersatzträgerversuche mit fester Spannweite.

Die gewonnenen Ergebnisse sollen einen Beitrag dazu leisten, die Qualität der Sandwichbauweise zu stärken. Dies betrifft sowohl das Sicherheitsniveau als auch die Wirtschaftlichkeit. Zugleich ist zu wünschen, dass die gemachten Erkenntnisse nachfolgenden Forschern als Inspiration für weitere Arbeiten dienen.

Literatur

- Allen, H. G. (1969). *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels*. Oxford u.a.: Pergamon Press.
- Baehre, R. (1989). „Teil II: Experimentelle Ermittlung der aufnehmbaren Knitterspannung von ebenen und leicht profilierten Stahldeckschichten“. In: *Knitterspannungen, Langzeitverhalten und Scheibenwirkung von Sandwich-Elementen aus Polyurethan-Hartschaum und Stahldeckschichten. Forschungsbericht Projekt P 139/05/84*.
- Berner, K. (1978). „Stahl/Polyurethan – Sandwichtragwerke unter Temperatur- und Brandbeanspruchung“. Dissertation. Technische Hochschule Darmstadt.
- Berner, K. (1994). *Erarbeitung vollständiger Bemessungsgrundlagen im Rahmen bautechnischer Zulassungen für Sandwichbauteile. Teil 1: Bemessungsgrundlagen in Form von Rechenhilfen für alle relevanten Lastfälle und statischen Systeme*. Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, Projekt-Nr.: IV 1-5-618/90; Ausführende Stelle: FH des Landes Rheinland-Pfalz, Mainz. Stuttgart: IRB Verlag.
- Berner, K. (1995). *Erarbeitung vollständiger Bemessungsgrundlagen im Rahmen bautechnischer Zulassungen für Sandwichbauteile. Teil 2: Berücksichtigung zusätzlicher Beanspruchungen bei der Bemessung von durchlaufenden Sandwichplatten im Zwischenstützenbereich*. Auftraggeber: Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), Berlin, Projekt-Nr.: IV 1-5-618/90; Ausführende Stelle: FH des Landes Rheinland-Pfalz, Mainz. Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag.
- Berner, K. (1998). „Praxisgerechte Nachweise zur Trag- und Gebrauchsfähigkeit von Sandwichbauteilen“. In: *Stahlbau* 67 (12 1998), S. 910–925.
- Berner, K. (2008). „Sandwich-Dachbauteile für Flachdächer“. In: *Stahlbau* 77 (5 2008), S. 336–344.
- Berner, K. und J. Lange (2000). „Berücksichtigung zusätzlicher Beanspruchungen von durchlaufenden Sandwichplatten im Innenstützen-Bereich“. In: *Theorie und Praxis im konstruktiven Ingenieurbau. Festschrift zu Ehren von Prof. Dr.-Ing. Helmut Bode*. Hrsg. von W. Ramm, T. Däuwel und H.-J. Kronenberger. Stuttgart: Ibidem-Verlag, S. 97–109.
- Berner, K., L. Pfeiffer, M. Schlüter und C. Weides (2006). *Mit 3D-Scanning zur Erfassung des Knitterversagens von Sandwichpaneelen*. Hrsg. von Institut für Sandwichtechnik – Mainz. URL: http://is-mainz.com/downloads/3D-scanning_06-12-20-d.pdf (besucht am 14.12.2016).
- Berner, K. und O. Raabe (2006). *Statik – Bemessung von Sandwichbauteilen. IFBS 5.08*. Hrsg. von IFBS e. V. Düsseldorf.
- CIB Report 257:2000-10-23. *European Recommendations for Sandwich Panels, Part 1: Design*. CIB W056 und ECCS TWG 7.9.
- Davies, J. M. (2001a). „Chapter 9, Principles of Structural Behaviour“. In: *Lightweight sandwich construction*. Hrsg. von J. M. Davies. Oxford u.a.: Blackwell Science.

- Davies, J. M., Hrsg. (2001b). *Lightweight sandwich construction*. Oxford u.a.: Blackwell Science.
- DIN 53 294:1982-02. *Prüfung von Kernverbunden – Schubversuch*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 12090:2013-06. *Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung des Verhaltens bei Scherbeanspruchung; Deutsche Fassung EN 12090:2013*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 14509:2007-02. *Selbsttragende Sandwich-Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte – Spezifikationen*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 14509:2013-12. *Selbsttragende Sandwich-Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte – Spezifikationen*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1991-1-3:2010-12. *Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen, Schneelasten; Deutsche Fassung EN 1991-1-3:2003 + AC:2009*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1991-1-3/NA:2010-12. *Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1991-1-4/NA:2010-12. *Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen – Windlasten*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1993-1-1:2010-12. *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005 + AC:2009*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1993-1-3:2010-12. *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-3: Allgemeine Regeln – Ergänzende Regeln für kaltgeformte Bauteile und Bleche; Deutsche Fassung EN 1993-1-3:2006 + AC:2009*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1993-1-5:2010-12. *Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten – Teil 1-5: Plattenförmige Bauteile; Deutsche Fassung EN 1993-1-5:2006 + AC:2009 Fassung EN 1991-1-3:2003 + AC:2009*. DIN Deutsches Institut für Normung e.V. Berlin: Beuth Verlag.
- Ewert, E., F. Banke, U. Schulz und M. Wolters (2001). „Untersuchungen zum Knitern von Sandwichelementen mit ebenen und gesickten Deckschichten“. In: *Stahlbau* 70 (7 2001), S. 453–463.
- Frostig, Y., M. Baruch, O. Vilnay und I. Sheinman (1992). „High-Order Theory for Sandwich-Beam Behavior with Transversely Flexible Core“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 118 (5 1992), S. 1026–1043.
- Frostig, Y., O. T. Thomsen und I. Sheinman (2005). „On the non-linear high-order theory of unidirectional sandwich panels with a transversely flexible core“. In: *International Journal of Solids and Structures* 42 (5-6 2005), S. 1443–1463.
- Gosowski, B. und M. Gosowski (2012). „Distributional solutions of bending problems for continuous sandwich panels with thin facings“. In: *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 12 (1 2012), S. 13–22.

- Gosowski, B. und M. Gosowski (2014). „Exact solution of bending problem for continuous sandwich panels with profiled facings“. In: *Journal of Constructional Steel Research* 101, S. 53–60.
- Haldar, S. und D. Basu (2016). „Analysis of Beams on Heterogeneous and Nonlinear Soil“. In: *International Journal of Geomechanics*, S. 04016004-1–04016004-10.
- Hassinen, P. (1999). „Modelling of Continuous Sandwich Panels“. In: *Light-Weight Steel and Aluminium Structures. ICSAS '99*. Fourth International Conference on Steel and Aluminium Structures. (20. bis 23. Juni, Helsinki, Finnland). Hrsg. von P. Mäkeläinen und P. Hassinen. Amsterdam: Elsevier professional, S. 189–196.
- Hassinen, P. (2001). „Chapter 10, Load-bearing Capacity“. In: *Lightweight sandwich construction*. Hrsg. von J. M. Davies. Oxford u.a.: Blackwell Science.
- Hassinen, P. und L. Martikainen (1994). „Analysis and Design of Continuous Sandwich Beams“. In: *Recent Research and Developments in Cold-formed Steel Design and Construction. Twelfth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*. (18. bis 19. Oktober, St. Louis, Missouri, USA). Hrsg. von W.-W. Yu, S. 523–538.
- Hassinen, P. und L. Martikainen (1996a). „Design Models of Continuous Sandwich Panels“. In: *Recent Research and Developments in Cold-formed Steel Design and Construction. Thirteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*. (17. bis 18. Oktober, St. Louis, Missouri, USA). Hrsg. von W.-W. Yu, S. 293–307.
- Hassinen, P. und L. Martikainen (1996b). „Serviceability and Ultimate Limit States of Continuous Sandwich Panels“. In: *Sandwich Construction 3, Volume 1. Proceedings of the Third International Conference on Sandwich Construction*. (11. bis 15. September 1995, Southampton, Großbritannien). Hrsg. von H. G. Allen. Department of Civil Engineering, University of Southampton. Cradley Heath, Warley, West Midlands: EMAS Engineering Materials Advisory Services Ltd, S. 195–204.
- Hassinen, P., L. Martikainen und K. Berner (1997). „On the Design and Analysis of Continuous Sandwich Panels“. In: *Thin-Walled Structures* 29 (1–4 1997), S. 129–139.
- Hassinen, P. und T. Misiek (2012). „Einfluss von Inhomogenitäten im Kernwerkstoff von Sandwichelementen auf die Tragfähigkeit“. In: *Stahlbau* 81 (12 2012), S. 935–943.
- Hetényi, M. (1946). *Beams on Elastic Foundation. Theory with Applications in the Fields of Civil and Mechanical Engineering*. Bd. 16. University of Michigan studies. Ann Arbor: The University of Michigan Press, printed by Cushing-Malloy, Inc.
- Hetényi, M. (1958). *Beams on Elastic Foundation. Theory with Applications in the Fields of Civil and Mechanical Engineering*. Fifth Printing. Bd. 16. University of Michigan studies. Ann Arbor: The University of Michigan Press, printed by Cushing-Malloy, Inc.
- Heyder, M., A. Öchsner und S. Ströhla (2002). „Bewertung von Spannungszuständen bei der experimentellen Bestimmung des Schubmoduls an zellularen Materialien“. In: *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 33 (2 2002), S. 85–89.
- Izabel, D. (2011). *Theoretical part design by testing of panel with one face plane and one face ribbed. WP2, Deliverable 2.3, Part 2, Theoretical guidance*. Hrsg. von easie – Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation.
- Käpplein, S. und T. Misiek (2010). *Test report, Design by Testing. WP2, Task 2.2, Experimental programme*. Hrsg. von easie – Ensuring Advancement in Sandwich Construction Through Innovation and Exploitation.
- Kech, J. (1991). „Druckbeanspruchbarkeit der biegeweichen Deckschicht eines Sandwichelements“. In: *Stahlbau* 60 (7 1991), S. 203–210.

- Kerr, A. D. (1964). „Elastic and Viscoelastic Foundation Models“. In: *Journal of Applied Mechanics* 31 (3 1964), S. 491–498.
- Koschade, R. (2000). *Die Sandwichbauweise. Systembau mit industriell vorgefertigten Sandwichelementen aus metallischen Deckschichten und Polyurethan-Hartschaumkern*. Berlin: Ernst & Sohn.
- Koschade, R. (2011). *Sandwichbauweise. Konstruktion, Systembauteile, Ökologie*. Edition Detail. München: Institut für internationale Architektur-Dokumentation GmbH & Co. KG.
- Kurpiela, A. (2013). *Optimierung von Sandwichwandbauteilen mit PUR-Kern und Stahldeckschichten*. Dissertation. Bd. 101. Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt. Darmstadt: Eigenverlag.
- Lange, J. und K. Berner (2010). „Sandwichelemente im Hochbau“. In: *Stahlbau Kalender 2010. Schwerpunkt: Verbundbau*. Hrsg. von U. Kuhlmann. Berlin: Ernst & Sohn, S. 643–699.
- Linke, K.-P. (1978). „Zum Tragverhalten von Profilsandwichplatten mit Stahldeckschichten und einem Polyurethan-Hartschaum-Kern bei kurz- und langzeitiger Belastung“. Dissertation. Technische Hochschule Darmstadt.
- Lübke, S. (2014). „Zur Tragfähigkeit von Sandwichelementen unter lokaler Lasteinleitung“. Dissertation. Technische Universität Dortmund.
- Lübke, S. und D. Ungermann (2015). „Zur Knittertragfähigkeit von Sandwichelementen unter lokaler Beanspruchung“. In: *Stahlbau* 84 (11 2015), S. 839–848.
- Martikainen, L. und P. Hassinen (1994). „On the modelling of the core and the local load distribution in sandwich panels“. In: *Proceedings of the 5th Finnish Mechanics Days*. (26. bis 27. Mai, Jyväskylä, Finnland). Hrsg. von R. Mäkinen und P. Neittaanmäki. Bd. 3. 3, S. 79–86.
- Martikainen, L. und P. Hassinen (1996). *Load-bearing capacity of continuous sandwich panels*. Bd. 135. Teknillinen korkeakoulu, Rakennetekniikan laitos. Espoo: Helsinki University of Technology, Departement of Structural Engineering.
- Mertens, R. (2008). *Untersuchung von Zwangsschnittgrößen bei ebenen Polyurethan-Sandwichelementen unter Temperaturbelastung*. Dissertation. Bd. 84. Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Universität Darmstadt. Darmstadt: Eigenverlag.
- Meyer, J. (2000). *Die analytische Bestimmung der Knitterspannung einachsig gespannter Sandwichplatten*. Als Ms. gedr. Berichte aus dem Bauwesen. Zugl.: Dissertation. Technische Universität Darmstadt (1999). Aachen: Shaker.
- Misiek, T., F. Frank und T. Ummenhofer (2011a). „Load-Bearing Capacity of Longitudinally Stiffened Thin-Walled Sheeting on an Elastic Foundation Prohibited by Insulation Materials“. In: *Advances in Steel and Aluminium Structures. Proceedings of the 7th International Conference on Steel and Aluminium Structures (ICSAS) 2011*. (13. bis 15. Juli, Sarawak, Malaysia). Hrsg. von H. H. Lau. Singapore: Research Pub, S. 615–621.
- Misiek, T., F. Frank und T. Ummenhofer (2011b). „Tragfähigkeit dünnwandiger Bleche mit elastischer Bettung und Längsversteifung“. In: *Stahlbau* 80 (9 2011), S. 650–655.
- Misiek, T. und P. Hassinen (2010). „A Unified Approach for the Local Buckling Of Sandwich Panels and Trapezoidal Sheeting“. In: *W056 - Special Track, 18th CIB World Building Congress*. (10. bis 13. Mai, Salford, Großbritannien). Hrsg. von P. Barrett, D. Amaratunga, R. Haigh, Keraminiyage und C. K. Pathirage. Bd. 342. CIB Publication 342. Rotterdam: Selbstverlag, S. 14–26.

- Möller, R., H. Pöter und K. Schwarze (2004). *Planen und Bauen mit Trapezprofilen und Sandwichelementen. Band 1: Grundlagen, Bauweisen, Bemessung mit Beispielen*. Berlin: Ernst & Sohn.
- Möller, R., H. Pöter und K. Schwarze (2011). *Planen und Bauen mit Trapezprofilen und Sandwichelementen. Gestaltung, Planung, Ausführung*. Berlin: Ernst & Sohn.
- Naujoks, B. und T. Misiak (2015). „Praxisgerechte Nachweise zur Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Sandwichelementen mittels Fachwerkmodellen“. In: *Stahlbau* 84 (11 2015), S. 890–907.
- Nelke, H. und J. Lange (2014). „Vergleich zwischen Ersatz- und Zweifeldträgerversuchen an Sandwichwandelementen“. In: *19. DAST-Forschungskolloquium*. (27. bis 28. Oktober, Hannover). Hrsg. von Deutscher Ausschuss für Stahlbau DAST. Füssen: Frehner Consulting GmbH Deutschland, S. 80–85.
- Nelke, H. und J. Lange (2015). „Comparison between Simulated Central Support Tests and Two-Span Panel Tests for Sandwich Panels“. In: *ICCM 20. 20th International Conference on Composite Materials*. (19. bis 24. Juli, Kopenhagen, Dänemark). Hrsg. von O. T. Thomsen. Paper without publisher/journal, Published online.
- Nelke, H. und J. Lange (2016). „Two-Span Tests for Sandwich Panels under simulated Temperature and External Load“. In: *ECCM17. 17th European Conference on Composite Materials*. (26. bis 30. Juni, München). Hrsg. von MAI Carbon Cluster Management GmbH. Paper without publisher/journal, Published online.
- Pasternak, P. L. (1954). „On a New Method of Analysis of an Elastic Foundation by Means of Two Foundation Constants“. Russisch. In: *Gosudarsvennoe Izdatelstvo Literaturi po Stroitelstvu i Arkhitekture, Moskau, UdSSR*.
- Petersen, C. (2013). *Stahlbau. Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten*. 4., vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg.
- Pfeiffer, L. (2005). *Durability Assessment of Sandwich Panel Construction*. Dissertation. University of Surrey, Fachhochschule Mainz. Mainz: Eigenverlag IS Mainz.
- Phan, C. N. (2012). „The Extended High-Order Sandwich Panel Theory“. Aerospace Engineering. Dissertation. Georgia Institute of Technology.
- Phan, C. N., Y. Frostig und G. A. Kardomateas (2012). „Analysis of Sandwich Beams With a Compliant Core and With In-Plane Rigidity—Extended High-Order Sandwich Panel Theory Versus Elasticity“. In: *Journal of Applied Mechanics* 79 (4 2012), S. 041001–041001-11.
- Plantema, F. J. (1966). *Sandwich Construction. The Bending and Buckling of Sandwich Beams, Plates, and Shells*. Bd. 3. Airplane, Missile, and Spacecraft Structures. New York u.a.: Wiley.
- Pokharel, N. (2003). „Behaviour and Design of Sandwich Panels Subject to Local Buckling and Flexural Wrinkling Effects“. PhD Thesis. Queensland University of Technology.
- Pokharel, N. und M. Mahendran (2003). „Experimental investigation and design of sandwich panels subject to local buckling effects“. In: *Journal of Constructional Steel Research* 59 (12 2003), S. 1533–1552.
- Raabe, O. (2004). *ECCS-Eben. Ermittlung Schnittgrößen und Spannungen von Sandwichbauteilen nach ECCS*. de. Version 1.5. Mainz: iS-engineering GmbH und Institut für Sandwichtechnik Mainz. URL: <http://is-mainz.com/downloads/ECCS-eben-v-1-5.xlsx> (besucht am 14. 12. 2016).

- Raabe, O. (2007). *ECCS-Profiliert. Ermittlung Schnittgrößen und Spannungen von Sandwichbauteilen nach ECCS*. Version 1.9. Mainz: iS-engineering GmbH und Institut für Sandwichtechnik Mainz. URL: http://is-mainz.com/downloads/ECCS-profiliert_Version_1-9.xlsx (besucht am 14.12.2016).
- Raabe, O. (2011). *SandEXCEL I. Ermittlung der Schnittgrößen und Spannungen von Sandwichbauteilen*. de. Version 1. Mainz: iS-engineering GmbH und Institut für Sandwichtechnik Mainz. URL: http://www.is-eng.de/downloads/SandEXCEL-I_V_1-1211.xlsx (besucht am 14.12.2016).
- RFEM 5 Handbuch (2016). *Programm RFEM 5 – Räumliche Tragwerke nach der Finiten Elemente Methode. Programmbeschreibung*. Hrsg. von Dlubal Software GmbH. 2016-02.
- Schulz, U. (1993). „Zum Zwischenstützbereich von Sandwichelementen bei Mehrfeldträgersystemen“. In: *Stahlbau* 62 (10 1993), S. 295–304.
- Schwartz-Givli, H. und Y. Frostig (2001). „High-order behavior of sandwich panels with a bilinear transversely flexible core“. In: *Composite Structures* 53 (1 2001), S. 87–106.
- Schwarze, K. (1984). „Numerische Methoden zur Berechnung von Sandwichelementen“. In: *Stahlbau* 53 (12 1984), S. 363–370.
- Sokolinsky, V. S., Y. Frostig und S. Nutt (2002). „Special behavior of unidirectional sandwich panels with transversely flexible core under statical loading“. In: *International Journal of Non-Linear Mechanics* 37 (4-5 2002), S. 869–895.
- Sokolinsky, V. S., H. Shen, L. Vaikhanski und S. R. Nutt (2003). „Experimental and analytical study of nonlinear bending response of sandwich beams“. In: *Composite Structures* 60 (2 2003), S. 219–229.
- Stamm, K. und H. Witte (1974). *Sandwichkonstruktionen. Berechnung, Fertigung, Ausführung*. Wien, New York: Springer.
- Swanson, S. R. und J. Kim (2000). „Comparison of a Higher Order Theory for Sandwich Beams with Finite Element and Elasticity Analyses“. In: *Journal of Sandwich Structures and Materials* 2 (1 2000), S. 33–49.
- Thermann, K. (1989). „Teil I: Einfluß einer orthotropen Kernschicht auf die Knitterspannung von Sandwich-Elementen unter reiner Biegebeanspruchung“. In: *Knitterspannungen, Langzeitverhalten und Scheibenwirkung von Sandwich-Elementen aus Polyurethan-Hartschaum und Stahldeckschichten. Forschungsbericht Projekt P 139/05/84*.
- Thomsen, O. T. (1991). *Flexural response of sandwich panels subjected to concentrated loads*. Special Report No. 7. Institute of Mechanical Engineering, Aalborg University, Dänemark.
- Thomsen, O. T. (1992). „Analysis of Local Bending Effects in Sandwich Panels Subjected to Concentrated Loads“. In: *Sandwich Constructions 2. Proceedings of the 2nd International Conference on Sandwich Construction*. (9. bis 12. März, Gainesville, USA). Hrsg. von D. Weissman-Berman und K.-A. Olsson. Cradley Heath, Warley, West Midlands, Großbritannien: EMAS Engineering Materials Advisory Services Ltd, S. 417–440.
- Thomsen, O. T. (1993a). „Analysis and Design of Structural Sandwich Panels Against Denting“. In: *Concurrent engineering: Tools and technologies for mechanical system design. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Concurrent Engineering Tools and Technologies for Mechanical System Design*, Published in cooperation with Nato Scientific Affairs Division. (25. Mai bis 5. Juni, Iowa City, Iowa). Hrsg. von E. J. Haug. Bd. Vol. 108. NATO ASI series, Series F: Computer and systems sciences Vol. 108. Berlin u.a.: Springer, S. 821–847.

- Thomsen, O. T. (1993b). „Analysis of Local Bending Effects in Sandwich Plates with Orthotropic Face Layers Subjected to Localized Loads“. In: *Composite Structures* 25 (2-4 1993), S. 511–520.
- Thomsen, O. T. (1997). „Chapter 12, Localised Loads – by Ole T. Thomsen“. In: Zenkert, D. *An Introduction to Sandwich Construction*. Reprint. Cradley Heath, West Midlands, United Kingdom: Engineering Materials Advisory Services Ltd.
- Thomsen, O. T. und Y. Frostig (1997). „Localized bending effects in sandwich panels. Photoelastic investigation versus high-order sandwich theory results“. In: *Composite Structures* 37 (1 1997), S. 97–108.
- Tsai, S. W. und E. M. Wu (1971). „A General Theory of Strength for Anisotropic Materials“. In: *Journal of Composite Materials* 5 (1 1971), S. 58–80.
- Vallabhan, C. V. G. und Y. C. Das (1988). „Parametric Study of Beams on Elastic Foundations“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 114 (12 1988), S. 2072–2082.
- Vallabhan, C. V. G. und Y. C. Das (1991). „Modified Vlasov Model for Beams on Elastic Foundations“. In: *Journal of Geotechnical Engineering* 117 (6 1991), S. 956–966.
- Vlasov, V. Z. und U. N. Leontev (1960). *Beams, Plates and Shells on Elastic Foundations. (Balki, Plity i Obolochki Na Uprugom Osnovanii)*. Translated from Russian. Jerusalem 1966: Israel Program for Scientific Translation.
- Wolters, M., F. Banke, E. Ewert und U. Schulz (2002). „Untersuchungen zum Knittern von imperfekten Sandwichelementen“. In: *Stahlbau* 71 (4 2002), S. 253–262.
- Z-10.4-540:2012-05-22. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Tragende Sandwichelemente "FischerTHERM" und "FischerFIREPROOF", Wand- und Dachelemente, Geltungsdauer bis 30. September 2015*. Deutsches Institut für Bautechnik. Antragssteller: Fischer Profil GmbH, Netphen.
- Z-10.4-540:2015-10-01. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Tragende Sandwichelemente "FischerTHERM" und "FischerFIREPROOF" mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum; Wand- und Dachelemente, Geltungsdauer bis 1. Oktober 2020*. Deutsches Institut für Bautechnik. Antragssteller: Fischer Profil GmbH, Netphen.
- Z-10.4-549:2013-04-30. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Tragende Sandwichelemente "ROMA_Schnellbau-Dämmpaneel" mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum; Typ "P", "M" und "D", Geltungsdauer bis 31. Dezember 2014*. Deutsches Institut für Bautechnik. Antragssteller: Romakowski GmbH & Co. KG, Buttenwiesen-Thürheim.
- Z-10.4-583:2014-04-16. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Tragende Sandwichelemente "System Metecno" mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum; Typ "MONOWALL", "THERMOWALL-KOMBI", "H-WALL 8 P", "SUPERWALL ML", "G 4" und "TOPANEL", Geltungsdauer bis 16. April 2019*. Deutsches Institut für Bautechnik. Antragssteller: Metecno Bausysteme GmbH, Blankenhain.
- Z-10.49-512:2013-08-05. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Sandwichelemente nach EN 14509 mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum, Geltungsdauer bis 5. August 2018*. Deutsches Institut für Bautechnik. Antragssteller: Hoesch Építőelemek, Felsőlajos, Ungarn.
- Z-10.49-533:2014-04-12. *Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Sandwichelemente nach DIN EN 14509 mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum, Geltungsdauer bis 12. Oktober 2016*. Deutsches Institut für Bautechnik. Antragssteller: Hoesch Bausysteme GmbH, Kreuztal.

- Zenkert, D. (1997). *An Introduction to Sandwich Construction*. Reprint. Cradley Heath, West Midlands, United Kingdom: Engineering Materials Advisory Services Ltd.
- Zhao, H.-L. (1993). *Ein Beitrag zur Berechnung der Knitterspannung inhomogener oder anisotroper Sandwichplatten*. Dissertation, Universität Dortmund. Bd. 131. Fortschritt-Berichte VDI: Reihe 18 (Mechanik/Bruchmechanik). Als Ms. gedr. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Zhaohua, F. und R. D. Cook (1983). „Beam Elements on Two-Parameter Elastic Foundations“. In: *Journal of Engineering Mechanics* 109 (6 1983), S. 1390–1402.

A Hintergrundformationen zur Parameterstudie aus Kapitel 6

A.1 Annahmen und zugrundeliegende Werte der Parameterstudie

Die betrachteten Belastungen und Spannweiten sind im Hauptteil unter Abschnitt 6.1.1 in Tabelle 6.1, S. 103, aufgeführt. Tabelle A.1 fasst alle angesetzten Eigenschaften zur Stützweitenberechnung zusammen. Den gewählten Parametern liegen nachfolgende Vereinfachungen und Annahmen zugrunde:

- Es wurde das Nachweiskonzept nach DIN EN 14509 mit den Anpassungen aus Abschnitt 6.1.1 bezüglich der maßgebenden Leiteinwirkung angewandt. Es werden demnach an jedem Lagerpunkt Einzelaufleger angesetzt, sodass die Spannweiten an den Mittellinien der Auflager beginnen bzw. enden. Die in DIN EN 14509 aufgeführten Sicherheits- und Kombinationsbeiwerte wurden übernommen. Mit ihnen wurden die wesentlichen Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit geführt. Lediglich Verformungsnachweise und Nachweise der axialen Bewegung infolge thermischer Dehnung in den Deckschichten wurden vereinfachend vernachlässigt.
- Vereinfachend wurde davon ausgegangen, dass die Verbindungsmittel so gewählt werden, dass ein Versagen der Verbindungsmittel bzw. des Elements infolge der Einwirkung aus den Verbindungsmitteln nicht eintritt. Ein möglicher Einfluss der Verbindungsmittel auf die Knitterspannung blieb ebenfalls vereinfachend unberücksichtigt.
- Die verwendeten Materialkennwerte der Sandwichelemente orientieren sich an Zulassungen verschiedener Hersteller. Dafür wurden folgende Zulassungen betrachtet: Z-10.49-512:2013-08-05, Z-10.49-533:2014-04-12, Z-10.4-540:2012-05-22, Z-10.4-549:2013-04-30 und Z-10.4-583:2014-04-16. Die gewählten Kennwerte bilden keine realen Elemente ab. Sie sind, was die Festigkeiten der Deckbleche (Knitterspannungen, Zugspannungen) und des Kerns (Schubspannungen bei Dachelementen) und damit der maßgebenden Nachweise betrifft, bewusst an der oberen Grenze des derzeit Möglichen bzw. Verwendeten angesiedelt. Es war das Ziel, keine Parameterkombination fälschlicherweise auszuschließen. Geringere Festigkeiten für die gestörte Knitterspannung werden, wie in Abschnitt 6.1.1 erläutert, durch die Bandbreite der zulässigen Auslastung (von einem Drittel bis eins) berücksichtigt. Für die restlichen Eigenschaften wurden mittlere bis hohe, jedoch nicht maximal mögliche Werte gewählt.
- Zur Bestimmung des Abstands zwischen den Schwerlinien der Deckschichten wurde für quasi-ebene Deckschichten pauschal eine Linierungstiefe von 1 mm angenommen.
- Die Auswirkungen einer Variation des Flächenträgheitsmoments der profilierten Deckschichten wurde überprüft. Aufgrund nur geringer Änderungen der Ergebnisse wurde vereinfachend jeweils ein fester Wert für die beiden Deckschichtdicken gewählt.

Tabelle A.1: Betrachtete Eigenschaften zur Bestimmung real möglicher Stützweiten.

	Wand	Dach	Erläuterung
<i>Geometrie</i>			
D	40 mm	30 mm	durchgehende Elementdicke (gering)
	120 mm	80 mm	durchgehende Elementdicke (mittel)
	200 mm	140 mm	durchgehende Elementdicke (groß)
B	–	1000 mm	
B_1	–	1200 mm	Abwicklung profiliertes Deckblech
L_S	60 mm	60 mm	mittleres Auflager
L_S	40 mm	40 mm	Endauflager
<i>Deckschichten</i>			
$t_{\text{nom}1/2}$	0,55 / 0,45 mm	0,55 / 0,45 mm	geringe Deckschichtdicke
	0,75 / 0,70 mm	0,75 / 0,70 mm	große Deckschichtdicke
t_{zinc}	0,04 mm	0,04 mm	
I_{F1}	–	15,0 cm ⁴	bei $t_{\text{nom}1} = 0,55$ mm
I_{F1}	–	20,0 cm ⁴	bei $t_{\text{nom}1} = 0,75$ mm
d_{11}	–	30,0 mm	
d_{12}	–	10,0 mm	
ϕ_1	–	58°	Stegneigung zur Horizontalen
n_1	–	6	Anzahl Stege
<i>Knitterspannung</i>			
σ_{w1}	180 MPa	350 MPa	Grundwert Feld
σ_{w1}	150 MPa	–	Grundwert Feld, $D \geq 200$ mm
$\sigma_{w2,\text{red}}$	135 MPa	135 MPa	Grundwert Stütze
<i>Abminderung</i>			
<i>Knitterspannung</i>			
$f_{\sigma_{w1},t}$	0,85	1,00	$t \geq 0,63$ mm
$f_{\sigma_{w2},t}$	0,85	0,85	$t \geq 0,63$ mm
$f_{\sigma_{w1},T}$	0,95	1,00	$T \geq 60^\circ\text{C}$
<i>Kerneigenschaften</i>			
f_{Cc}	0,10 MPa	0,10 MPa	
f_{Cv}	0,11 MPa	0,13 MPa	Kurzzeit
f_{CvT}	–	0,07 MPa	Langzeit
G_C	3,5 MPa	3,5 MPa	
ρ_C	40 kg/m ³	40 kg/m ³	
φ_{2000}	–	1,8	
φ_{100000}	–	7	

- Es wurden nur die Lastfälle betrachtet, die andrückende Lasten erzeugen: Bei Wandelementen demzufolge Winddruck und die Temperaturdifferenz zwischen außen und innen im Winter, bei Dachelementen Schnee und die Temperaturdifferenz zwischen außen und innen im Winter. Vereinfachend wurden andrückende Windlasten auf Dächer wegen ihrer geringen Größe vernachlässigt. In vielen Fällen¹ kann es sein, dass die Außen- vor der Innenseite versagt, sodass die berechneten Stützweiten nicht erzielt werden können. Ob die nicht betrachteten Lastfallkombinationen infolge von Sommertemperatur und Windsog wirklich maßgebend werden, hängt auch von der Deckschichtwahl für Innen-

¹Beispielsweise bei Farbgruppe II oder III, Windsogbeiwert $c_{pe,10} > |-0,8|$ oder deutlich reduzierter Knitterspannung am Zwischenaufleger unter erhöhter Temperatur.

und Außenseite ab. Auf Einbezug dieser Lastfallkombinationen wurde bewusst verzichtet, da die vorgenommene Betrachtung eine Obergrenze real möglicher Stützweiten abbilden soll.

- Als charakteristische Windlast wurde eine Bandbreite von $0,50 \text{ kN/m}^2$ bis $0,95 \text{ kN/m}^2$ (in der Ergebnisdiskussion bis $1,30 \text{ kN/m}^2$) betrachtet. Verglichen mit den vereinfachten Geschwindigkeitsdrücken aus Tabelle NA.B.3 nach DIN EN 1991-1-4/NA wird dadurch der Großteil der in Deutschland anzusetzenden Lasten für Gebäude bis 25 m Höhe abgedeckt. Der Winddruckbeiwert $c_{pe,10}$ wurde pauschal auf 0,8 gesetzt. Damit entspricht er gemäß Tabelle NA.1 nach DIN EN 1991-1-4/NA dem Wert für vertikale Wände rechteckiger Gebäude für den Bereich D. Auf eine Erhöhung des Winddruckbeiwerts infolge kleinerer Einzugsflächen wurde vereinfachend verzichtet.
- Als charakteristische Schneelast wurde eine Bandbreite von $0,65 \text{ kN/m}^2$ bis $3,05 \text{ kN/m}^2$ (in der Ergebnisdiskussion zusätzlich bis $4,50 \text{ kN/m}^2$) betrachtet. Nach DIN EN 1991-1-3/NA, NDP zu 4.1(1), entsprechen $0,65 \text{ kN/m}^2$ und $0,85 \text{ kN/m}^2$ den Sockelbeträgen der Schneelastzonen 1 respektive 2. $1,60 \text{ kN/m}^2$ entsprechen der Schneelast auf 500 m für Schneelastzone 2, $3,05 \text{ kN/m}^2$ auf 600 m über Meeresniveau für Schneelastzone 3 bzw. auf 780 m für Schneelastzone 2. $4,50 \text{ kN/m}^2$ treten auf 1000 m über Meeresniveau für Schneelastzone 2 bzw. auf 770 m für Schneelastzone 3 auf. Der Formbeiwert μ_1 wurde pauschal auf 0,8 gesetzt. Damit deckt er entsprechend DIN EN 1991-1-3, Tabelle 5.2, Pult- und Satteldächer mit einem Neigungswinkel bis zu 30° ab.

A.2 Analytische Schnittgrößen eines Dachelements als Einfeldträger mit Einzellast in Feldmitte (Ersatzträger)

In Davies (2001a, Abschnitt 9.3.2, S. 208) ist die analytische Lösung für einen Einfeldträger mit einer Einzellast F an beliebiger Stelle $x = e$ bzw. $\varepsilon = e/L$ gegeben. Der Sandwichanteil des Biegemoments an der Stelle $\xi = x/L$ ergibt sich zu (Davies 2001a, Gleichung (9.79) und (9.80)):

$$0 \leq \xi \leq \varepsilon: \quad M_S = FL \frac{1}{1 + \alpha} \left((1 - \varepsilon)\xi - \frac{\sinh(\lambda(1 - \varepsilon))}{\lambda \sinh(\lambda)} \sinh(\lambda\xi) \right) \quad (\text{A.1})$$

$$\varepsilon \leq \xi \leq 1: \quad M_S = FL \frac{1}{1 + \alpha} \left(\varepsilon(1 - \xi) - \frac{\sinh(\lambda\varepsilon)}{\lambda \sinh(\lambda)} \sinh(\lambda(1 - \xi)) \right) \quad (\text{A.2})$$

Dabei sind:

$$\alpha = \frac{B_{F1}}{B_S}, \quad \gamma = \frac{B_S}{A_C G_C L^2}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{1 + \alpha}{\alpha \cdot \gamma}} \quad (\text{A.3})$$

Für den Sonderfall des Moments und der Einzellast in Feldmitte ($\xi = \varepsilon = 0,5$) gilt:

$$M_S = FL \frac{1}{1 + \alpha} \left(\frac{1}{4} - \frac{\sinh^2(\lambda/2)}{\lambda \sinh(\lambda)} \right) = \frac{FL}{4} \underbrace{\frac{1}{1 + \alpha} \left(1 - \frac{2 \tanh(\lambda/2)}{\lambda} \right)}_{:= \varepsilon_{\text{EST}}} \quad (\text{A.4})$$

Das Deckschichtmoment kann durch $M_{F1} = M - M_S$ bestimmt werden. Die Querkräfte und Vertikalverformungen sind ebenfalls in Davies (2001a, Abschnitt 9.3.2, S. 208 f.) angegeben. Das Sandwichmoment findet sich auch in DIN EN 14509, Abschnitt A.7.5, wieder. Der dort angegebene Anteil für die Grenzlast entspricht dem Term nach dem ersten Gleichheitszeichen von Gleichung (A.4). In DIN EN 14509 ist die Setzung des Quadrats bei der Funktion „sinh“ optisch irreführend. Der Ersatzträger mit zwei Einzellasten jeweils halber Größe an den Rändern der Lasteinleitung lässt sich durch entsprechende Wahl von ε anhand der Gleichungen (A.1) und (A.2) berechnen.

A.3 Auflistung der äquivalenten Ersatzträgerlängen in Abhängigkeit von Spannweite und Belastung

Nachfolgend werden alle in Abbildung 6.4 aufgeführten äquivalenten Ersatzträgerlängen aufgelistet. Die Darstellung erfolgt in Abhängigkeit von der Einzelspannweite des zugrundeliegenden Systems und der äußeren Belastung in Form von Wind bzw. Schnee. Die Aufteilung nach Elementtyp und statischem System wurde beibehalten. Die geringe Deckschichtdicke ist durch „I“, die große durch „II“ gekennzeichnet. Einzelne Kombinationen aus System und Belastung sind mit einem Querstrich versehen. Dies betrifft die Kombinationen, die nicht in die in Abschnitt 6.1.1 aufgeführten Nachweisgrenzen fallen (zu niedrige oder zu hohe Auslastung) oder entsprechend der Klassifizierung aus Abschnitt 6.1.2 nicht maßgebend werden. Alle anderen Werte werden angegeben, wobei die Farbkodierung aus Abbildung 6.4 übernommen wurde:

- Blaue Zahlen: Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee wird infolge des Stützmoments maßgebend bzw. Leiteinwirkung Temperatur wird maßgebend.
- Orange umrahmte Zahlen: Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee und Leiteinwirkung Temperatur werden eventuell maßgebend. Für eine einzelne Kombination aus System und Belastung werden Längen für beide Leiteinwirkungen angegeben.
- Rote Zahlen: Leiteinwirkung Wind bzw. Schnee wird infolge der Zwischenauflegerkraft maßgebend.

A.3 Auflistung der äquivalenten Ersatzträgerlängen in Abhängigkeit von Spannweite und Belastung

Tabelle A.2: Wand: Äquivalente Ersatzträgerlängen in m bei 40 mm durchgehender Elementdicke.

	w_k in N/mm ²	LE Wind					LE Temperatur				
		Einzelspannweite					Einzelspannweite				
		2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m
40 I, 2FT	0,50	-	-	-	-	-	2,73	3,34	3,69	-	-
	0,65	-	-	2,29	-	-	2,52	3,02	3,32	-	-
	0,80	-	-	2,16	-	-	2,34	2,78	-	-	-
	0,95	-	1,75	-	-	-	2,20	2,59	-	-	-
40 II, 2FT	0,50	-	-	-	-	-	2,93	3,74	4,22	4,54	-
	0,65	-	-	-	-	-	2,73	3,41	3,81	-	-
	0,80	-	-	2,37	-	-	2,56	3,15	3,50	-	-
	0,95	-	-	2,24	-	-	2,41	2,94	3,27	-	-
40 I, 3FT	0,50	-	-	2,57	2,75	-	4,08	4,27	4,25	-	-
	0,65	-	-	2,32	2,54	-	3,60	3,70	3,69	-	-
	0,80	-	1,97	2,16	-	-	3,24	3,30	-	-	-
	0,95	-	1,83	2,04	-	-	2,96	3,01	-	-	-
40 II, 3FT	0,50	-	-	-	3,16	3,34	4,69	5,16	5,22	5,19	-
	0,65	-	-	2,69	2,86	-	4,20	4,50	4,52	-	-
	0,80	-	-	2,46	2,66	-	3,82	4,03	4,04	-	-
	0,95	-	-	2,30	-	-	3,51	3,67	3,69	-	-

Tabelle A.3: Wand: Äquivalente Ersatzträgerlängen in m bei 120 mm durchgehender Elementdicke.

	w_k in N/mm ²	LE Wind					LE Temperatur				
		Einzelspannweite					Einzelspannweite				
		2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m
120 I, 2FT	0,50	-	-	-	-	-	-	4,34	5,16	5,74	6,15
	0,65	-	-	-	-	-	-	4,03	4,73	5,20	5,55
	0,80	-	-	-	-	3,47	-	3,77	4,38	4,79	5,10
	0,95	-	-	-	-	3,29	-	3,55	4,09	4,47	4,76
120 II, 2FT	0,50	-	-	-	-	-	-	4,59	5,62	6,39	6,97
	0,65	-	-	-	-	-	-	4,31	5,20	5,85	6,32
	0,80	-	-	-	-	-	-	4,06	4,85	5,41	5,83
	0,95	-	-	-	-	-	-	3,85	4,56	5,06	5,43
120 I, 3FT	0,50	-	-	-	-	-	5,61	6,83	7,33	7,47	7,48
	0,65	-	-	-	-	3,90	5,17	6,11	6,43	6,49	6,48
	0,80	-	-	-	-	3,58	4,79	5,54	5,76	5,79	5,80
	0,95	-	-	-	3,17	3,36	4,48	5,09	5,24	5,27	-
120 II, 3FT	0,50	-	-	-	-	-	6,00	7,69	8,60	9,01	9,15
	0,65	-	-	-	-	-	5,60	6,98	7,64	7,89	7,95
	0,80	-	-	-	-	-	5,24	6,41	6,90	7,06	7,10
	0,95	-	-	-	-	3,86	4,94	5,93	6,31	6,43	6,46

Tabelle A.4: Wand: Äquivalente Ersatzträgerlängen in m bei 200 mm durchgehender Elementdicke.

	w_k in N/mm ²	LE Wind					LE Temperatur				
		Einzelspannweite					Einzelspannweite				
		2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m
200 I, 2FT	0,50	-	-	-	-	-	-	4,65	5,73	6,56	7,19
	0,65	-	-	-	-	-	-	4,37	5,31	6,01	6,53
	0,80	-	-	-	-	-	-	4,13	4,97	5,58	6,03
	0,95	-	-	-	-	-	-	3,92	4,68	5,22	5,62
200 II, 2FT	0,50	-	-	-	-	-	-	-	6,08	7,11	7,94
	0,65	-	-	-	-	-	-	-	5,70	6,59	7,29
	0,80	-	-	-	-	-	-	-	5,36	6,16	6,77
	0,95	-	-	-	-	-	-	4,14	5,08	5,79	6,34
200 I, 3FT	0,50	-	-	-	-	-	-	7,90	8,93	9,44	9,64
	0,65	-	-	-	-	-	-	7,20	7,97	8,29	8,39
	0,80	-	-	-	-	-	-	6,63	7,22	7,43	7,49
	0,95	-	-	-	-	-	-	6,15	6,62	6,77	6,82
200 II, 3FT	0,50	-	-	-	-	-	-	8,60	10,10	11,02	11,53
	0,65	-	-	-	-	-	-	7,94	9,15	9,81	10,14
	0,80	-	-	-	-	-	-	7,39	8,38	8,88	9,10
	0,95	-	-	-	-	-	-	6,92	7,74	8,14	8,29

Tabelle A.5: Dach: Äquivalente Ersatzträgerlängen in m bei 30 mm durchgehender Elementdicke.

	s_k in N/mm ²	LE Schnee					LE Temperatur				
		Einzelspannweite					Einzelspannweite				
		1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m
30 I, 2FT	0,65	-	-	2,32	2,52	-	-	4,63	5,90	-	-
	0,85	-	-	2,14	-	-	-	4,63	5,90	-	-
	1,60	-	1,58	-	-	-	-	4,63	-	-	-
	3,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
30 II, 2FT	0,65	-	-	-	2,80	-	-	4,60	5,86	6,71	-
	0,85	-	-	2,40	-	-	-	4,60	5,86	-	-
	1,60	-	1,79	-	-	-	-	4,60	-	-	-
	3,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
30 I, 3FT	0,65	-	-	2,49	2,56	-	-	8,09	9,29	-	-
	0,85	-	2,28	2,25	-	-	-	8,09	9,29	-	-
	1,60	-	1,75	-	-	-	-	8,09	-	-	-
	3,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
30 II, 3FT	0,65	-	-	2,92	2,93	-	-	8,00	9,28	9,63	-
	0,85	-	-	2,63	-	-	-	8,00	9,28	-	-
	1,60	-	2,07	-	-	-	-	8,00	-	-	-
	3,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabelle A.6: Dach: Äquivalente Ersatzträgerlängen in m bei 80 mm durchgehender Elementdicke.

	s_k in N/mm ²	LE Schnee Einzelspannweite					LE Temperatur Einzelspannweite				
		1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m
80 I, 2FT	0,65	-	-	-	2,76	3,03	-	3,91	5,33	6,45	-
	0,85	-	-	-	2,55	2,83	-	3,91	5,33	6,45	-
	1,60	-	-	1,85	2,14	-	-	3,91	5,33	-	-
	3,05	-	1,24	-	-	-	-	3,91	-	-	-
80 II, 2FT	0,65	-	-	-	-	3,32	-	-	5,33	6,49	7,40
	0,85	-	-	-	-	3,08	-	-	5,33	6,49	7,40
	1,60	-	-	2,02	2,31	-	-	5,33	-	-	-
	3,05	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
80 I, 3FT	0,65	-	-	-	3,00	3,13	-	7,08	8,98	10,00	-
	0,85	-	-	2,62	2,72	2,88	-	7,08	8,98	-	-
	1,60	-	1,90	2,02	2,20	-	-	7,08	-	-	-
	3,05	-	1,44	-	-	-	-	-	-	-	-
80 II, 3FT	0,65	-	-	-	3,49	3,58	-	7,09	9,11	10,28	10,86
	0,85	-	-	-	3,14	3,26	-	7,09	9,11	10,28	-
	1,60	-	-	2,34	2,49	-	-	7,09	9,11	-	-
	3,05	-	1,66	-	-	-	-	7,09	-	-	-

Tabelle A.7: Dach: Äquivalente Ersatzträgerlängen in m bei 140 mm durchgehender Elementdicke.

	s_k in N/mm ²	LE Schnee Einzelspannweite					LE Temperatur Einzelspannweite				
		1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	1 m	2 m	3 m	4 m	5 m
140 I, 2FT	0,65	-	-	-	-	3,31	-	-	5,24	6,50	7,51
	0,85	-	-	-	-	3,06	-	-	5,24	6,50	7,51
	1,60	-	-	1,91	2,24	-	-	5,24	-	-	-
	3,05	-	-	1,54	-	-	-	-	-	-	-
140 II, 2FT	0,65	-	-	-	-	-	-	-	5,24	6,55	7,64
	0,85	-	-	-	-	-	-	-	5,24	6,55	7,64
	1,60	-	-	-	2,41	2,74	-	-	5,24	6,55	-
	3,05	-	-	1,63	-	-	-	-	5,24	-	-
140 I, 3FT	0,65	-	-	-	3,52	3,63	-	6,94	9,17	10,59	11,40
	0,85	-	-	-	3,15	3,29	-	6,94	9,17	10,59	-
	1,60	-	-	2,27	2,45	2,66	-	6,94	9,17	-	-
	3,05	-	1,53	1,75	-	-	-	6,94	-	-	-
140 II, 3FT	0,65	-	-	-	-	4,20	-	-	9,31	10,94	11,95
	0,85	-	-	-	-	3,78	-	-	9,31	10,94	11,95
	1,60	-	-	2,62	2,80	2,98	-	-	9,31	10,94	-
	3,05	-	-	1,96	-	-	-	-	-	-	-

B Kennwerte und zusätzliche Informationen zu den Versuchsserien 1 bis 14

Nachfolgend werden die Eigenschaften und ausgewählte Versuchsergebnisse der Versuchsserien 1 bis 14 in Tabelle B.1 aufgelistet. Tabelle B.2 enthält Angaben zu den nichtlinearen Kerneigenschaften sowie zu den berechneten wirksamen Querschnittswerten und Imperfektionen. Die abschließende Tabelle B.3 gibt einen Überblick über die Ergebnisse der numerischen Berechnungen. Für Daten und Versuchsergebnisse der Ersatzträgerversuche der Serien 1 und 2 mit 80 mm bzw. 30 mm Nenndicke wird auf die Tabellen 7.2, 7.8, 7.11 und 7.14 verwiesen. Entsprechend der Einstufung aus Abschnitt 7.3.2 sind einige Elemente mit einem Stern oder zwei Sternen gekennzeichnet. Ein Stern bedeutet, dass die Verformungsabweichung zwischen Versuch und Berechnung bei ca. 5 % bis 10 % lag. Bei zwei Sternen betrug die Abweichung ca. 10 % bis 15 %.

In den Tabellen nicht angegebene Werte wurden entweder nicht erhoben oder traten nicht auf. Die Zahlen wurden mit der als sinnvoll erachteten Genauigkeit angegeben, wobei im Zweifel zugunsten einer höheren Anzahl an gültigen Stellen entschieden wurde, um eine mögliche Nachrechnung zu vereinfachen. Dies betrifft beispielsweise die Deckschichtdicken, die Steifigkeitsmodule des Kerns und die Flächenträgheitsmomente profilierter Deckschichten. Bei den Berechnungen dieser Arbeit wurde immer mit der voll verfügbaren Anzahl an Stellen gerechnet. Die angegebenen Flächenträgheitsmomente wurden bei voll wirksamen Querschnitt berechnet. Für die Dachelemente wurde dabei die Überlappung der Deckschichten an den Elementstößen einbezogen. Sofern diese Überlappung nicht im Rahmen der Zulassung vermessen wurden, wurden die dazu notwendigen Maße den Zulassungen entnommen bzw. anhand des vorhandenen Fotomaterials bestimmt. Als Versagen trat für die Versuche der Serie 2 mit 140 mm Nenndicke und für die Versuche der Serien 3 bis 14 einheitlich Knittern der gedrückten Deckschicht auf. Dies gilt sowohl für die Ersatz- als auch für die Knitterspannungsversuche. Das Verhältnis zwischen maximalem Sandwichmoment und simulierter Mittelauflegerkraft wurde vereinfachend als gemittelter Wert für alle drei Versuche angegeben. Die angegebenen gestörten und ungestörten Knitterspannungen enthalten bereits den Anteil aus Eigengewicht. Für die gestörte Knitterspannung wurde der Doppelauflegeransatz zugrunde gelegt. Für die Linierung der Deckschichten gelten folgende Abkürzungen:

E	eben
S	gesickt
ML	mikroliniert
FW	flach gewellt
L	liniert
DP	dachprofilert

Tabelle B.1: Eigenschaften und Versuchsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente.

Serie	–	1	1	2	2	2	3	*3
Elementtyp	–	Wand	Dach	Wand	Wand	Dach	Wand	Wand
Nennstärke	mm	80	80	40	140	30	40	200
Hersteller	–	Fischer	Fischer	1	1	1	2	2
Kern	–	PUR	PUR	PUR	PUR	PUR	PIR	PIR
Seite 1 / 2	–	L / L	DP / L	L / L	L / L	DP / L	L / L	L / L
Druckseite	–	2	2	2	1	2	2	2
B	mm	1100	996	1099	1003	1001	1183	1180
g	N/m	125	114	110	143	100	120	191
b_{1a}	mm	48,6	48,6	48,1	48,0	48,5	51,8	51,6
b_{1b}	mm	48,6	48,6	48,1	48,0	48,5	15,9	16,2
b_{1c}	mm	7,2	6,6	7,0	7,1	6,5	4,0	4,2
d_{11}	mm	0,71	29,42	0,61	0,68	29,63	0,20	0,21
d_{12}	mm	0,71	10,42	0,61	0,68	10,30	0,59	0,62
B_1	mm	1106	1206	1103	1008	1201	1188	1185
t_1	mm	0,490	0,480	0,507	0,487	0,487	0,557	0,553
$R_{eh,1}$	N/mm ²	411	432	419	457	420	407	424
$R_{p0,2,1}$	N/mm ²	394	402	395	432	395		
I_{F1}	mm ⁴	267	137000	207	222	136000	90	98
b_{2a}	mm	48,4	48,3	48,4	48,3	48,2	50,6	50,6
b_{2b}	mm	48,4	48,3	48,4	48,3	48,2	15,9	16,3
b_{2c}	mm	6,9	7,2	6,7	6,8	6,8	5,1	5,2
d_{21}	mm	0,72	0,59	0,58	0,65	0,56	0,75	0,76
d_{22}	mm	0,72	0,59	0,58	0,65	0,56	0,26	0,27
B_2	mm	1106	1000	1103	1008	1004	1189	1186
t_2	mm	0,457	0,387	0,430	0,440	0,420	0,450	0,456
$R_{eh,2}$	N/mm ²	403	413	419	398	397	403	448
$R_{p0,2,2}$	N/mm ²	399	405	395	394	383		
I_{F2}	mm ⁴	258	131	157	183	130	107	113
f_{Cv}	N/mm ²	0,165	0,156	0,154	0,138	0,130	0,159	0,099
$s_{f_{Cv}}$	N/mm ²	0,010	0,006	0,015	0,005	0,012	0,007	0,001
f_{Ct}	N/mm ²	0,162	0,159	0,152	0,097	0,112	0,149	0,112
$s_{f_{Ct}}$	N/mm ²	0,015	0,018	0,050	0,016	0,022	0,020	0,007
f_{Cc}	N/mm ²	0,142	0,154	0,131	0,156	0,117	0,146	0,128
$s_{f_{Cc}}$	N/mm ²	0,001	0,002	0,003	0,005	0,012	0,006	0,003
G_C	N/mm ²	3,87	3,83	3,57	3,43	2,64	3,85	2,84
s_{G_C}	N/mm ²	0,23	0,22	0,10	0,19	0,26	0,26	0,06
E_{Ct}	N/mm ²	6,86	6,23	4,37	5,38	2,64	4,55	4,98
$s_{E_{Ct}}$	N/mm ²	0,20	0,54	1,04	0,47	0,27	0,48	0,75
E_{Cc}	N/mm ²	4,12	4,82	3,81	4,96	2,68	4,30	3,99
$s_{E_{Cc}}$	N/mm ²	0,05	0,17	0,33	0,21	0,29	0,23	0,16
ρ_C	kg/m ³	39,0	38,1	37,1	37,7	37,5	38,6	37,8
e	mm	76,9	88,3	38,1	138,6	39,1	39,5	199,3
L_{EST}	mm				5900		3900	5900
L_S	mm				60		80	80
mittl. M_S/R	mm				1564		1034	1548
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²				166		143	122
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²				157		140	131
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²				161		138	131
σ_w	N/mm ²	182	207	175	204	150	173	155
σ_w	N/mm ²		210	179	200	146		165
σ_w	N/mm ²			171	196	148		161

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.1 Fortsetzung: Eigenschaften und Versuchsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente.

Serie	–	3	4	4	*5	**5	6	**6
Elementtyp	–	Dach	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand
Nennstärke	mm	30	40	100	30	200	30	240
Hersteller	–	2	1	1	3	3	4	4
Kern	–	PIR	PUR	PUR	PUR	PUR	PIR	PIR
Seite 1 / 2	–	DP / L	L / L	L / L	L / L	L / L	L / L	L / L
Druckseite	–	2	2	2	1	1	2	2
B	mm	1041	1100	1093	1145	1150	1183	1210
g	N/m	111	110	135	99	172	106	203
b_{1a}	mm	0,0	49,2	48,3	43,1	43,2	21,3	21,2
b_{1b}	mm	0,0	49,2	48,3	43,1	43,2	21,3	21,2
b_{1c}	mm	0,0	6,2	7,1	12,5	12,3	6,8	7,0
d_{11}	mm	33,60	0,84	0,70	0,71	1,03	0,41	0,40
d_{12}	mm	6,36	0,84	0,70	0,71	1,03	0,41	0,40
B_1	mm	1195	1109	1099	1149	1158	1188	1214
t_1	mm	0,556	0,480	0,490	0,417	0,417	0,487	0,483
$R_{eh,1}$	N/mm ²	426	418	439	393	398	415	410
$R_{p0,2,1}$	N/mm ²			434	387	384	382	393
I_{F1}	mm ⁴	107700	365	262	227	470	99	96
b_{2a}	mm	50,5	49,3	48,3	43,1	43,4	21,3	21,2
b_{2b}	mm	16,4	49,3	48,3	43,1	43,4	21,3	21,2
b_{2c}	mm	5,2	6,2	7,1	12,3	12,1	6,8	7,0
d_{21}	mm	0,76	0,53	0,59	0,37	0,55	0,28	0,33
d_{22}	mm	0,27	0,53	0,59	0,37	0,55	0,28	0,33
B_2	mm	1047	1104	1097	1146	1152	1185	1213
t_2	mm	0,460	0,430	0,440	0,410	0,413	0,360	0,363
$R_{eh,2}$	N/mm ²	429	369	364	421	403	402	406
$R_{p0,2,2}$	N/mm ²				392	393	394	394
I_{F2}	mm ⁴	101	135	168	66	137	34	47
f_{Cv}	N/mm ²	0,143	0,190	0,155	0,113	0,091	0,167	0,120
$s_{f_{Cv}}$	N/mm ²	0,021	0,007	0,006	0,010	0,003	0,015	0,013
f_{Ct}	N/mm ²	0,107	0,150	0,145	0,119	0,090	0,122	0,091
$s_{f_{Ct}}$	N/mm ²	0,023	0,034	0,014	0,007	0,010	0,018	0,010
f_{Cc}	N/mm ²	0,093	0,193	0,134	0,099	0,098	0,191	0,155
$s_{f_{Cc}}$	N/mm ²	0,006	0,011	0,005	0,005	0,004	0,038	0,002
G_C	N/mm ²	5,13	5,09	4,04	3,16	2,49	4,74	2,88
s_{G_C}	N/mm ²	1,43	0,23	0,10	0,18	0,07	0,17	0,09
E_{Ct}	N/mm ²	2,53	5,84	4,83	2,17	2,99	4,45	4,39
$s_{E_{Ct}}$	N/mm ²	0,86	0,33	0,38	0,31	0,18	0,95	0,38
E_{Cc}	N/mm ²	1,65	4,28	3,97	1,94	3,29	5,33	3,77
$s_{E_{Cc}}$	N/mm ²	0,42	0,43	0,18	0,24	0,18	1,41	0,14
ρ_C	kg/m ³	38,6	37,6	38,6	39,1	37,3	41,1	37,8
e	mm	36,3	38,9	98,7	29,3	193,9	30,6	236,2
L_{EST}	mm	3900	3900	5900	2900	5900	3900	6900
L_S	mm	80	80	80	80	80	80	80
mittl. M_S/R	mm	691	1035	1588	742	1546	1070	1878
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	115	149	149	150	136	151	124
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	114	149	145	145	138	150	131
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	113	145	150	146	135	127	123
σ_w	N/mm ²	139	185	196	155	181	182	154
σ_w	N/mm ²	139	179	192	156	178	212	180
σ_w	N/mm ²	142	188	197	164	173	209	165

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.1 Fortsetzung: Eigenschaften und Versuchsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente.

Serie	–	7	**7	8	*9	**9	**9	**9
Elementtyp	–	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand
Nennstärke	mm	40	200	150	60	140	60	140
Hersteller	–	5	5	6	7	7	7	7
Kern	–	PUR	PUR	PUR	PUR	PUR	PUR	PUR
Seite 1 / 2	–	ML / L	ML / L	ML / L	FW / S	FW / S	L / L	L / L
Druckseite	–	2	2	2	2	2	2	2
B	mm	1095	1105	998	1000	1000	1000	1000
g	N/m	93	166	145	109	138	109	139
b_{1a}	mm	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	80,4	80,3
b_{1b}	mm	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	37,4	37,4
b_{1c}	mm	15,9	16,1	15,9	60,3	60,4	6,7	6,7
d_{11}	mm	0,38	0,38	0,23	0,40	0,47	0,28	0,27
d_{12}	mm	0,38	0,38	0,23	0,40	0,47	0,56	0,55
B_1	mm	1100	1110	1000	1000	1000	1002	1002
t_1	mm	0,410	0,430	0,473	0,440	0,440	0,440	0,440
$R_{eh,1}$	N/mm ²		368		369	383	371	374
$R_{p0,2,1}$	N/mm ²	350	361	403	358	367	359	360
I_{F1}	mm ⁴	27	30	17	31	40	73	70
b_{2a}	mm	50,1	50,1	45,6	147,8	147,9	80,0	80,0
b_{2b}	mm	50,1	50,1	39,1	0,0	0,0	37,5	37,4
b_{2c}	mm	4,0	4,0	5,6	4,5	4,4	6,4	6,4
d_{21}	mm	0,13	0,19	0,40	0,95	1,02	0,80	0,77
d_{22}	mm	0,13	0,19	0,35	0,02	0,02	0,39	0,37
B_2	mm	1095	1106	1000	1003	1003	1003	1003
t_2	mm	0,330	0,380	0,470	0,440	0,440	0,440	0,440
$R_{eh,2}$	N/mm ²	353	398	395	379	368	378	381
$R_{p0,2,2}$	N/mm ²	335	383	420	369	366	371	372
I_{F2}	mm ⁴	9	19	72	11	12	139	128
f_{Cv}	N/mm ²	0,175	0,101	0,141	0,154	0,118	0,144	0,107
$s_{f_{Cv}}$	N/mm ²	0,020	0,003	0,008	0,003	0,011	0,007	0,002
f_{Ct}	N/mm ²	0,125	0,135	0,139	0,152	0,134	0,146	0,116
$s_{f_{Ct}}$	N/mm ²	0,011	0,009	0,015	0,029	0,023	0,015	0,023
f_{Cc}	N/mm ²	0,168	0,162	0,132	0,128	0,139	0,109	0,109
$s_{f_{Cc}}$	N/mm ²	0,029	0,003	0,008	0,003	0,006	0,014	0,025
G_C	N/mm ²	4,20	3,23	3,60	4,32	3,42	4,14	3,30
s_{G_C}	N/mm ²	1,01	0,04	0,18	0,10	0,19	0,10	0,14
E_{Ct}	N/mm ²	4,94	6,09	3,62	4,62	5,92	4,05	5,36
$s_{E_{Ct}}$	N/mm ²	0,96	0,15	0,15	0,53	0,61	0,31	0,80
E_{Cc}	N/mm ²	4,14	5,50	3,61	3,25	4,23	3,33	3,84
$s_{E_{Cc}}$	N/mm ²	1,09	0,05	0,28	0,26	0,23	0,46	0,88
ρ_C	kg/m ³	40,4	37,2	40,8	38,9	37,8	38,7	37,8
e	mm	38,6	201,4	149,0	59,4	138,6	59,2	139,2
L_{EST}	mm	3900	5900	5900	3900	5900	3900	5900
L_S	mm	80	80	80	60	60	60	60
mittl. M_S/R	mm	1054	1599	1561	1016	1608	1010	1580
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	133	92	131	143	93	166	129
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	135	97	133	144	117	155	126
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	134	95	136	145	111	158	133
σ_w	N/mm ²	149	148	151	192	153	215	190
σ_w	N/mm ²	149	139	169	196	120	216	169
σ_w	N/mm ²	152	139	161	205	169	212	150

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.1 Fortsetzung: Eigenschaften und Versuchsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente.

Serie	–	10	**10	10	**10	10	10	11
Elementtyp	–	Wand	Wand	Wand	Wand	Dach	Dach	Wand
Nennstärke	mm	40	200	40	200	40	150	40
Hersteller	–	8	8	8	8	8	8	9
Kern	–	PUR	PUR	PUR	PUR	PUR	PUR	PIR
Seite 1 / 2	–	ML / E	ML / E	L / L	L / L	DP / L	DP / L	ML / L
Druckseite	–	2	2	2	2	2	2	2
B	mm	1154	1150	1148	1150	1000	1000	1000
g	N/m	106	174	106	174	103	144	134
b_{1a}	mm	0,0	0,0	44,1	44,0	0,0	0,0	0,0
b_{1b}	mm	0,0	0,0	44,4	44,2	0,0	0,0	0,0
b_{1c}	mm	14,9	14,8	11,2	11,1	0,0	0,0	15,9
d_{11}	mm	0,30	0,28	0,70	0,76	34,56	34,37	0,43
d_{12}	mm	0,30	0,28	0,70	0,76	10,19	10,02	0,43
B_1	mm	1158	1153	1152	1155	1244	1245	1006
t_1	mm	0,500	0,510	0,500	0,507	0,503	0,507	0,707
$R_{eh,1}$	N/mm ²	343	408	361	439	346	398	
$R_{p0,2,1}$	N/mm ²	334	406	349	421	338	387	363
I_{F1}	mm ⁴	29	28	272	324	160100	158300	73
b_{2a}	mm	0,0	0,0	44,0	44,0	29,3	29,5	44,1
b_{2b}	mm	0,0	0,0	44,4	44,1	29,7	30,6	43,2
b_{2c}	mm	0,0	0,0	11,2	11,1	6,4	6,2	6,9
d_{21}	mm	0,00	0,00	0,64	0,72	0,68	0,65	0,48
d_{22}	mm	0,00	0,00	0,65	0,72	0,68	0,68	0,48
B_2	mm	1154	1150	1151	1154	1008	1008	1003
t_2	mm	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,367	0,700
$R_{eh,2}$	N/mm ²	403	387	407	403	357	376	377
$R_{p0,2,2}$	N/mm ²	395	383	391	391	349	347	356
I_{F2}	mm ⁴	4	4	164	203	160	157	182
f_{Cv}	N/mm ²	0,176	0,097	0,182	0,101	0,202	0,138	0,188
$s_{f_{Cv}}$	N/mm ²	0,005	0,004	0,006	0,003	0,010	0,007	0,015
f_{Ct}	N/mm ²	0,082	0,086	0,131	0,087	0,106	0,074	0,109
$s_{f_{Ct}}$	N/mm ²	0,019	0,015	0,034	0,008	0,012	0,013	0,014
f_{Cc}	N/mm ²	0,126	0,094	0,130	0,097	0,125	0,133	0,147
$s_{f_{Cc}}$	N/mm ²	0,004	0,004	0,010	0,006	0,006	0,010	0,003
G_C	N/mm ²	4,23	2,52	4,10	2,52	3,81	2,80	4,01
s_{G_C}	N/mm ²	0,33	0,08	0,26	0,18	0,10	0,07	0,29
E_{Ct}	N/mm ²	3,17	2,62	3,54	2,47	4,21	3,29	3,40
$s_{E_{Ct}}$	N/mm ²	0,29	0,17	0,52	0,17	0,50	0,28	0,47
E_{Cc}	N/mm ²	3,87	2,64	3,57	2,68	3,61	3,87	3,70
$s_{E_{Cc}}$	N/mm ²	0,12	0,38	0,38	0,15	0,28	0,50	0,53
ρ_C	kg/m ³	38,3	37,5	38,6	37,6	37,7	38,1	39,2
e	mm	39,4	195,9	38,5	194,9	50,2	156,8	37,9
L_{EST}	mm	3900	5900	3900	5900	4900	5900	3900
L_S	mm	60	60	60	60	60	60	60
mittl. M_S/R	mm	1082	1597	1045	1566	891	1433	1036
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	111	103	152	136	146	107	135
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	108	109	156	142	147	122	126
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	107	115	156	135	143	113	133
σ_w	N/mm ²	149	142	212	180	202	164	152
σ_w	N/mm ²	145	139	223	177	224	162	161
σ_w	N/mm ²	142	130	217	181	219	158	155

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.1 Fortsetzung: Eigenschaften und Versuchsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente.

Serie	–	**11	*12	**12	13	*13	**14	*14
Elementtyp	–	Dach	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand
Nennstärke	mm	140	80	200	40	200	80	200
Hersteller	–	9	10	10	11	11	10	10
Kern	–	PIR	PIR	PIR	PIR	PIR	PIR	PIR
Seite 1 / 2	–	DP / L	ML / L	ML / L	ML / L	ML / L	ML / L	ML / L
Druckseite	–	2	2	2	2	2	2	2
B	mm	1001	1150	1150	1150	1150	1000	1000
g	N/m	131	147	195	117	187	131	180
b_{1a}	mm	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
b_{1b}	mm	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
b_{1c}	mm	0,0	19,4	19,4	12,0	12,0	20,5	20,5
d_{11}	mm	26,14	0,31	0,30	0,13	0,13	0,25	0,27
d_{12}	mm	8,91	0,31	0,30	0,13	0,13	0,25	0,27
B_1	mm	1201	1152	1152	1151	1151	1001	1001
t_1	mm	0,470	0,550	0,543	0,480	0,480	0,540	0,540
$R_{eh,1}$	N/mm ²	383	344	351	413	394	398	407
$R_{p0,2,1}$	N/mm ²	371	328	336	400	386	390	391
I_{F1}	mm ⁴	101400	36	34	13	14	24	26
b_{2a}	mm	42,6	22,0	22,1	72,8	73,1	21,1	21,1
b_{2b}	mm	42,7	21,5	21,5	75,1	75,0	21,0	21,0
b_{2c}	mm	7,0	5,7	5,7	16,1	15,7	6,1	6,1
d_{21}	mm	0,14	1,09	1,12	0,29	0,29	1,02	1,09
d_{22}	mm	0,15	1,07	1,10	0,30	0,29	1,01	1,09
B_2	mm	1001	1184	1186	1150	1150	1026	1029
t_2	mm	0,310	0,550	0,543	0,480	0,480	0,560	0,560
$R_{eh,2}$	N/mm ²	398	346	365	425	434	364	364
$R_{p0,2,2}$	N/mm ²	396	325	345	400	410	360	357
I_{F2}	mm ⁴	9	704	734	55	54	548	630
f_{Cv}	N/mm ²	0,119	0,154	0,097	0,171	0,097	0,141	0,116
$s_{f_{Cv}}$	N/mm ²	0,006	0,020	0,006	0,007	0,005	0,005	0,005
f_{Ct}	N/mm ²	0,060	0,110	0,094	0,120	0,134	0,100	0,107
$s_{f_{Ct}}$	N/mm ²	0,018	0,019	0,010	0,022	0,010	0,019	0,018
f_{Cc}	N/mm ²	0,075	0,117	0,094	0,190	0,187	0,069	0,142
$s_{f_{Cc}}$	N/mm ²	0,002	0,050	0,004	0,013	0,003	0,007	0,007
G_C	N/mm ²	2,96	3,61	2,71	4,36	3,63	2,87	3,30
s_{G_C}	N/mm ²	0,25	0,61	0,07	0,36	0,12	0,17	0,14
E_{Ct}	N/mm ²	2,97	4,59	3,70	4,03	6,48	2,66	5,23
$s_{E_{Ct}}$	N/mm ²	0,54	0,79	0,38	0,54	0,38	0,64	0,70
E_{Cc}	N/mm ²	2,27	3,29	2,67	5,86	5,78	1,78	4,11
$s_{E_{Cc}}$	N/mm ²	0,06	1,70	0,15	0,47	0,21	0,34	0,33
ρ_C	kg/m ³	38,6	38,1	36,7	38,8	38,6	40,1	40,4
e	mm	147,9	77,5	196,4	39,9	198,2	78,2	202,0
L_{EST}	mm	5900	4900	5900	3900	5900	4900	5900
L_S	mm	60	60	60	60	60	60	60
mittl. M_S/R	mm	1541	1275	1536	1050	1593	1271	1532
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	90	172	137	118	88	187	144
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	91	172	134	122	89	177	150
$\sigma_{w,red}$	N/mm ²	87	172	136	116	90	184	139
σ_w	N/mm ²	103	235	172	143	110	229	188
σ_w	N/mm ²	110	234	173	145	108	243	183
σ_w	N/mm ²	126	224	174	143	109	230	179

Tabelle B.2: Nichtlineare Kerneigenschaften, wirksame Querschnittswerte der gedrückten Deckschicht und Imperfektionen der betrachteten Sandwichelemente.

Serie		1	1	2	2	2	3	*3	3
Elementtyp	–	Wand	Dach	Wand	Wand	Dach	Wand	Wand	Dach
Nenndicke	in mm	80	80	40	140	30	40	200	30
Linierung	–	L	L	L	L	L	L	L	L
f_{Ccy}	in N/mm ²	0,115	0,122	0,110	0,132	0,098	0,130	0,128	0,070
$E_{Cc,pl}$	in N/mm ²	0,37	0,43	0,29	0,32	0,30	0,24	0,00	0,40
$I_{F,eff,BF}$	in mm ⁴	79,8	39,7	59,2	88,6	54,1	67,7	73,6	67,7
$I_{F,eff,W}$	in mm ⁴	178,1	86,6	86,6	161,8	161,8	98,0	104,2	93,8
$W_{F,eff,W}$ (a)	in mm ³	247,3	148,0	195,1	239,8	173,3	311,8	323,6	292,6
$W_{F,eff,W}$ (i)	in mm ³	247,3	148,0	195,1	239,8	173,3	140,9	147,3	132,2
$A_{F,eff,W}$	in mm ²	356	262	345	364	317	446	455	410
e_0 Gl. (8.4)	in mm	0,357	0,178	0,256	0,177	0,294	0,301	0,280	0,342
e_0 Gl. (8.11)	in mm	0,645	0,269	0,470	0,476	0,490	0,315	0,431	0,600
d_{C1}	in mm	19,2	19,3	10,0	–	7,5	–	–	–
f_1	–	0,35	0,58	0,35	–	0,26	–	–	–
Serie		4	4	*5	**5	6	**6	7	**7
Elementtyp	–	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand
Nenndicke	in mm	40	100	30	200	30	240	40	200
Linierung	–	L	L	L	L	L	L	L	L
f_{Ccy}	in N/mm ²	0,180	0,120	0,080	0,095	0,175	0,150	0,135	0,140
$E_{Cc,pl}$	in N/mm ²	0,22	0,19	0,32	0,05	0,24	0,08	0,49	0,29
$I_{F,eff,BF}$	in mm ⁴	47,5	63,0	92,4	135,7	33,8	46,9	7,0	14,0
$I_{F,eff,W}$	in mm ⁴	97,5	119,6	165,0	301,6	33,8	46,9	8,1	17,2
$W_{F,eff,W}$ (a)	in mm ³	183,9	202,8	232,4	294,3	123,1	144,4	65,2	92,8
$W_{F,eff,W}$ (i)	in mm ³	183,9	202,8	232,4	294,3	123,1	144,4	65,2	92,8
$A_{F,eff,W}$	in mm ²	348	351	358	325	427	441	336	379
e_0 Gl. (8.4)	in mm	0,232	0,198	0,372	0,440	0,132	0,210	0,034	0,105
e_0 Gl. (8.11)	in mm	0,370	0,263	0,579	0,733	0,224	0,422	0,081	0,264
d_{C1}	in mm	–	–	–	–	–	–	–	–
f_1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Serie		8	*9	**9	**9	**9	10	**10	10
Elementtyp	–	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand	Wand
Nenndicke	in mm	150	60	140	60	140	40	200	40
Linierung	–	L	S	S	L	L	E	E	L
f_{Ccy}	in N/mm ²	0,115	0,100	0,118	0,080	0,085	0,095	0,075	0,100
$E_{Cc,pl}$	in N/mm ²	0,24	0,40	0,29	0,39	0,30	0,41	0,26	0,41
$I_{F,eff,BF}$	in mm ⁴	53,2	9,7	10,0	51,1	49,0	4,5	4,5	48,6
$I_{F,eff,W}$	in mm ⁴	64,8	11,0	11,6	102,6	95,8	4,5	4,5	106,5
$W_{F,eff,W}$ (a)	in mm ³	180,4	30,3	30,0	231,3	225,6	24,9	24,8	164,6
$W_{F,eff,W}$ (i)	in mm ³	165,7	30,3	30,0	137,4	134,0	24,9	24,8	165,6
$A_{F,eff,W}$	in mm ²	426	415	411	312	316	415	414	281
e_0 Gl. (8.4)	in mm	0,233	-0,101	-0,013	0,051	0,193	-0,031	-0,104	0,136
e_0 Gl. (8.11)	in mm	0,371	-0,079	-0,012	0,061	0,300	-0,067	-0,161	0,186
d_{C1}	in mm	–	15,0	20,0	–	–	10,0	20,0	–
f_1	–	–	2	1,09	–	–	1,53	1,98	–

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.2 Fortsetzung: Nichtlineare Kerneigenschaften, wirksame Querschnittswerte der gedrückten Deckschicht und Imperfektionen der betrachteten Sandwichelemente.

Serie		**10	10	10	11	**11	*12	**12	13
Elementtyp	–	Wand	Dach	Dach	Wand	Dach	Wand	Wand	Wand
Nenndicke	in mm	200	40	150	40	140	80	200	40
Linierung	–	L	L	L	L	L	L	L	L
f_{Ccy}	in N/mm ²	0,076	0,100	0,115	0,105	0,055	0,085	0,085	0,173
$E_{Cc,pl}$	in N/mm ²	0,29	0,34	0,25	0,59	0,27	0,43	0,14	0,24
$I_{F,eff,BF}$	in mm ⁴	60,8	49,9	69,5	182,0	7,1	398,5	733,8	32,8
$I_{F,eff,W}$	in mm ⁴	132,6	123,9	117,9	182,0	8,1	703,6	733,8	46,2
$W_{F,eff,W}$ (a)	in mm ³	184,0	181,7	176,0	382,5	55,9	658,3	668,2	155,0
$W_{F,eff,W}$ (i)	in mm ³	184,3	182,8	178,8	376,0	56,0	644,7	654,1	158,5
$A_{F,eff,W}$	in mm ²	282	287	284	702	291	651	644	465
e_0 Gl. (8.4)	in mm	0,165	0,166	0,367	0,358	0,053	0,545	1,754	0,150
e_0 Gl. (8.11)	in mm	0,291	0,237	0,770	0,664	0,241	0,506	1,825	0,455
d_{C1}	in mm	–	–	–	–	–	–	–	–
f_1	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Serie		*13	**14	*14					
Elementtyp	–	Wand	Wand	Wand					
Nenndicke	in mm	200	80	200					
Linierung	–	L	L	L					
f_{Ccy}	in N/mm ²	0,180	0,038	0,127					
$E_{Cc,pl}$	in N/mm ²	0,11	0,40	0,21					
$I_{F,eff,BF}$	in mm ⁴	32,2	547,9	393,3					
$I_{F,eff,W}$	in mm ⁴	45,2	547,9	630,2					
$W_{F,eff,W}$ (a)	in mm ³	154,2	540,8	579,4					
$W_{F,eff,W}$ (i)	in mm ³	157,3	538,7	576,9					
$A_{F,eff,W}$	in mm ²	466	574	576					
e_0 Gl. (8.4)	in mm	0,351	0,399	1,039					
e_0 Gl. (8.11)	in mm	1,123	0,364	1,522					
d_{C1}	in mm	–	–	–					
f_1	–	–	–	–					

Tabelle B.3: Berechnungsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente. *Hervorgehobene* Versuche sind mit dem Imperfektionsansatz nach Gleichung (8.11), Anpassung der Randsteifigkeit des Kerns, berechnet. Für alle anderen wurde der Ansatz nach Gleichung (8.4), geometrische Ersatzimperfektionen, verwendet.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-W- 80-L	5900- 60	3,40	89	53	51	111	Traglast
1-W- 80-L	5900-200	4,21	99	58	75	107	Fließen
1-W- 80-L	2500- 60	7,35	77	59	32	102	Traglast
1-W- 80-L	2500-200	9,16	100	71	46	113	Fließen
1-W- 80-L	1000- 60	13,57	97	83	35	95	Traglast
1-W- 80-L	1000-200	20,19	101	95	19	96	Fließen
1-W- 80-L	2×2950- 60	21,78	83	74	20	100	Traglast
1-W- 80-L	2×2950-200	30,64	100	95	20	102	Fließen
1-D- 80-L	5900- 60	3,20	100	50	49	145	Fließen
1-D- 80-L	5900-200	4,12	100	52	70	127	Fließen

Fortsetzung auf nächster Seite

Tabelle B.3 Fortsetzung: Berechnungsergebnisse der betrachteten Sandwichelemente.

Element	Versuchsaufbau	F_{exp} gemittelt in kN	σ_F/f_y in %	τ_C/f_{Cv} in %	σ_{Ct}/f_{Ct} in %	F_{FEM} in % von F_{exp}	Versagen FEM
1-D- 80-L	2500- 60	8,12	99	63	34	114	Fließen
1-D- 80-L	2500-200	11,64	100	65	35	103	Fließen
2-W- 40-L	3900- 60	2,70	79	54	45	101	Traglast
2-W- 40-L	3900-200	3,01	97	70	62	116	Traglast
2-W- 40-L	1800- 60	4,87	69	64	26	109	Traglast
2-W- 40-L	1800-200	5,95	100	96	39	119	Fließen
2-W- 40-L	2×3950- 60	2,02	90	62	47	95	Traglast
2-W-140-L	5900- 60	7,01	76	60	47	98	Traglast
2-D- 30-L	3900- 60	2,77	69	46	49	130	Traglast
2-D- 30-L	3900-200	3,59	99	70	87	121	Fließen
2-D- 30-L	2350- 60	5,02	70	52	32	115	Traglast
2-D- 30-L	2350-200	5,86	100	80	64	123	Fließen
2-D- 30-L	1800- 60	6,43	78	65	38	113	Traglast
2-D- 30-L	1800-200	7,49	100	81	45	122	Fließen
3-W- 40-L	3900- 80	2,87	95	62	68	131	Traglast
*3-W-200-L	5900- 80	8,93	65	90	54	102	Traglast
3-D- 30-L	3900- 80	2,89	73	60	55	109	Traglast
4-W- 40-L	3900- 80	2,63	100	55	69	125	Fließen
4-W-100-L	5900- 80	4,44	99	51	47	114	Fließen
*5-W- 30-L	2900- 80	2,78	87	72	40	94	Traglast
**5-W-200-L	5900- 80	8,24	84	65	35	94	Traglast
6-W- 30-L	3900- 80	1,74	93	65	99	164	Kern Zug
**6-W-240-L	6900- 80	7,00	100	80	86	127	Traglast
7-W- 40-L	3900- 80	1,77	73	59	103	114	Kern Zug
**7-W-200-L	5900- 80	5,00	88	100	68	138	Schub
8-W-150-L	5900- 80	5,98	99	83	60	118	Fließen
*9-W- 60-S	3900- 60	3,72	99	67	26	92	Fließen
**9-W-140-S	5900- 60	4,07	99	61	54	98	Fließen
**9-W- 60-L	3900- 60	4,13	78	50	20	95	Traglast
**9-W-140-L	5900- 60	5,01	64	66	33	90	Traglast
10-W- 40-E	3900- 60	1,65	79	59	102	135	Kern Zug
**10-W-200-E	5900- 60	5,54	85	95	57	76	Traglast
10-W- 40-L	3900- 60	2,37	86	43	43	117	Traglast
**10-W-200-L	5900- 60	7,12	78	63	35	81	Traglast
10-D- 40-L	4900- 60	2,97	91	37	50	118	Traglast
10-D-150-L	5900- 60	4,61	98	64	88	134	Kern Druck
11-W- 40-L	3900- 60	3,37	79	53	50	110	Traglast
**11-D-140-L	5900- 60	2,66	57	59	85	104	Traglast
*12-W- 80-L	4900- 60	6,82	101	59	39	98	Fließen
**12-W-200-L	5900- 60	11,20	99	69	31	86	Fließen
13-W- 40-L	3900- 60	2,49	74	63	101	143	Kern Zug
*13-W-200-L	5900- 60	6,11	63	100	75	118	Schub
**14-W- 80-L	4900- 60	6,45	101	46	19	77	Fließen
*14-W-200-L	5900- 60	10,96	99	88	48	96	Fließen
Mittelwert (für geometrische Ersatzimperfectionen) ¹ für F_{FEM}						112	
Standardabweichung (für geometrische Ersatzimperfectionen) ¹ für F_{FEM}						17	

¹ Ohne Element 2-W-40-L, Versuchsaufbau 2×3950-60 wegen anderer Bedeutung der Traglast infolge kombinierter Beanspruchung aus F und Δw .